

INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL MONTERRICO

PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE



DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA DESDE EL
ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR EL GRADO
ACADÉMICO DE BACHILLER EN EDUCACIÓN**

CARDENAS ALVARADO, Yessica Sofía

CRUZ SALAZAR, Susan Nichol

DELGADO ARHUIRE, Ena Lizeth

Lima – Perú

2019

RESUMEN

En el presente trabajo se investigó las diversas estrategias didácticas en el área de matemática. A partir de observaciones como la carencia de innovación en la enseñanza, deficiencia en el área de la matemática, dificultades en los procesos de aprendizaje de los estudiantes y la ausencia de significatividad por parte del educando; el grupo investigador tuvo como propósito abordar el enfoque constructivista como estrategia didáctica partiendo del conocimiento teórico de la práctica y la interacción de los factores internos y externos, además de aportar una indagación acerca de las distintas orientaciones que nos brindan estudios de especialistas en el área de las matemáticas como Brousseau o la pareja Van Hiele para realizar el trabajo de manera planificada, además para desarrollar actividades y estrategias en función de las competencias propuestas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Asimismo, se agrupó distintas herramientas y estrategias para los docentes, e información para implementar futuras investigaciones.

La investigación presenta una síntesis de las estrategias didácticas en el área de la matemática y la aplicación de sus procesos y fases respectivos durante una sesión de aprendizaje, además el grupo investigador elaboró fichas de trabajo donde se han empleado las orientaciones didácticas, las cuales se encuentran en la sección de anexos.

Se ha llegado a la conclusión de que el uso de las orientaciones didácticas contribuye en el proceso de enseñanza y aprendizaje, facilitando y brindando herramientas para ser usadas por el docente, además, permiten que la relación docente - estudiante sea de manera horizontal, bajo el enfoque constructivista el estudiante es el protagonista y tiene el poder de edificar sus propios procesos para dar solución a situaciones contextualizadas y de esta manera modificar sus aprendizajes.

ABSTRACT

In the present work we investigated the various didactic strategies in the domain of mathematics. From these observations such as the lack of innovation in teaching, deficiency in the area of mathematics, difficulties in the learning processes of students and the absence of significance on the part of the educating; the research group aimed to address the constructivist approach as a didactic strategy based on theoretical knowledge of practice and the interaction of internal and external factors, as well as to provide an inquiry into the different guidance that gives us studies by specialists in the area of mathematics such as Brousseau or the Van Hiele couple to carry out the work in a planned way, in addition to develop activities and strategies according to the competencies proposed in the math teaching and learning process. It also grouped different tools and strategies for teachers, and information to implement future research.

The research presented a synthesis of the teaching strategies in the area of mathematics and the application of their respective processes and phases during a learning session, in addition the research group developed work sheets where the teaching guidelines, which are located in the annexes section.

It has been concluded that the use of teaching guidance contributes to the teaching and learning process, facilitating and providing tools to be used by the teacher, in addition, they allow the teacher-student relationship to be in a way horizontal, under the constructivist approach the student is the protagonist and has the power to build its own processes to solve contextualized situations and thus modify their learnings.

ÍNDICE

RESUMEN	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
LISTA DE FIGURAS	vi
INTRODUCCIÓN	vii
CAPÍTULO I: CONSTRUCTIVISMO	9
1.1 Definición	9
1.2 Enfoque constructivistas	10
1.2.1 Constructivismo radical	11
1.2.2 Constructivismo cognitivo	12
1.2.3 Constructivismo sociocultural	13
1.2.4 Constructivismo social	14
1.3 Aprendizaje constructivista	15
1.3.1 Características del aprendizaje constructivista	16
1.4 Enseñanza constructivista	17
1.5 Estrategias metodológicas constructivistas	18
CAPÍTULO II: DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA	20
2.1 Definición	20
2.2 Principios	21
2.3 Elementos de la didáctica en la matemática	26
2.4 Objetivos de la didáctica en la matemática	27
2.5 Aportes de la didáctica en la matemática	29
2.6 Metodología y estrategias	30

CAPÍTULO III: ORIENTACIONES DIDÁCTICAS EN LA MATEMÁTICA	35
3.1 Definición	35
3.1.1 Situaciones didácticas de Brousseau	36
3.1.1.1 Procesos de las situaciones didácticas	37
a. Acción	38
b. Formulación	38
c. Validación	39
d. Institucionalización	40
3.1.2 Modelo de Van Hiele	41
3.1.2.1 Procesos de Van Hiele	41
a. Información	42
b. Orientación dirigida	42
c. Explicación	43
d. Orientación libre	44
e. Integración	45
3.1.3 El juego como fuente de aprendizaje	46
3.1.3.1 Fases del juego	47
a. Adaptación	48
b. Estructuración	48
c. Abstracción	49
d. Representación gráfica o esquemática	50
e. Descripción de las representaciones	50
f. Formalización o demostración	51
CONCLUSIONES	53
RECOMENDACIONES	54
REFERENCIAS	55
ANEXOS	59

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1:</i> Principios del Constructivismo radical.	12
<i>Figura 2:</i> Características del aprendizaje constructivista	16
<i>Figura 3:</i> Características esenciales de la acción constructivista	17
<i>Figura 4:</i> Características de la didáctica	21
<i>Figura 5:</i> Características de los Principios de la Didáctica.	22
<i>Figura 6:</i> Principios del proceso de aprendizaje de las matemáticas	23
<i>Figura 7:</i> Condiciones de la emoción	24
<i>Figura 8:</i> Creatividad	24
<i>Figura 9:</i> Aspectos del razonamiento	25
<i>Figura 10:</i> Sistema didáctico	27
<i>Figura 11:</i> Objetivos de la didáctica de la matemática	28

INTRODUCCIÓN

El siguiente trabajo de investigación aborda una problemática que se ha evidenciado en la enseñanza de la matemática, puesto que todo individuo presenta distinto ritmo y estilo de aprendizaje que muchas veces es tedioso para un docente, sobre todo al presentar una secuencia que permita que todos o la mayoría de los estudiantes sean partícipes de las actividades planificadas. Se sabe que existen diversos recursos, pero hace falta una guía para orientar y lograr dichos objetivos; por ese motivo, es de nuestro interés abordar el uso de Orientaciones didácticas para la enseñanza de las matemáticas en los estudiantes de la Educación Básica (EB); por lo cual, hemos seleccionado tres orientaciones didácticas significativas con el fin de facilitar el trabajo en el aula.

El presente trabajo de investigación está conformado por tres capítulos, el primer capítulo inicia con descripciones acerca del enfoque constructivista, como definiciones según los autores más resaltantes en la historia de lo antes mencionado, también tipos, teorías sobre el aprendizaje y la enseñanza además de metodologías de éste.

El segundo capítulo está orientado específicamente a la didáctica en el área de matemática, teniendo como puntos principales definición, principios, importancia y elementos propuestos por Chamorro y otros autores.

El tercer y último capítulo se centra en las propuestas seleccionadas por el grupo investigador como los procesos planteados por Guy Brousseau, los esposos Van Hiele y el juego como fuente de aprendizaje, ya que son orientaciones que se adaptan a las cuatro competencias matemáticas planteadas por el MINEDU en el Currículo Nacional; además se relacionan con los cinco estándares para la educación matemática como la Resolución de problemas, Razonamiento y prueba, Comunicaciones, Conexiones y Representaciones planteados por la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). En los estándares mencionados se evidencia el

rol que cumple el docente y/o estudiante en los procesos didácticos que se ejecutan en las actividades de aprendizaje.

Además, se presentan las conclusiones a las que se ha llegado como grupo investigador sobre las orientaciones didácticas, también algunas recomendaciones, referencias y, por último, los anexos que consisten en fichas, juegos e instrucciones aplicando las orientaciones didácticas de Brousseau, Van Hiele y el juego como fuente de aprendizaje.

CAPÍTULO I: CONSTRUCTIVISMO

A los docentes continuamente se les exhorta emplear procesos constructivistas en sus actividades de aula, el cual es aceptado bajo los lineamientos educativos. Sin embargo, surge una gran inquietud acerca de la implementación de estos procesos por parte del docente. Asimismo, es necesario conocer qué es el constructivismo y cómo mejorar el proceso de aprendizaje.

1.1 Definición

El origen del constructivismo se puede encontrar en las posturas de Vico y Kant planteadas en el siglo XVIII (Universidad San Buenaventura, 2015), e incluso mucho antes, con los griegos (Araya, Alfaro y Andonegui, 2007).

Estas posturas presentan el concepto del conocimiento como una construcción del ser humano, cada individuo divisa la realidad de distintas maneras además de organizarla y darle su propio sentido dándole unicidad a la realidad.

El enfoque constructivista plantea una interacción entre el docente y los estudiantes, un intercambio dialéctico entre los conocimientos del docente y de los estudiantes, de tal forma que se pueda llegar a una síntesis productiva para ambos y, en consecuencia, que los contenidos sean revisados para lograr un aprendizaje significativo. (Ortiz 2015, p. 3)

Lo mencionado por Ortiz en el campo educativo se entiende como dejar en libertad a los estudiantes para que puedan aprender a su ritmo, esto conlleva a que el docente se involucre en el proceso brindando insumos y haciendo que el individuo trabaje con materiales propuestos, y de esta manera se espera que lleguen a sus propias conclusiones, de esta manera se deja de lado la educación tradicional y se comienza a construir el conocimiento.

Durante el proceso de construcción del conocimiento los estudiantes acogen un aprendizaje ampliado, consolidado y que a su vez se integra con los contenidos, habilidades y destrezas para llevar a cabo una actividad que no siempre será resuelta de igual forma.

Pulgar (2005. p.19) menciona “El proceso mediante el cual una persona adquiere destrezas o habilidades prácticas (motoras e intelectuales), incorpora contenidos formativos o adopta nuevas estrategias de conocimiento y/o acción”

Por lo mencionado anteriormente entendemos que el enfoque constructivista busca que el estudiante edifique su propio conocimiento a partir de todos los recursos que el docente le brinde como material manipulativo, estrategias lúdicas, actividades desafiantes o retadoras y problemas contextualizados.

El constructivismo surge con la finalidad de explicar y comprender mejor la enseñanza y el aprendizaje y sobre todo para fomentar y justificar las nuevas propuestas curriculares, pedagógicas y didácticas específicas relativas a contenidos escolares (matemática, lectura, historia, etc).

Cabe afirmar que existen diversos constructivismos y que actualmente la clasificación se puede realizar partiendo de los representantes como Vigotsky, Piaget, Ausubel, entre otros, desde sus enfoques y sus teorías.

1.2 Enfoques constructivistas

El constructivismo se puede entender desde distintas posiciones, Al respecto Díaz (2005, p.61-62) nos habla de cómo esta palabra se exhibe como lo nuevo, y que casi todos los investigadores educativos y a la vez casi todas las teorías educativas pretenden tener sus raíces desde un paradigma constructivista.

En este sentido surge la clasificación que se asigna como el constructivismo cognitivo que tiene sus raíces en la epistemología, el constructivismo social que se vincula a la psicología y el constructivismo sociocultural que se orienta en la teoría Vigotskyana. Estos distintos enfoques del constructivismo tienen como idea en común el conocimiento como construcción de los aprendizajes.

El enfoque constructivista en el proceso de enseñanza aprendizaje se sitúa en la constante construcción del sujeto, es decir no es copiar teorías o conocimientos sino es crear sus saberes. Cada enfoque contiene ciertos componentes que lo distinguen, el componente socio-contextual de esa construcción (constructivismos endógenos), por otro lado, se considera también el conocimiento social como parte válida del conocimiento; con las razones del individuo colectivo como el componente elemental (constructivismos exógenos), pasando por posiciones que postulan una dialéctica, más o menos declarada, entre el individuo y su entorno, entre lo propio y lo comunitario.

Considerando lo mencionado por Bruning, Schraw y Ronning, quienes proponen cuatro modelos de constructivismos desde los cuatro individuos del mismo: el sujeto individual, el sujeto epistémico, el sujeto psicológico y el sujeto colectivo sugeridos en Revista Electrónica de Investigación Educativa (2011, p.4)

1.2.1 Constructivismo radical. El constructivismo radical tiene sus orígenes en la escuela constructivista austriaca y hace referencia a un enfoque no convencional del conocimiento. Glasersfeld (2007, p. 78) menciona al constructivismo “radical” como la actividad del conocimiento perceptual y conceptual. Debido a que, las experiencias que vivimos son capaces de transformar el modo en que percibimos la realidad.

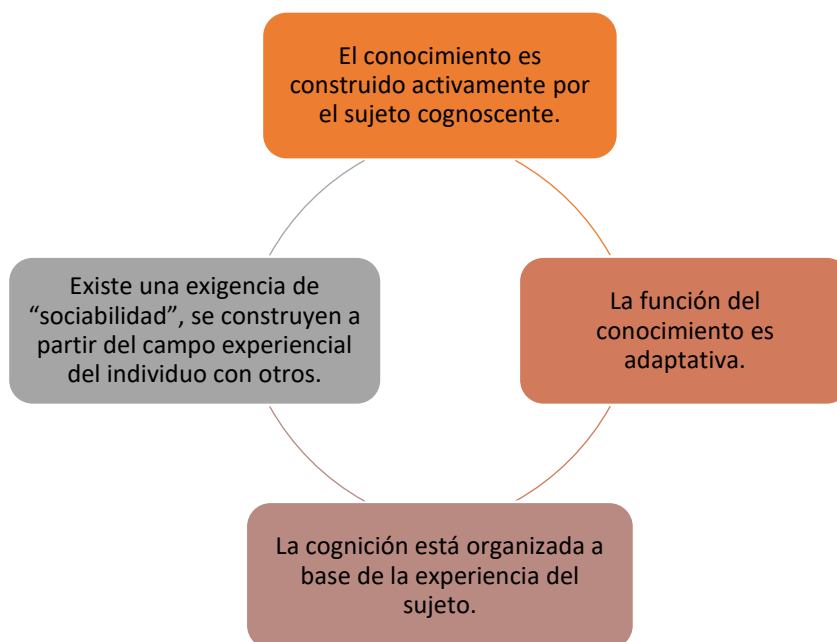
Sin embargo, no solo se trata de seleccionar o transformar estructuras, sino de realizar actividades constantes, la cual es responsable de cualquier tipo de estructura que el organismo viene a “conocer”.

Por consiguiente, todo tipo de experiencia es subjetiva y aunque se puedan encontrar razones para creer que la experiencia de una persona puede ser similar a la de otra, no existe forma de comprobar si en realidad es el mismo proceso o la misma experiencia. Puesto que se realiza a través de los procesos mentales de la persona y que se construye sobre su propia experiencia.

Siguiendo lo planteado por Glasersfeld, Serrano y Pons (2011, p. 6) presenta cuatro principios sobre los que se asienta el constructivismo radical los cuales se evidencian en la figura 1:

Figura 1:

Principios del Constructivismo radical. (2011, p. 6)



Fuente: Elaboración propia

La figura 1 plantea los cuatro principios del constructivismo; el primero principio hace mención sobre al aprendizaje que es adquirido por el estudiante, el segundo principio alude como el conocimiento se acomoda al ritmo del colegio, el tercer principio plantea la vivencia del estudiante como parte de su aprendizaje cognitivo y finalmente el cuarto principio menciona

como la interacción con otros individuos aporta en la construcción del conocimiento.

1.2.2 Constructivismo cognitivo. El constructivismo cognitivo se fundamenta en la teoría piagetiana, la cual menciona que el proceso de construcción del conocimiento es individual, se realiza los análisis sobre estos procesos considerando tres aspectos: la que lleva al análisis macrogenético de los procesos de construcción, la que pretende explicar y examinar las microgénesis y la inclinación integradora de estas dos posiciones. (Serrano y Pons 2011, p.6)

Para Piaget el proceso de edificación de los conocimientos es un proceso individual por lo tanto el aprendizaje es un proceso interno que consta en vincular la información reciente con los saberes previos, esto conlleva a la revisión, innovación, reorganización y diferenciación de esas representaciones, también manifiesta que la mente humana es un sistema que trabaja con símbolos, de manera que la información captada se incluye en el sistema de procesamiento, se codifica y, parte de ella se acumula para poderla recuperar con posterioridad.

Al respecto Serrano y Pons (2011, p. 6) menciona dos principios sobre los que se asienta el constructivismo cognitivo.

- ❖ La organización y significatividad para el procesamiento de la información.
- ❖ La recuperación y la reintegración de la información subjetiva a partir de la actividad humana.

Ambos principios hacen referencia sobre la importancia del proceso en que se consolida el aprendizaje del estudiante con ayuda de la recuperación de los conocimientos previos

1.2.3 Constructivismo sociocultural. El constructivismo sociocultural tiene su base en los trabajos de Lev S. Vigotsky, quien considera el aprendizaje a través del entorno y de la comunidad (factores sociales), este

enfoque postula que el conocimiento se obtiene según la ley de doble formación, primero a nivel Intermental y posteriormente a nivel intrapsicológico.

El factor social juega un papel definitivo en la construcción del conocimiento, considerando como ideas de origen la transmisión cultural en el que todos los participantes transforman activamente los mensajes, como proceso interno se asume que la construcción de los conocimientos supone una internalización orientada en un entorno estructurado.

De esta manera el constructivismo sociocultural propone a una persona que elabora significados interviniendo en un contexto estructurado e interactuando con su par de manera predeterminada.

1.2.4 Constructivismo social. El constructivismo social representa otra versión del pensamiento austriaco que es dirigida por Luckman y Berger (2001), quienes postulan que la realidad es una construcción social y ubican el conocimiento como un quehacer social que explica la conducta desde el interior de la mente y partiendo de la interacción social.

Serrano y Pons (2011, p. 8) mencionan que en el constructivismo social la realidad aparece como una construcción humana que informa acerca de las relaciones entre los individuos y el contexto.

Desde el constructivismo se forjan diversas relaciones entre los elementos del proceso de aprendizaje. Una de ellas es la relación del sujeto con los fenómenos psicológicos, los cuales son condicionados por las pautas de interacción social con las que el sujeto se encuentra, de tal manera el sujeto individual queda inmerso a relaciones sociales a base de tareas.

Las tareas se realizan de manera cooperativa y activa y gracias a la interacción y comprensión entre los individuos haciendo uso de los procesos sociales (comunicación, negociación, conflicto, etc.). Las relaciones sociales posibilitan la constitución de redes simbólicas, que se construyen de manera

intersubjetiva, creando un contexto en el que las prácticas discursivas y sus significados van más allá de la propia mente individual.

1.3 Aprendizaje constructivista

Cuando se habla del constructivismo es imprescindible abordar conceptos básicos en educación como son el aprendizaje, para lo cual se pretende que el individuo tome conciencia de una acción o una definición a partir del exterior, es decir, desde la observación o explicación en su contexto. Sin embargo, desde el constructivismo se habla de que el individuo elabora sus definiciones a raíz de una interacción con el su entorno y por la mediación del lenguaje.

El proceso de aprendizaje se da bajo la construcción de significados tomando al estudiante como protagonista, él es autorregular su propio aprendizaje, es consciente de procesos cognitivos. Debido a esto el docente debe fomentar la significativa del aprendizaje del colegiado más que proporcionar conocimientos que memorice.

“Desde este enfoque el estudiante conoce sus propios procesos cognitivos y los regula, es decir es autónomo y con autorregulación a partir de su propio aprendizaje. Por otro lado, el papel del profesor en este contexto, se limitará a participar en la construcción del conocimiento con el estudiante” Bengochea (2006, P.28)

Lo mencionado por Bengochea se entiende como la importancia de dejar de lado el aprendizaje de la escuela tradicional y poner énfasis en el hecho de aprender y apropiarse de sus creaciones cognitivas. Asimismo, el Currículo Nacional nos plantea la implementación de la resolución y comprensión de problemas, dejando de lado la memorización.

1.3.1 Características del aprendizaje constructivista. A partir de la existencia de diversos modelos constructivistas, surge la necesidad de

reconocer en consenso características comunes con respecto al aprendizaje. Las mismas que explican la importancia del protagonismo del estudiante y del del entorno en el proceso en la figura 2:

Figura 2:

Características del aprendizaje constructivista



Fuente: Elaboración propia

En la figura 2 se mencionan las seis características del Aprendizaje Constructivista; es un fenómeno social, el estudiante aprende de su medio, situaciones cotidianas y se da un aprendizaje contextualizado; situado, los conceptos son dados a partir de la experiencia y la información que tiene el estudiante; activo, el aprendizaje se da a través de actividades para incorporar la nueva información; cooperativo, es un esfuerzo colectivo que promueve respuestas y debates para favorecer el aprendizaje; de proceso, se da por medio del docente a partir de preguntas para solucionar problemas así mismo

es característico y propio debido a que se busca elaborar y transformar el saber antiguo para adquirir el nuevo conocimiento

1.4 Enseñanza constructivista

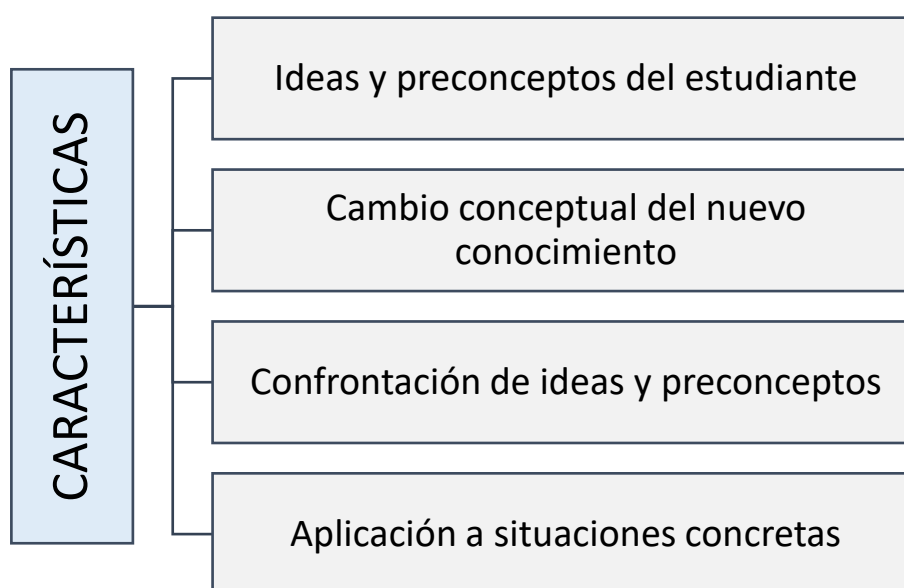
Las acciones realizadas por el docente para lograr el conocimiento de un tema o un concepto de manera general, está relacionada con la enseñanza, para lograr que esta información sea confiable se espera que las acciones hechas por los docentes sean eficaces y pertinentes.

Según Ochoa citado por Vera (2009, p.29) indica que “la enseñanza constructivista considera que el aprendizaje humano es siempre una construcción interior, aun en el caso de que el educador acuda a una exposición magistral, pues ésta no puede ser significativa si sus conceptos no encajan ni se ensartan en los conceptos previos de los estudiantes”

Vera (2009) plantea cuatro características esenciales de la acción constructivista en la siguiente figura:

Figura 3:

Características esenciales de la acción constructivista (2009, p. 29)



Fuente: Elaboración propia

La figura 3 presenta características esenciales para que se lleve a cabo la acción constructivista, la primera son las ideas y preconcepciones que el discente tiene con respecto al tema a tratar, la segunda implica prevenir los cambios del nuevo conocimiento, la tercera característica es cuando un nuevo conocimiento se enfrenta a los saberes que el individuo posee sobre un tema determinado, y la última característica es lograr transferir el conocimiento adquirido a nuevas situaciones que requieran los conceptos aprendidos.

Según Arnay citado por Vera (2009, p.31) menciona que “La concepción constructivista nos muestra el aprendizaje escolar como el resultado de un complejo proceso de intercambios funcionales que se establecen en tres elementos: el estudiante que aprende, el contenido que es objeto del aprendizaje y el profesor que ayuda al estudiante a construir significados y a atribuir sentido a lo que aprende”

El aporte del estudiante hacia su aprendizaje es fundamental, ya que es un elemento mediador entre lo que el profesor le enseña y los resultados a los que llega luego de este aprendizaje. De la misma forma, el rol que cumple el docente influye en la enseñanza a los estudiantes, ya que es un elemento mediador entre la actividad mental constructiva del estudiante y los significados que vehiculan los contenidos escolares”

1.5 Estrategias metodológicas constructivistas

En el proceso de enseñanza aprendizaje operan diversas estrategias metodológicas, las cuales traen consigo la aplicación de una secuencia de actividades específicas que realicen de manera práctica la asimilación, comprensión y posteriormente la socialización de lo aprendido.

El objetivo general del constructivismo es “aprender por medio de la construcción de conocimientos mediante las experiencia y destrezas del estudiante que se dan al realizar tareas en la vida cotidiana”. Genini, E (2009, p.75)

Siguiendo lo expuesto por Genini se realiza la estructuración de una secuencia general, donde se inicia a partir de interrogantes, problemas que motiven y despierten el interés del estudiante por querer indagar o buscar respuestas a lo desconocido. Seguido, se busca que el estudiante emplee sus recursos como son la planificación de estrategias o recopilación de contenidos o saberes previos, finalmente, se aplica lo planeado y se realizan generalizaciones a partir de la justificación de lo experimentado en los pasos previos a la conclusión.

CAPÍTULO II: DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

El aprendizaje es considerado como un conjunto de cambios de comportamientos que señalan, a un observador predeterminado, según sujeto en juego, que este primer sujeto dispone de un conocimiento o de un conjunto de conocimientos, esto implica la gestión de diversos registros de representación, la creación de convicciones específicas, el uso de diversos lenguajes, el dominio de un conjunto de referencias idóneas, de pruebas, de justificaciones y de obligaciones. Estas condiciones deben ser puestas en acción y reproducidas intencionalmente. Hablándose así de prácticas didácticas

2.1 Definición

La didáctica de la matemática es el arte de comprender y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo.

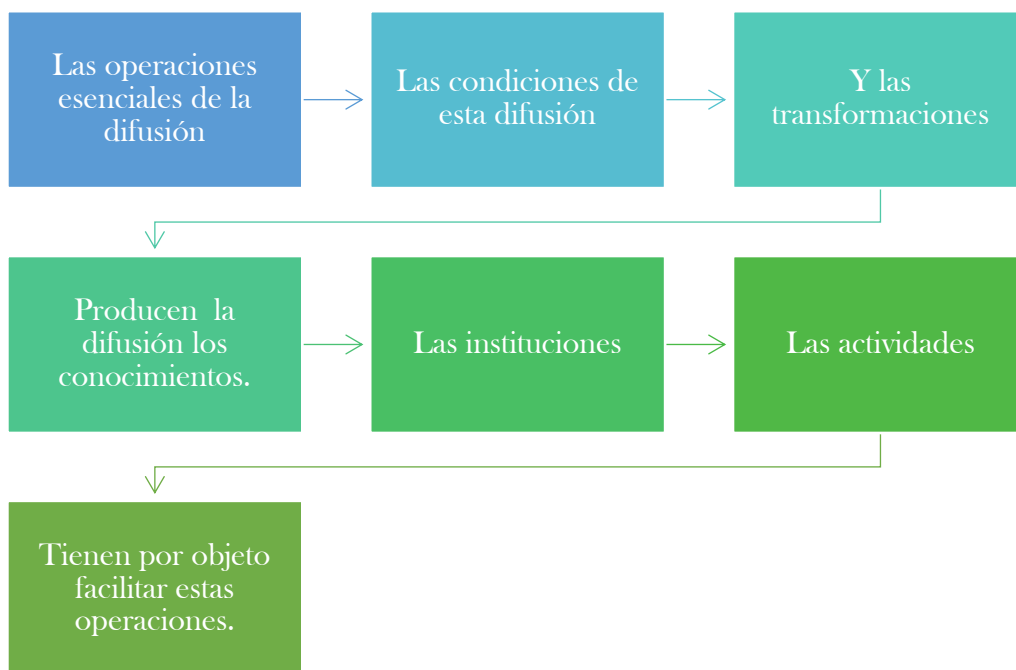
El término educación es más amplio que didáctica, por lo que se puede distinguir entre Educación Matemática y Didáctica de la Matemática. Esta opción es tomada por Rico, Sierra y Castro (2000; p. 352) quienes consideran la educación matemática como todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman una actividad social compleja y diversificada relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Por otro lado, estos autores describen la Didáctica de la Matemática como la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación. Las actuaciones tienen como base el enfoque de resolución de problemas, a través de situaciones contextualizadas, recursos y medios innovadores facilitando los conceptos matemáticos y llevando así el aprendizaje de manera concreta a los estudiantes.

D'Amore B. (2008, p. 4) define la concepción fundamental de la Didáctica de la Matemática como: “el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo” además consideraba como objetos ciertas particularidades que se exponen en la *figura 4*:

Figura 4:

Características de la didáctica (2008, p. 4)



Fuente: Elaboración propia.

2.2 Principios

Los principios son reglas que permiten lograr los objetivos de la didáctica. Son aplicables a todas las asignaturas y niveles, pero también tienen un carácter especial, pues se refieren a tareas y etapas específicas de la enseñanza; Maldonado presenta cuatro características que tienen que ser conocidas y aplicadas por el docente, ya que de este modo su labor en el proceso de enseñanza y aprendizaje será más fructífero. Las características son las siguientes:

Figura 5:

Características de los Principios de la Didáctica. Medina A. (2009 p. 27)



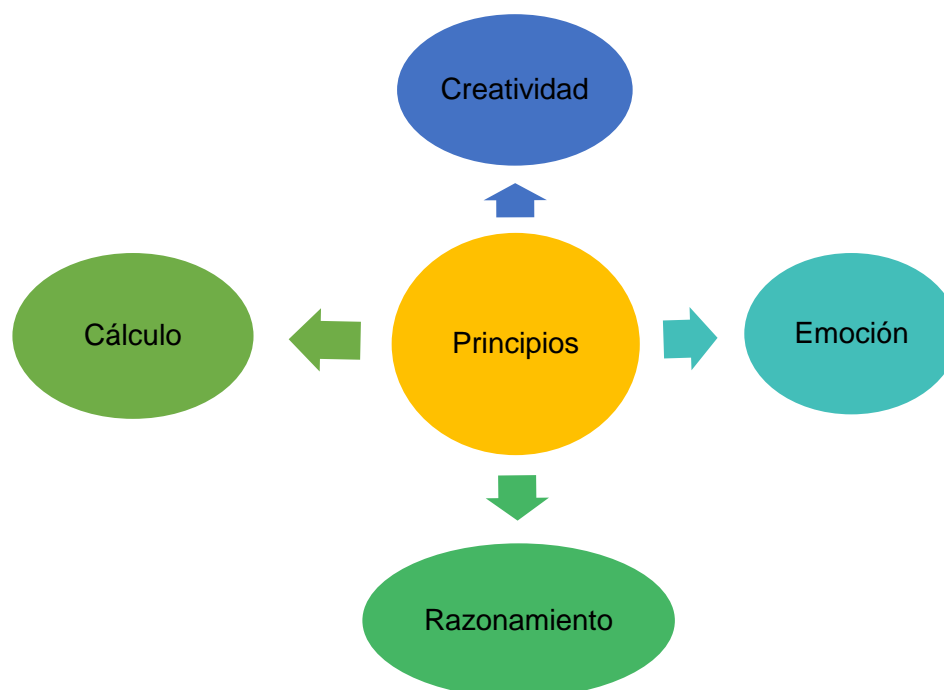
Fuente. Elaboración propia.

De la figura 5 se despliegan cuatro rasgos que son aplicadas en los tres tipos de didáctica: en la didáctica general la orientación es directamente teórica; en la diferencial o diferenciada implica enseñar una materia con diversas estrategias dependiendo del grupo al que se impartirá dichos contenidos, pueden ser estrategias lúdicas a infantes, para adolescentes podría ser estrategias vivenciales o experimentales mientras que la estrategia realista o aplicación de casos sería más significativo en adultos; y en la didáctica especial o específica se abordan estrategias, métodos y dinámicas específicas hacia una disciplina ya sea matemática, lenguaje u otra asignatura.

A partir de la relación entre los componentes del proceso educativo se forja el sistema de principios, con el objetivo de sistematizar la enseñanza. Fernández (2009) menciona 4 principios sobre los que se construye el proceso de aprendizaje de las matemáticas, los cuales se presentan en el siguiente diagrama.

Figura 6:

Principios del proceso de aprendizaje de las matemáticas (2009)



Fuente: Elaboración propia.

De la figura 6 se consideran estos cuatro principios en la construcción de situaciones significativas y se relaciona correspondientemente al proceso de enseñanza de la matemática. Asimismo, describen los principios de la siguiente manera:

- a) Emoción: se refiere al hecho de querer realizar las actividades e implica la disposición de los estudiantes. Al respecto John Dewey (Siglo XIX - XX) con la frase "Aprender Haciendo" se resume todo su pensamiento. Cada persona aprende y se perfecciona por sí misma, por eso el estudiante y el centro de educación tienen como requisito indispensable potenciar el proceso enseñanza – aprendizaje. Según Lorenzo Luzuriaga, para que la idea de actividad se cumpla satisfactoriamente, deben existir ciertas condiciones, entre otras:

Figura 7:

Condiciones de la emoción (2009)



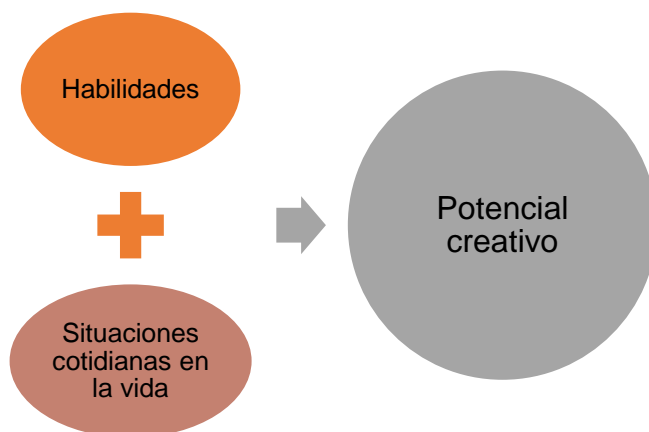
Fuente: Elaboración propia

De la figura 7 se entiende que para que la actividad se cumpla se debe coincidir con las propuestas planteadas, también se debe escoger a alguien monitoreando la actividad, sin dejar de lado, las necesidades, intereses y aspiraciones concretas del estudiante las cuales deben ser incluidas en un plan de trabajo.

- b) Creatividad: es elaborar algo innovador, implica desde el hecho de generar ideas o estrategias. Es necesario admitir todas las ideas por absurdas que parezcan, pero se deben tener en cuenta filtros guiados por el docente. Al respecto Colom (2012) argumenta con lo siguiente:

Figura 8:

Creatividad (2012)



Fuente: Elaboración propia.

De la figura 8, se concluye que el ser humano posee habilidades para resolver distintos tipos de problemas, esto implica su potencial creativo y la creatividad es estimulada y desarrollada a través de situaciones cotidianas en la vida, la persona debe definir su realidad para construir sus aprendizajes.

- c) Razonamiento: es un proceso intrínseco de la persona, estos procesos mentales implican el desarrollo de actividades a partir de las cuales se relacionan las habilidades y destrezas del individuo. Al respecto León (2011) define el razonamiento como una facultad humana en la que se describen los siguientes aspectos:

Figura 9:

Aspectos del razonamiento (2011)



Fuente: Elaboración propia

En la figura 9 se observa que se demanda la resolución de problemas reales a partir de experiencias del individuo. También es necesario Inferir conclusiones a partir de las soluciones a problemáticas. y ser conscientes de obtener un aprendizaje consciente que se da luego del análisis y reflexión de los hechos suscitados.

- d) Cálculo: consiste en la realización de operaciones matemáticas que tienen como finalidad la solución del problema, o la confirmación de conjeturas. En este sentido el cálculo implica una parte del pensamiento y para ello es importante el análisis de la situación y de los resultados obtenidos.

2.3 Elementos de la didáctica en la matemática

Arteaga (2016, p. 21) menciona los posibles autores de los procesos de enseñanza-aprendizaje:

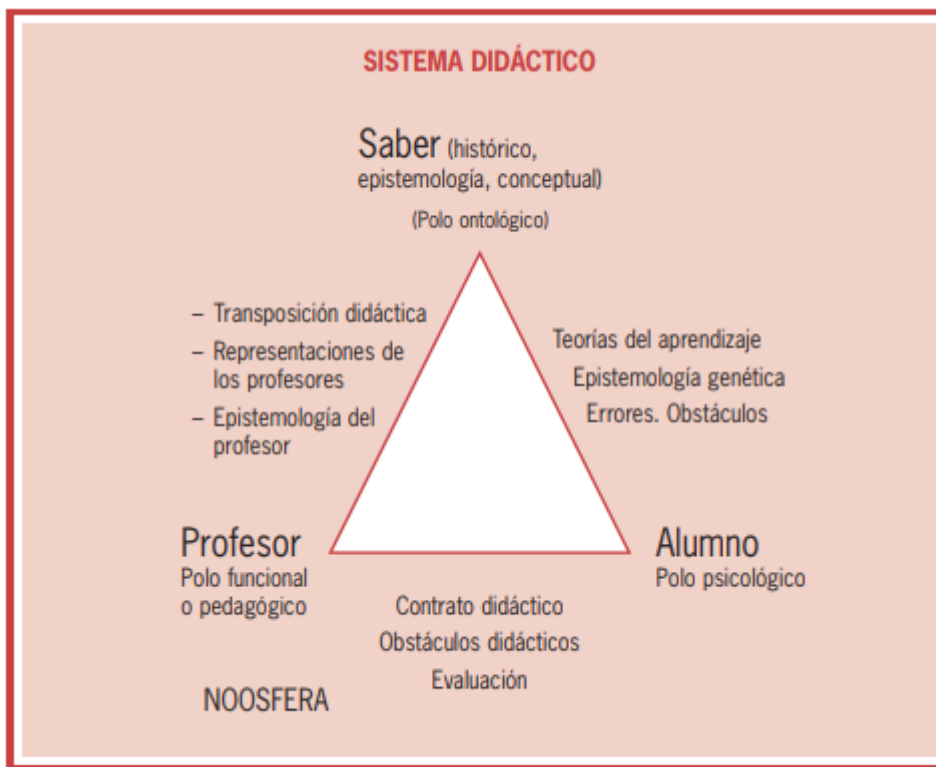
- El estudiante, quién debe aprender aquello que previamente ha sido establecido socialmente, según su edad, nivel y tipo de estudios, y que la institución escolar toma como proyecto que va a desarrollar durante el ciclo escolar.
- El conocimiento, en este caso sobre las matemáticas, que deben ser transmitidas como patrimonio a las nuevas generaciones, actualmente bajo el enfoque por competencias que busca lograr el desarrollo de estas partiendo de las capacidades que cada estudiante debe desarrollar, evidenciándose en los desempeños que se establecen en los estándares de aprendizaje.
- El docente, encargado por la sociedad y la institución de llevar a cabo el proyecto de enseñanza, mediante un proceso didáctico, haciendo uso de recursos y estrategias innovadoras para brindar de manera adecuada los contenidos matemáticos. Asimismo, es el encargado de fomentar el trabajo entre pares y potenciar las habilidades sociales del estudiante.

De igual manera Chamorro (2005, p. 42) menciona también las interacciones múltiples del proceso de enseñanza en el sistema didáctico entre los tres polos ya mencionados (citado en Arteaga 2016, p. 23).

La Didáctica de las Matemáticas va a modelizar y estudiar las interacciones en los tres subsistemas: profesor-alumno, alumno-saber, profesor-saber, ya que estos tres agentes se relacionan de manera directa e indirecta. Estos agentes intervienen entre sí en el contrato didáctico mencionados en la siguiente figura.

Figura 10:

Sistema didáctico.



Fuente. Chamorro M. (2005, p. 42)

La figura 10 hace mención de los tres polos del Sistema Didáctico y la relación que existe entre ellos, el docente busca y realiza actividades con el fin de enseñar el nuevo conocimiento, a través de representaciones y este sea aprendido por el estudiante

2.4 Objetivos de la didáctica en la matemática

Considerando a Chamorro M. (2005, p. 41), quién menciona que la Didáctica de las Matemáticas es, hoy en día, una disciplina científica que dispone de resultados sólidamente probados, de conceptos y herramientas de diagnóstico, análisis y tratamiento de los problemas que se presentan en el aprendizaje de las Matemáticas en el contexto escolar, a partir de ellos, propone los siguientes objetivos de la didáctica de la matemática:

Figura 11:

Objetivos de la didáctica de la matemática. Chamorro M. (2005, p. 41)



Fuente. Elaboración propia

En la figura 11 se da entender que los objetivos de la didáctica de la matemática se enfocan en proporcionar herramientas para que el docente logre de manera pertinente su clase, haciendo uso de metodologías innovadoras y recursos con materiales estructurados y no estructurados.

Asimismo, se debe tener en cuenta todas las variables que intervienen en el proceso de aprendizaje del estudiante como: el clima, influye en el estado de ánimo de los discentes; la actitud de los estudiantes, de ello dependerá la disposición de él durante la clase; el espacio del aula, es el medio donde se llevará a cabo la clase y si no es oportuno para la cantidad de estudiantes, la actividad planificada se verá afectada.

Finalmente es imprescindible definir los objetivos de manera clara y precisa, siendo estos la creación y presentación de momentos donde el estudiante interactúa con su medio construyendo así su aprendizaje. Por ejemplo; se les pide a los estudiantes dirigirse a las áreas verdes del centro de estudios para recolectar distintas hojas, luego regresan al aula y se les pide agruparlas según forma, tamaño o color. A partir de esta experiencia el educando relaciona lo vivenciado con el nuevo aprendizaje.

2.5 Aportes de la didáctica de la matemática

Cuando se habla de didáctica no solo se refiere a marcos teóricos, sino que se apunta al campo del saber en lo que se aborda los procesos de enseñanza, aprendizaje y construcción de la Matemática. Asimismo, se sabe que existen fenómenos didácticos, que ocurren sin importar quiénes son los actores de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Donde se evidencia los saberes incompletos de los estudiantes, los cuales son producidos por diversos factores ya sea por dificultades intrínsecas del curso, por la incapacidad transitoria de tener acceso a aquella, o por el propio proceso de enseñanza y aprendizaje. A continuación, se menciona algunos aportes con sus respectivos representantes.

Chevallard (1991, p. 89) citado en Perafán (2004) introdujo la siguiente teoría: “el profesor hace una transposición didáctica, esto es, el saber que enseña no es el mismo que el de los matemáticos, el saber sabio no es lo mismo que el saber que se enseña”. Dicha transposición requiere de conocimiento sobre la disciplina, pero hay inmersas una variedad de consideraciones que se requieren para realizarla (introducir conceptos correctos, buscar la reflexión de cada estudiante, no limitarse a técnicas de cálculo, etc.).

Se considera relevante que los saberes culturales no pueden instruirse sin la presencia de un sistema enseñante; es por ello que se genera el famoso triángulo didáctico en el cual se implica de manera sistémica, el saber, quién enseña y quién aprende. Existe un compromiso didáctico, que regula las

relaciones entre los agentes y que explica aspectos del comportamiento de los estudiantes en un aula, por ejemplo; es apropiado diseñar situaciones didácticas que implican varias fases necesarias para inducir los aprendizajes.

Maldonado (2009) nos habla del proceso de enseñanza aprendizaje el cual implica a su vez la capacidad que tendrá el docente para ser un medio entre el conocimiento y el estudiante así mismo sea de manera significativa, estratégica y fructífera.

“Lo importante no es que las y los profesores enseñen, sino que sus estudiantes aprendan” (Maldonado, 2009, p. 27) De la cita menciona por Maldonado se rescata lo importante que es que el estudiante aprenda (contenidos), por ello el medio, proceso y el uso de estrategias, metodologías y recursos toman un punto clave en la construcción de los aprendizajes del estudiante.

2.6 Metodología y estrategias

La didáctica son las estrategias y el medio utilizados por el docente para la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje, sin embargo, no solo implica que el docente tenga conocimiento del contenido, sino que trascienda haciendo uso de recursos y la aplicación adecuada de metodologías novedosas.

Según el Diccionario Pedagógico AMEI-WAECE (2003) define el término metodología como:

Criterios y decisiones organizadas en un conjunto donde el estudiante, maestro, los medios y recursos, así como el tiempo y el espacio además de la secuencia y tipo de tareas se vinculan de forma global.

“Conjunto de criterios y decisiones que organizan, de forma global, la acción didáctica en el aula, el papel que juegan los alumnos y maestros, la utilización de los

medios y recursos, los tipos de actividades, la organización de los tiempos y espacios, los agrupamientos, la secuenciación y tipo de tareas, entre otros aspectos.” (citado por Latorre 2013, p. 16).

Existen mil formas de aprender y enseñar, para muchos docentes es necesario poseer una pizarra y tizas, sin embargo, esta rutina puede considerarse aburrida tanto al estudiante como para el docente. Ante esta situación es inevitable hablar de metodología, estrategias y técnicas.

En educación al hablar de metodología y estrategias es imprescindible reunir ciertas particularidades que garanticen su eficacia; esto implica tener en cuenta factores como: la edad y el nivel escolar de los estudiantes, la claridad de los objetivos en las actividades o contenidos, las dificultades de los materiales, las indicaciones cortas y precisas, el dominio de los contenidos del docente.

En el proceso de planificación es inminente hablar de estrategias, para ello, es necesario conocer su procedencia, la cual se dio en el ámbito militar, en el que se infería como “el arte de proyectar y dirigir grandes movimientos militares”. En esta perspectiva, se aplican las estrategias como tácticas para lograr un objetivo.

Una estrategia de aprendizaje es un conjunto de acciones secuenciadas que tienen como objetivo desarrollar habilidades y aprender un contenido. Para Latorre la estrategia es un procedimiento heurístico que permite tomar decisiones en condiciones específicas. (Latorre, 2013, p, 15)

Una estrategia didáctica es un procedimiento organizado, formalizado y orientado a la obtención de una meta claramente establecida, esto implica una planificación previa del proceso de enseñanza aprendizaje, así como una estructura de las actividades donde se evidencian los métodos de aprendizaje y las técnicas metodológicas en las diversas actividades. Se puede decir que toda estrategia se compone de pequeños pasos mentales secuenciados que

facilitan la realización de una actividad y que a su vez conllevan a la solución de un problema.

Cantoral citado por Rutas de Aprendizaje (2015, p.11) menciona que el pensar matemáticamente implica reconocerlo como un proceso complejo y dinámico resultante de la interacción de varios factores (cognitivos, socioculturales, afectivos, entre otros), el cual promueve en los estudiantes formas de actuar y construir ideas matemáticas a partir de diversos contextos.

De lo mencionada se concluye que es fundamental entender cómo la matemática se trata de razonar, formular, demostrar, construir, organizar, comunicar y resolver problemas que provienen de la vida cotidiana y social.

Para mayor comprensión, se presentan anexos con algunos ejemplos de estrategias evidenciando los pasos de reconocidos autores como: Brousseau, los esposos Van hiele entre otros.

Las primeras estrategias se encuentran en el anexo 1, 2, 3 y 4 de las páginas 60 y 61, en el cual se evidencia un contenido difícil de explicar y de comprender para algunos estudiantes realizándose de manera sencilla con ayuda de un material concreto. Este tipo de estrategia es una de las orientaciones que facilitan la función del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Otra estrategia puede ser visualizada en el anexo 5 el cual evidencia una secuencia con el objetivo de captar el interés del estudiante a partir del juego. Es relevante emplear situaciones que partan del interés de los estudiantes, por ello es necesario conocer los gustos y atracciones del grupo con el que se trabaja. Plantear esta estrategia al inicio de clases permite la recuperación de sus saberes previos y a la vez acelera el proceso de construcción del conocimiento. Un momento clave de esta estrategia se genera cuando se responden a las preguntas formuladas por el docente para recoger información sobre la experiencia vivenciada al realizar las actividades, otro aspecto importante implica consolidar ese conocimiento con los

conceptos matemáticos, este tipo de estrategias facilitan la función del docente en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El uso de juegos estructurados se toma como una estrategia más que busca poner a prueba lo aprendido en clase por el estudiante, además él deberá realizar operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) para resolver cada ejercicio y concluir con el juego. Este tipo de estrategia puede ser usado como saberes previos al inicio de una clase para motivar a los estudiantes, dar a conocer el tema a trabajar, etc. de igual manera puede ser usado a manera de transferencia si el tema es nuevo. Las estrategias pueden ser usadas en cualquier momento de la clase dada, ya sea para motivar y recordar algunos saberes previos, para la construcción de nuevos aprendizajes, para fomentar la interacción entre los estudiantes, así como para que el estudiante pueda transferir lo aprendido en clase y realice actividades individuales o grupales. La estrategia mencionada se puede encontrar en el anexo 6 de la página 63.

El empleo de materiales no estructurados también es considerado como una estrategia para la enseñanza de las matemáticas cuyo propósito busca la construcción del aprendizaje a partir de la manipulación de objetos. El estudiante para construir los criterios de semejanza, deberá hacer uso de los instrumentos de medición (regla, transportador, etc.) y con su ayuda medirá los lados de los triángulos de igual manera los ángulos formando así sus conocimientos, este tipo de estrategias facilitan ayudan en la función del docente para llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje. Dicha estrategia se puede encontrar en el anexo 7 y 8 de la página 63 y 68 respectivamente.

Continuando con el uso de materiales no estructurados se puede encontrar en el anexo 9, 10, 11, 12 y 13 de la página 64, 65 y 66 que se busca la transferencia de los conocimientos aprendidos por los estudiantes. El estudiante aplicará lo aprendido en clase para ser empleado en el juego y de esa manera fortalecer sus conocimientos, este tipo de estrategias fomentan

la competitividad entre estudiantes y las ganas de ganar el juego promueve el interés del estudiante por aprender el tema facilitando la función del docente en el proceso de enseñanza aprendizaje. Este método propone cuatro fases para la resolución de problemas, en la cual el estudiante deberá realizar operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) para resolver cada ejercicio. Esta actividad puede ser empleada para resolver distintos problemas contextualizadas.

CAPÍTULO III: ORIENTACIÓN DIDÁCTICA EN LA MATEMÁTICA

En este capítulo se presentan algunas orientaciones didácticas para una educación objetiva ya que facilitan su enseñanza y aprendizaje en el área de matemática.

3.1 Definición de orientación didáctica en la matemática

Sánchez citado por Gonzales (2015, p 55) describe que la orientación es un grupo de estrategias y/o apoyos que pueden ser empleados como una guía en el proceso de formación y desarrollo de la personalidad, ya que favorecen en la solución de problemas y además previene a los individuos para la acción transformadora a partir de una participación que influye en los métodos, agentes educativos y sobre todo en el propósito al ejecutar una actividad.

A partir de lo mencionado podemos explicar que las orientaciones constituyen procesos que permiten que la enseñanza se realice de manera progresiva, haciendo uso de momentos específicos que son destinados a cierto aprendizaje que el estudiante debe adquirir.

González (2003, p. 80) menciona que la relación de ayuda que establece el Orientador Profesional, quien puede ser un psicólogo, pedagogo o maestro, con el Orientado, es decir, el estudiante, en el contexto de su educación, por ejemplo la escuela, su familia o la comunidad, tienen como objetivo favorecer un ambiente educativo adecuado para el desarrollo de sus desempeños como estudiantes que le posibiliten asumir una actualización autodeterminada en el proceso de elección, formación y desempeño profesional.

Entendemos durante el proceso de orientación el docente y estudiante crea un vínculo con el fin de desarrollarse mejores situaciones de aprendizaje

para mejorar y fortalecer las habilidades de los estudiantes, asumiendo un compromiso de autoaprendizaje.

La orientación educativa, no es una relación de dependencia en la que el orientador dice al orientado que hacer y cómo hacerlo, por lo contrario, es un espacio comunicativo donde el orientador crea las condiciones necesarias (situaciones de aprendizaje) que motiven y se potencialicen las habilidades del orientado, que él llegue por sí solo a tomar decisiones respecto a su vida profesional con las cuales se sienta comprometido, responsable y satisfecho.

Finalmente se puede concluir a partir de lo mencionado que las orientaciones son procesos que colaboran con el diseño de enseñanza del docente ayudando así en la relación con los estudiantes, fomentando sus habilidades sociales y de esa misma manera potenciar su proceso de aprendizaje.

A continuación, el grupo investigador realiza las siguientes propuestas de orientaciones didácticas.

3.1.1 Situaciones didácticas de Brousseau. Guy Brousseau nació el 4 de febrero de 1933 en Marruecos. Brousseau es uno de los pioneros de la didáctica de la matemática ya que, terminando el siglo XX en Francia, plantea un ejemplo en donde reflexionar la enseñanza como un proceso basado en la elaboración de los aprendizajes matemáticos en el contexto educativo. Por ello, propone la teoría de las situaciones didácticas la cual, sostiene que la enseñanza es un proceso centrado en la elaboración de los conocimientos. Para complementar lo que Brousseau propone sobre su teoría de las situaciones, se menciona que “se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para una génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen de manera espontánea.” (Panizza, 2004, p.60)

En conclusión, la teoría propuesta anteriormente consiste en realizar una secuencia donde el docente utilice su medio para poder desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje de un concepto recién adquirido.

Asimismo, la teoría planteada por Brousseau está bajo una mirada constructivista y cognitiva, Brousseau señala esta concepción caracterizada en lo siguiente:

El estudiante se acondiciona a un medio que es factor de contradicciones, dificultades y desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del estudiante, se manifiesta por medio de nuevas respuestas, que son la marca del aprendizaje.
(Brousseau, 2007, p.30)

Por tal, el aprendizaje por adaptación es el resultado de la interacción entre el estudiante y el medio o situaciones problemáticas, pero sin la actuación del docente, para que el estudiante construya sus propios conocimientos.

Esta concepción sobre aprendizaje es muy significativa para la elaboración de las actividades didácticas, porque el docente es quien facilita el medio en el cual el estudiante va a construir su conocimiento matemático.

Teniendo en cuenta estos puntos, el educador debe plantear a los estudiantes situaciones matemáticas contextualizadas, ya que estas permiten que el estudiante aprenda a partir de las acciones que no son ajenas a su realidad. También se debe considerar que la situación didáctica comprende las relaciones establecidas explícitas o implícitamente entre los estudiantes, un cierto medio (que incluye instrumentos y objetos), todo esto destinado para hacer funcionar las situaciones a-didácticas y los aprendizajes que ellos provocan; estas intervenciones son principalmente devoluciones e institucionalizaciones.

3.1.1.1 *Proceso de las Situaciones didácticas.* La teoría de Brousseau plantea una tipología de situaciones didácticas. Cada una de ellas debería

desembocar en una situación a-didáctica, es decir, en un proceso de comparación del estudiante antes un problema planteado, en el cual construirá su conocimiento.

A continuación, se plantea la definición de cada situación y conjuntamente para una mejor comprensión de lo mencionado anteriormente planteamos una propuesta que se desarrollará en los siguientes puntos.

a. Acción. Esta fase implica cuestiones de índole práctica y aspectos cognitivos, siendo conducidos a la resolución de problemas que es necesario desarrollar en situaciones determinadas. (MINEDU, 2015, p. 67)

En general, se entiende que el estudiante debe trabajar independientemente con un problema, además establecer sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Es decir; el estudiante individualmente interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimiento; el docente no debe intervenir directamente con el estudiante, pues es él quien prepara el medio didáctico, plantea los problemas y enfrenta al estudiante a ese medio didáctico.

En la fase de acción se generan interacciones entre los estudiantes y su ambiente físico haciendo que ellos tomen las decisiones que hagan falta para resolver el problema planteado, es decir, organizar estrategias en fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones.

En efecto, en el anexo 14 ubicado en la página 66 se plantea una situación a los estudiantes titulado Equipo de Básquet, en el anexo 15 se espera que los estudiantes hagan uso de sus conocimientos previos a través de preguntas previas a la solución del problema y finalmente en el anexo 16 se plantean algunas preguntas para la fase de acción.

b. Formulación. Se requiere la adquisición de habilidades para la utilización de decodificación de los lenguajes necesarios, mejorando de

manera evolucionada la claridad, el orden y la precisión de los mensajes. (MINEDU, 2015, p. 68)

Se manifiesta un saber implícito referido a un enunciado, propiedad o relación que permite dar cuenta de la comprensión intuitiva de la situación planteada. Los estudiantes se comunican con sus compañeros e intercambian informaciones, así como también con el docente. Estas comunicaciones conllevan a contradicciones y asimilaciones, lo que significa que deben formular enunciados y modelos que intercambian entre ellos.

Es decir, que se utiliza para obtener un resultado a partir del intercambio de información con uno o varios de sus compañeros de clase, quienes le devuelven la información. El resultado de esta dialéctica permite crear un modelo explícito que es redactado en un lenguaje matemático. Para esta fase se recomienda llevar a cabo trabajos en grupo en donde los estudiantes puedan idear posibles alternativas de solución a dichas interrogantes comparando con sus compañeros el trabajo realizado y llegar a una conclusión.

Continuando con la situación del anexo 14, en la página 68 se puede encontrar el anexo 17 en el cual se plantea algunas preguntas que se pueden realizar para esta fase y sus posibles respuestas.

c. Validación. Es una fase de balance y representación de resultados, y de confrontación de procedimientos. (MINEDU, 2015, p. 69)

En esta fase se explicitan las concepciones matemáticas, proposicionales o procedimentales de los estudiantes, se organizan de manera que la relación estudiante y contexto a-didactico exprese la justificación de aseveraciones, teoremas y medio a-didactico logrando y contribuyendo a la construcción paulatina de nuevos saberes, por este motivo se encuentra fuertemente vinculada y casi adherida a las situaciones de formulación.

Luego de la interacción de forma individual o de forma grupal entre el estudiante y el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor o mediador el producto obtenido de esa interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorarse si realmente es correcto. El estudiante tratará de convencer a uno o varios interlocutores acerca de la veracidad de las afirmaciones que hace sin tener que recurrir a la ayuda del docente. El estudiante debe demostrar por qué el modelo que ha creado es válido, creando una situación en la que debe convencer a sus compañeros de clase u otra persona.

Siguiendo con la situación del anexo 14, en la página 68 se puede encontrar el anexo 18 en el cual se plantea algunas preguntas que se pueden realizar para esta fase y sus posibles respuestas.

d. Institucionalización. En esta fase se generaliza y se abstraen los conocimientos en base a los procedimientos realizados y resultados obtenidos. (MINEDU, 2015, p. 71)

Teniendo en cuenta lo mencionado por Brousseau citado por Ávila (2001, p. 156) menciona lo siguiente “en estas situaciones se fija convencional y explícitamente el estatuto cognitivo de un conocimiento o de un saber”

El docente busca relacionar las respuestas personales y empíricas (conocimientos) del estudiante y el saber esperado. Durante dicho periodo aparece especialmente la figura del docente a consolidar un saber determinado, ciertas teorías y definiciones, convenciones lingüísticas y gramaticales o procedimientos algorítmicos.

Es decir, en esta fase se espera que el grupo de estudiantes de una clase asuman el significado socialmente establecido de un conocimiento que ha sido elaborado por ellos en las fases de acción, de formulación y de validación. Esta fase, el docente retomará las conclusiones finales a las que han llegado los estudiantes respecto a la situación planteada para poderlas

descontextualizar y dejarlas como un saber general, para una mayor ejemplificación se puede revisar el anexo 19 de la página 68.

3.1.2 *Modelo de Van Hiele*. En 1957 Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele Geldof; el matrimonio holandés van Hiele, propuso las siguientes teorías con referencia al razonamiento geométrico.

La idea básica del modelo, expresado en forma sencilla es que el aprendizaje de la geometría se elabora a través de niveles de pensamiento. Según este modelo, para que los estudiantes puedan formar parte de los distintos niveles necesitan una adecuada capacitación. En vista a lo anterior, los esposos Van Hiele sugieren cinco fases secuenciales de aprendizaje: información, orientación guiada o dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Ellos manifiestan que, al desenvolver la actividad teniendo en cuenta la secuencia, se puede promover al estudiante al nivel siguiente del que se encuentra.

3.1.2.1 *Fases*. Los Van Hiele plantearon cinco fases de aprendizaje donde se busca que el docente sea guiado en el diseño y planificación de las experiencias de aprendizaje necesarias para el avance del estudiante en su paso de un nivel a otro. En este modelo, las fases son propias en cada nivel, ya que el estudiante inicia con actividades de la fase inicial y así sucesivamente, de tal manera que al finalizar la fase 5 el estudiante debió alcanzar el nivel de razonamiento siguiente (Jaime, 1993 p. 53).

El modelo de Van Hiele explica la manera en que se realiza el proceso de aprendizaje de la geometría, además de plantear niveles en los que se sitúan el razonamiento geométrico de los estudiantes. Este modelo está situado en 5 cinco niveles de razonamiento, que se desarrollan de manera secuencial y ordenada.

A continuación, se plantea la definición de cada fase y conjuntamente para una mejor comprensión de lo mencionado anteriormente, planteamos una propuesta que se desarrollará en los siguientes puntos.

a. Información. En esta fase se presenta la situación problemática, realizan preguntas para la comprensión del problema y recordar lo aprendido. Es necesario incitar la creatividad, la inventiva y la intuición. A través de preguntas necesarias se quiere determinar el punto de inicio de los estudiantes y el trayecto a seguir en las actividades siguientes. Se realizan observaciones y se inicia un lenguaje geométrico para el grado. (MINEDU 2015, p. 94)

En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El docente necesita reconocer los saberes previos que tengan sus estudiantes sobre este nuevo campo de trabajo, generando así un conflicto cognitivo. Ausbel citado por Fouz y De Donosti (2005) para respaldar que este es el primer acercamiento a los conocimientos del estudiante: "Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia" (Ausubel, 1978, p. 72). Es necesario que los estudiantes estén informados sobre el contexto de la situación a iniciar, además de los posibles problemas a resolver para así tener en cuenta las estrategias o métodos que deberán emplear, etc.

En efecto, en el anexo 20 ubicado en la página 69 se plantea una situación a los estudiantes titulado Puntas, bordes y construcciones, en el anexo 21 se espera que los estudiantes hagan uso de sus conocimientos previos a través de preguntas previas a la solución del problema y finalmente en el anexo 22 se plantean algunas preguntas para la fase de información.

b. Orientación dirigida. En esta fase los estudiantes exploran el tema de estudio a través de materiales que el docente ha elegido atentamente en una secuencia de actividades concretas, para que los estudiantes en la interacción logren descubrir, comprender, asimilar, aplicar, etc., las ideas, conceptos, propiedades o relaciones que fundamentales para su aprendizaje en ese nivel. Una sugerencia es formar grupos, cuya finalidad es que los estudiantes con diversas necesidades sean atendidos por sus otros

compañeros, aplicando las estrategias que crean convenientes. (MINEDU 2015, p. 95)

Se guía a los estudiantes a través de actividades y problemas (dados por el profesor o planteados por los mismos estudiantes), con el fin de que estos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicos de la red de conocimientos por formar. Los problemas propuestos han de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben entender y aprender. El docente debe escoger cuidadosamente estos problemas y actividades y, cuando es necesario, dirigen a los estudiantes hacia la solución. De acuerdo con Jaime (1993), esta fase es necesaria, ya que en ella se elaboran los elementos básicos de la red de relaciones del nivel correspondiente. Al respecto cita a Van Hiele, quien señala que "(...) las actividades (de la segunda fase), si se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento de nivel superior" (Van Hiele, 1986, p. 10). El papel del docente resulta fundamental en esta fase, ya que debe elegir las actividades pertinentes para lograr que el estudiante aprenda los conceptos, propiedades o definiciones fundamentales para el nuevo nivel de razonamiento.

En esta fase es recomendable entregar un material para la mejor comprensión del tema a tratar, por ejemplo, para la situación del anexo 20, se entrega a los estudiantes popotes de distintos tamaños y plastilina y poder realizarse las actividades del anexo 23 y preguntas del anexo 24.

c. Explicación. Los estudiantes intercambian sus visiones sobre las estructuras que han sido observadas, y elaboran sobre sus experiencias previas. La interacción del estudiante con su par es fundamental, ya que los obliga a aclarar sus ideas, comparar y manifestar de una manera sencilla para los demás. Cada grupo presentará a sus demás compañeros los logros alcanzados. Lo hará mediante un portavoz elegido libremente. Cada vez que el equipo sea interpelado, intervendrá un portavoz diferente. El papel del docente se orienta a asistir a los estudiantes en el uso cuidadoso y apropiado del lenguaje y a la participación de todos los estudiantes. El docente guía,

estimula y coordina los procedimientos que siguen, atiende las dudas y aclara las ideas que se presentan en la sesión. Es esta la oportunidad para que el docente incorpore nuevas variantes de problematización y, a su vez, resuma las conclusiones. (MINEDU 2015, p. 95)

Los resultados obtenidos por los estudiantes deben ser presentados por ellos mismos, ya sea de manera oral o por escrito, también deben interactuar con sus compañeros sobre las experiencias vividas y debatir con el docente o su par sobre éstas, para que así sean conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio. Los estudiantes tienen que emplear el vocabulario requerido para describir la estructura sobre la que han estado trabajando. Deben aprender y afianzar el vocabulario propio del nivel. En esta fase no se produce un aprendizaje de conocimientos nuevos, en cuanto a estructuras o contenidos, sino una revisión del trabajo llevado a cabo con anterioridad, a partir de conclusiones, práctica y perfeccionamiento de la forma de expresarse, todo lo cual origina un afianzamiento de la nueva red de conocimientos que se está formando. El tipo de trabajo que se debe realizar en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolverse los ejercicios anteriores, elementos, propiedades y relaciones que se han observado o utilizado, esto se puede ejemplificar mejor en el anexo 25 de la página 71.

d. Orientación libre. Se refiere al momento de la investigación en la clase (introducción de problemas), de la diferenciación y actividades de apoyo (ejercicios de consolidación y de recuperación). Los estudiantes enfrentan mayores dificultades. Desafíos con muchos pasos que pueden ser resueltos de diversas maneras. En esta fase las actividades deben ser abiertas, se recomienda problemas que puedan ser tratados de distintas maneras o que puedan existir una variedad de respuestas válidas de acuerdo a la interpretación del enunciado. Este método logra que el estudiante fundamente su respuesta y emplear un razonamiento y lenguaje cada vez más potente (MINEDU 2015, p. 96)

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán emplear sus conocimientos ya trabajados para dar solución a diversas actividades y problemas ya presentados, y, probablemente, más complejos. Por otro lado, el docente debe proponer nuevos problemas donde los estudiantes planteen nuevas relaciones o propiedades, que sean más abiertos, es decir, con una variedad de resolución o con ninguna. Por otra parte, el docente debe limitar al máximo su ayuda a los estudiantes en la resolución de los problemas. En palabras de Van Hiele citado por Jaime (1993, p. 11), “los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales” (p. 11). Los estudiantes deberán aplicar los conocimientos y lenguaje que acaban de adquirir en otras situaciones nuevas. Los problemas planteados en esta fase deben obligar a los estudiantes a combinar sus conocimientos y aplicarlos a aprendido en la segunda fase situaciones diferentes de las propuestas anteriormente. La intervención del profesor en la resolución de las tareas debe ser mínima, pues son los alumnos quienes tienen que encontrar el camino adecuado a partir de lo aprendido, para ello, en el anexo 26 de la página 71 se puede observar algunas preguntas para la fase de orientación libre.

e. Integración. En esta fase se realiza un resumen de los conocimientos ya trabajados. Esta fase busca crear una red de conocimientos aprendidos o mejorados que reemplacen a la ya existente. Los estudiantes revisan y sacan sus conclusiones de lo que han aprendido sobre los objetos y sus relaciones, con el objetivo de tener una vista panorámica. El docente puede guiar esta síntesis exponiendo visiones globales, recopilando el trabajo de los estudiantes; ordenará los resultados a partir de las situaciones vividas en clase y su conocimiento como matemático experto (MINEDU 2015, p. 97)

Con lo mencionado anteriormente se infiere que los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente. El profesor debe dirigir resúmenes o recopilaciones de

la información que ayuden a los estudiantes a lograr esta integración. Las actividades que les proponga no deben implicar la aparición de nuevos conocimientos, sino solo la organización de los ya adquiridos. Se trata de lograr una visión general de los contenidos del tema objeto de estudio, integrada por los nuevos conocimientos adquiridos en este nivel y los que ya tenían los estudiantes anteriormente. No hay un aprendizaje de elementos nuevos, sino una fusión de los nuevos conocimientos, algoritmos y formas de razonar con los anteriores. Las actividades de esta fase deben favorecer dicha integración y permitirle al profesor comprobar si ya se ha conseguido. El paso por cada una de estas fases y la observación de las mismas potencias, en gran medida, la posibilidad de que un estudiante avance del nivel en el que se encuentra y así pueda desarrollar sus habilidades y capacidad de razonamiento geométrico como se puede observar en el anexo 27 de la página 72.

3.1.3 *El juego como fuente de aprendizaje*: El juego es una actividad inherente del ser humano y es considerado una estrategia didáctica en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. En esta actividad se provee un aprendizaje vivencial, donde el regocijo y el aprendizaje, la razón y la pasión se complementan.

Actualmente existe un término que agrupa la matemática y los juegos tradicionales de una comunidad, esta es la etnomatemática lúdica. La cual, tiene como finalidad reforzar las capacidades creativas de los estudiantes en la resolución de problemas.

La etnomatemática es la forma de explicar, enseñar, diseñar, comprender, manejar, lidiar y construir a partir de su propia cultura. (Méndez 2009)

Bajo esta perspectiva, la etnomatemática permite rescatar costumbres y rasgos de la cultura de un pueblo y las unifica en diversas actividades, las cuales implican operaciones matemáticas y resolución de problemas.

En estas actividades la interacción social funciona como factor de aprendizaje, facilita el trabajo en equipo y ayuda a precisar, ampliar y construir conocimientos de forma significativa.

Considerando también lo que se menciona en Rutas de Aprendizaje (MINEDU 2015, p. 79) el juego logra en las clases de matemática romper la rutina, es decir que ya no se enseña de la manera tradicional sino de una manera más didáctica, además desarrolla las capacidades particulares de los estudiantes hacia la matemática, ya que mediante ellos se aumenta la disposición al aprendizaje, también fortalece la creatividad en cada estudiante y desarrolla un espíritu crítico y autocrítico, el respeto, la perseverancia entre otras actitudes y valores del aula y lo más importante se trabaja el compañerismo y la solidaridad.

3.1.3.1 *Fases del juego*: El juego en el campo de la educación matemática exige seguir un proceso sistemático para cumplir sus objetivos en la adquisición de conocimientos. Zoltan Dienes (1977) creó una teoría específica del aprendizaje de las matemáticas, al inicio fueron tres etapas, posteriormente a partir de nuevas indagaciones por el mismo pasaron a ser seis etapas y las recopiló en su obra “the six stages in the process of learning mathematics”.

Según Sriraman y Lesh (2007) en el artículo “El legado de Zoltan Dienes”, explican cómo en una entrevista obtuvieron algunas de sus reflexiones sobre la dinámica trabajada en el aprendizaje de las matemáticas y rescatan parte de su pensamiento pedagógico.

En dicha entrevista Dienes (1977) señala: “La matemática se caracteriza por las estructuras, no hay negación a este hecho y en mi opinión es importante exponer a los estudiantes a estas estructuras tan temprano como sea posible. Esto no significa que nosotros le digamos directamente lo que estas estructuras son sino usar juegos matemáticos y otros materiales para ayudarles a descubrir y a entender estas estructuras”. (Sriraman y Lesh (2007, p. 61).

Dienes (1977) describe las siguientes seis fases del juego en el aprendizaje de la matemática para que se cumplan los objetivos de la educación, tales fases vienen ejemplificadas con una situación propuesta por el grupo investigador que se desarrollará en los siguientes párrafos:

a. Adaptación. En esta fase corresponden aquellas actividades previas sin un propósito observable, el cual permite la exploración del estudiante a través de la manipulación de objetos, fomentando el agrado hacia el curso, de donde surge la adaptación o propedéutica para las etapas posteriores. (MINEDU 2015, p. 80)

En esta etapa el contexto ejerce un papel importante, en el cual, el juego se desarrolla al confrontar al estudiante ante diversas situaciones, para lo cual se crean entornos ficticios. Ante esta concepción el aprendizaje es incorporado con ciertos cambios para adaptarse al entorno. “La adaptación tiene lugar en una fase que podemos llamar de libre juego” (Dienes, 1977, p. 8).

A esta fase pertenecen los juegos libres o las actividades previas a un contenido matemático, que aparentan no tener propósitos u objetivos definidos. Sin embargo, estas actividades posibilitan la interacción del individuo con objetos concretos, la exploración y búsqueda de soluciones, y la satisfacción de los logros y estrategias planificadas por sí mismos.

En esta primera fase se hace la presentación del juego para que el estudiante relacione lo que se llevará a cabo en la sesión de clase, por ejemplo, en el anexo 28 ubicado en la página 72 se propone un juego a los estudiantes titulado Tutti Frutti de fracciones y en el anexo 29 se plantean algunas preguntas que se relacionan con el juego propuesto.

b. Estructuración. En esta fase la actividad pretende recepcionar la experiencia de los estudiantes ante actividades similares a la propuesta anterior, para comprender las normas del juego. Sin embargo, se debe dejar

a la expectativa algunas instrucciones, es decir existe una ausencia de propósito en lo que se espera lograr. Ello involucra la percepción de enunciados, se dan las restricciones del juego que conllevarán a lo que se pretende lograr. (MINEDU 2015, p. 80)

En esta etapa el juego ya no es libre como en la primera fase, el estudiante evidencia restricciones e interioriza algunas experiencias. “se da cuenta de las regularidades impuestas a cada situación. [... el niño deberá] jugar contando con unas restricciones que se le impondrán artificialmente” (Dienes, 1977, p. 9)

En esta fase es aceptable el mayor número de experiencias, es decir las posibles estrategias, para una mejor comprensión de las reglas del juego. Los estudiantes podrán realizar varios cambios: crear nuevas reglas, modificar las normas, cambiar las operaciones o guías y proponer nuevos límites. A pesar de ello, aún existe la ausencia en los objetivos, no hay precisión de lo que se busca, un ejemplo de las posibles preguntas para los estudiantes y de sus posibles respuestas las podemos observar en el anexo 30 de la página 73.

c. Abstracción: En esta etapa En esta fase los estudiantes reciben la estructura del juego, es decir las instrucciones, requisitos y materiales, lo cual es necesario para que el estudiante sea consciente del propósito de la actividad y muestre disposición a realizar lo requerido por el docente. Aquí se interioriza el tema a tratar y se relacionan aspectos de naturaleza abstracta. (MINEDU 2015, p. 82)

En esta etapa se pretende abstraer las nociones y conceptos matemáticos a partir de experiencias realizadas en las fases anteriores. “evidentemente, jugar a juegos estructurados según las leyes matemáticas relativas a una estructura matemática cualquiera, no es aprender matemática” (Dienes, 1977, p. 10).

Por lo mencionado anteriormente por Dienes, se plantea que los estudiantes realicen conexiones con otros juegos o resultados parecidos, es aquí donde aparecen los juegos isomorfos. Asimismo, se plantean tres objetivos, el primero es interiorizar la operación tomando como punto de partida la abstracción, el segundo consiste en establecer estrategias que guiarán todo el juego y que pueden ser adaptadas a otras actividades y finalmente el tercer objetivo implica que el individuo sea capaz de inventar nuevos juegos con similar estructura, esto se puede ejemplificar en el anexo 31 de la página 73.

d. Representación gráfica o esquemática. En esta fase se pone énfasis en reconocer la actividad de manera esquematizada y gráfica para de esta manera visualizar el contenido a trabajar durante la clase. a partir de ello se identifican los procesos empleados para desarrollar con facilidad el juego, asimismo se reflexiona sobre la estrategia más pertinente usada considerando las restricciones del juego y el propósito del trabajo. (MINEDU 2015, p. 83)

En esta etapa lo primordial es el proceso de manifestación o visualización, en el cual, lo trabajado en las etapas anteriores se representa mediante gráficos o esquemas para una mejor comprensión. “antes de tomar plenamente conciencia de una abstracción, el niño necesita un proceso de representación. [...] Una de estas representaciones puede ser un conjunto de gráficos, puede ser un sistema cartesiano, puede ser un diagrama de Venn, o cualquier representación visual o incluso auditiva” (Dienes, 1977, p. 11).

En esta fase se evidencia un proceso de formalización creciente, en la cual, se pone en práctica la estrategia planteada teniendo en cuenta el reglamento del juego, si es necesario se experimenta la misma estrategia desde diferentes perspectivas, como se muestra en el anexo 32 de la página 74.

e. Descripción de las representaciones: En esta fase se incluye el lenguaje simbólico de la matemática, para esto se estudia los conceptos,

propiedades, teorías y aplicaciones del tema, para confrontar lo aprendido con las representaciones halladas en el juego. (MINEDU 2015, p. 83)

Esta etapa corresponde a un nivel I superior, la cual desarrolla una o varias representaciones de una misma actividad y es indispensable una explicación detallada de las representaciones de una misma actividad y es indispensable una explicación detallada de las representaciones mencionadas. “necesitamos, evidentemente, un lenguaje, [...] esta quinta etapa debe venir acompañada de la invención de un lenguaje y de la descripción de la representación a partir de este lenguaje inventado” (Dienes, 1977, p. 12).

Esta fase tiene como objetivo el estudio de las propiedades, a partir del procedimiento u operación realizada en las representaciones, se relaciona la estrategia con el lenguaje simbólico de la matemática y se recomienda realizar interrogantes que incluyan conflictos, retos y desafíos para los discentes. Frente a estas características se evidencia cierta similitud con lo que Brousseau denomina la institucionalización.

En el anexo 33 de la página 75 se puede observar un ejemplo de la posible pregunta a realizar a los estudiantes y su posible respuesta.

f. Formalización o demostración: En esta fase los estudiantes presentan lo aprendido con seguridad y de forma creativa, esto implica exponer con argumentos falibles los procesos o estrategias usadas. asimismo se puede evidenciar a través de generalizaciones o trabajos como informes del tema tratado. (MINEDU 2015, p. 84)

En esta etapa el estudiante es capaz de exponer con sus propias palabras todo lo aprendido de manera segura y tiene la facultad de reconocer los pasos trabajados en su aprendizaje, es decir, identifica las fases trabajadas anteriormente. “limitar la descripción a un dominio finito, con un número finito de palabras. Ello implica la necesidad de un método para llegar

a ciertos puntos de la descripción, dada una primera parte que tomamos como punto de partida” (Dienes, 1977, p. 12).

Es en esta fase, en la cual, se generan mecanismos de validación matemática, se describen a detalles las propiedades, se crean procedimientos o algoritmos para la deducción de estas propiedades, se trabaja implícitamente en la argumentación y el análisis de lo realizado. Para una mayor ejemplificación, en el anexo 34 de la página ... se puede observar algunas posibles preguntas dirigidas a los estudiantes.

CONCLUSIONES

El presente trabajo de investigación recoge información acerca de las orientaciones didácticas aplicadas en el área de matemática. A continuación, se presentan las siguientes conclusiones:

- 1) El uso de las situaciones didácticas de Brousseau contribuye en el proceso de enseñanza y aprendizaje, colocando al estudiante como protagonista de sus aprendizajes al interactuar con su medio.
- 2) La aplicación del modelo de Van Hiele fomenta el desarrollo del pensamiento geométrico, a través de sus cuatro fases el estudiante es capaz de interiorizar los conceptos a través de las orientaciones del docente.
- 3) Las actividades lúdicas se pueden trabajar como fuentes de aprendizaje porque fomentan el interés de los estudiantes hacia el tema a tratar e incrementan su creatividad para solucionar situaciones problemáticas.

RECOMENDACIONES

A partir de las conclusiones presentadas, se plantea un conjunto de recomendaciones que abarcan desde la planificación de estrategias, la aplicación y la evaluación de estas orientaciones en el campo de la matemática.

- 1) Para facilitar el aprendizaje basados en las situaciones didácticas de Brousseau, se debería emplear diversas zonas de aprendizaje, ya que el estudiante logra un mayor enriquecimiento al interactuar con estos espacios.
- 2) Se propone emplear materiales sólidos y tecnológicos que propicien las fases de Van Hiele, enfatizar en la fase Orientación dirigida a partir de preguntas que promuevan el pensamiento crítico y reflexivo de los estudiantes
- 3) Se propone emplear la etnomatemática que implica rescatar los juegos de la comunidad en post de los aprendizajes, de esta manera se asegura que las actividades orienten al desarrollo de capacidades y competencias de los estudiantes.

REFERENCIAS

Alves L. (1957). *Compendio de Didáctica General*. Recuperado de: https://www.academia.edu/35711765/Alves_de_Mattos_Luiz_-_Compendio_de_Didactica_General.pdf

Arteaga B. y Macías J. (2006). *Didáctica de las matemáticas en educación infantil*. España. Editorial UNIR.

Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación matemática*, 12(1), 5-38.

Castillejo J. (1976). *Nuevas Perspectivas en las Ciencias de la Educación*. Valencia: Editorial Anaya

Chamorro C. (2005). *Didáctica de las Matemáticas*. Recuperado de: <https://unmundodeoportunidadesblog.files.wordpress.com/2016/02/didactica-matematicas-en-infantil.pdf>

Cortés M. e Iglesias M. (2004). *Generalidades sobre Metodología de la Investigación*. Recuperado de: http://www.unacar.mx/contenido/gaceta/ediciones/metodologia_investigacion.pdf

Crowley, M. L. (1994). O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: Shulte, AL P., Lidquist, M. M. (1994). *Aprendendo e ensinando geometria*. Tradução: Domingues, H. São Paulo: Atual. 1 – 20.

D'Amore B. (2008). *Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza*. *Enseñanza de la matemática*. Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática). Vol. 17, nº 1, 87-106

Díaz Quiroz, L. M. (2018). *Grupo de interaprendizaje como estrategia para fortalecer el uso del material concreto en el área de matemática del nivel primaria*.

Dienes, Z. (1975). *Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la escuela primaria*. Buenos Aires: Paidós.

Dienes, Z. (1977). *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*. Barcelona, España: Teide.

Dienes, Z. (2000). *The theory of the 6 stages of learning with integers*. Mathematics in School, March. de Venezuela.

Jaime A. (1993). *Aportes a la interpretación y aplicación del modelo de van hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evolución del nivel de razonamiento*. (Tesis doctoral). Universidad de Valencia. Valencia

Font, V. (2009). *Epistemología y Didáctica de las Matemáticas*. Colección Digital Eudoxus, (11)

Latorre M. y Seco del Pozo C. (2013). *Metodología. Estrategias y técnicas metodológicas*. Universidad Marcelino Champagnat. Lima.

Lesh, R., Cramer, K., Doerr, H., Post, T. y Zawojewski, J. (2003) *Desarrollo de modelos Secuencias Perspectivas*. En R. Lesh y H. Doerr, H. (Eds.) *Más allá del constructivismo: A Models & Modelando la perspectiva de la enseñanza de la matemática, el aprendizaje y la resolución de problemas*.

Mallart J. (2009). "Didáctica: concepto, objeto y finalidad". *Didáctica general para psicopedagogos* (pp. 4 - 13).

Medina Rivilla y Salvador Mata (2009) *Didáctica General*. Madrid. Editorial Pearson Educación.

MINEDU (2015) *Rutas del Aprendizaje. Versión 2015. Matemática*

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Ortiz, D. (2015). *El constructivismo como teoría y método de enseñanza*

Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid. Ministerio de Educación y Ciencia.

Quiroz, R y Díaz, M. (2011). *La investigación en el campo de la Didáctica de las Ciencias Sociales y su dinámica de articulación en un grupo de universidades públicas en Colombia*.

Rodas A. (2015). *Orientaciones didácticas matemática*. Universidad Nacional Pedro Ruíz Gallo. Lambayeque.

Ruiz (2009). *Relación entre el clima familiar y el clima escolar: el rol de la empatía, la actitud hacia la autoridad y la conducta violenta en la adolescencia*.

Sánchez J. (2008). *Compendio de didáctica general*. España. Editorial CCS.

Serrano, M., y Ponz, R. (2011). *El Constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación*.

Sriraman, B., y Lesh, R. (2007). Líderes en Pensamiento Matemático y Aprendizaje- Una conversación con Zoltan P. Dienes. *Pensamiento matemático y aprendizaje: una revista internacional*, 9 (1), 59-75

Torres H. y Girón D. (2009). *Didáctica General*. Costa Rica. Editorial Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana.

Walter Beyer (2013) Dienes, Brousseau y Alson: *Contraste de tres visiones acerca del aprendizaje de las matemáticas*. Universidad Nacional Abierta

ZABALZA, M.A. (1990): "Fundamentación de la Didáctica y del conocimiento". En Medina, A. y Sevillano, M.L. *Didáctica. Adaptación*. Madrid: UNED, v. I, pp. 85-220.

Zapata, Miguel (2012). *Teorías y Modelos sobre el aprendizaje*

ANEXOS

Anexo 1

Se entrega a los estudiantes una hoja milimetrada y un material estructurado de esa manera el estudiante tendrá contacto con un material concreto.



Anexo 2

Visualizan la siguiente situación contextualizada y responden las siguientes preguntas

**PINTAMOS UNA
REGIÓN PLANA**

Pedro desea calcular el área del terreno de un jardín. Sonia dibujó el plano sobre una hoja cuadriculada. Si el lado de cada cuadradito representa 1.5 m, ¿Cuál es el área del jardín?



Preguntas:

- ¿Qué figuras hemos utilizado para formar el terreno?
- ¿Cómo podemos hallar el área de la superficie?

Anexo 3



Anexo 4

Siguen las siguientes indicaciones mencionadas por la docente:

1. Plasmar las figuras en la hoja milimetrada.
2. Realizar la equivalencia de la medida de cada cuadradito con el área.



$$= 1u^2 = 1,5m * 1,5m = 2,25 m^2$$

3. Descomponer la figura irregular en 3 figuras ya conocidas: 2 triángulos y un cuadrado.

Recordar las áreas:

$$S1 = \text{Cuadrado} = L^2$$

$$S2 \text{ y } S3 = \text{Triángulo} = (b \cdot h) / 2$$

















4. Sumar las superficies: $S1 + S2 + S3$
5. Convertir la unidad cuadrada a metros cuadrados.

Anexo 5

Reciben la siguiente ficha, como desafío:

CUADRADO MÁGICO

El genio de la lámpara desea plantearles un reto a las estudiantes de TERCERO de secundaria, para eso les plantea el siguiente cuadrado que contiene 4 de los personajes de la película Aladdín, que sustituyen cuatro números: Encuentra los números que representan Jasmine, Jafar, Aladdín y Abú para que se cumplan las siete condiciones:

				42
				43
				42
				38
41	41	41	¿?	

Se deja explorar, buscar estrategias propias del estudiante.

Luego, responden:

- *¿Qué representaban los personajes de la película de Aladdín al resolver el problema? ¿Y qué planteabas al operar las sumas?*
- *¿Qué expresiones planteaste en tu solución?*
- *¿Cuántas ecuaciones podrías elaborar a partir del cuadrado mágico?*
- *¿Cómo se conoce al conjunto de dos o más ecuaciones, con más de una incógnita que conforman un problema matemático?*

Anexo 6

Reciben el juego Dominó de fracciones, utilizan lo aprendido en clase para resolverlo.

INICIO	$\frac{4}{8}$	$\frac{125}{1000}$	$\frac{12}{24}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{10}{130}$	5%	$\frac{1}{9}$
0,5	$\frac{7}{15}$	0,083	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{552}{100}$	0,111	$\frac{40}{100}$
0,4667	$\frac{1}{4}$	0,1	$\frac{45}{27}$	5,52	$\frac{1}{11}$	40%	$\frac{5,52}{10}$
25%	$\frac{1}{8}$	1,6667	$\frac{4}{64}$	0,0909	0,05	0,552	FINAL

Anexo 7

Forman grupos de 4 integrantes como máximo, luego reciben un tablero con el juego "Sistema de Ecuaciones Lineales" para ser resueltos con los métodos de resolución: Igualación y reducción.

INICIO META	$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 4y = -25 \\ -10x + 5y = 5 \end{cases}$	TARJETA Y	$\begin{cases} 3x + 5y = 45 \\ -4x - y = -43 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$	LANZA NUEVAMENTE EL DADO
$\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 3x - y = -3 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">Jugando con los sistemas de ecuaciones</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; background-color: #4a7ebb; color: white; padding: 5px; margin: 5px;">TARJETAS Y</div> <div style="border: 1px solid black; background-color: #e67e22; color: white; padding: 5px; margin: 5px;">TARJETAS X</div> </div>				$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$	
TARJETA X					$\begin{cases} x + 3y = 10 \\ 3x - 6y = 0 \end{cases}$	
$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$					$\begin{cases} -x + y = -2 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$	
$\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 21 \end{cases}$					TARJETA X	
$\begin{cases} 5x - 3y = 22 \\ x - y = 4 \end{cases}$					$\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 7x + 8y = 37 \end{cases}$	
LANZA NUEVAMENTE EL DADO	$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$	TARJETA Y	$\begin{cases} 5x - 10y = 25 \\ 8x + 2y = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} -x + y = -2 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} -4x + y = 20 \\ 6x - 9y = 0 \end{cases}$	PIERDES UN LANZAMIENTO

Anexo 8

Se presentan las instrucciones del juego en la pizarra de modo que sea visualizada por los estudiantes durante todo el transcurso del juego.

"Jugando con los sistemas de ecuaciones"

Instrucciones

1. A cada participante le corresponde una ficha.
2. Todos inician en la casilla de inicio.
3. Inicia el participante que obtiene el mayor puntaje al lanzar el dado.
4. Se avanza según el número que se obtiene al lanzar el dado.
5. Si se resuelve correctamente, el participante se mantiene en el mismo casillero que le tocó, si la respuesta es incorrecta se retrocede dos casilleros.
6. Si el participante le toca el casillero de la tarjeta x o y deberá resolver un problema.
7. Cada ejercicio o problema se debe resolver en tu cuaderno o en una hoja aparte.
8. Gana el jugador que llega primero a la meta.

Anexo 9

Observan y analizan la siguiente situación contextualizada.

Pelotas de colores

Un niño realiza las siguientes observaciones sobre un parque infantil de pelotas:

1. Hay pelotas verdes, rojas y amarillas.
2. El número de pelotas verdes y pelotas rojas es cinco veces el número de las amarillas.
3. El número de pelotas verdes es el triple que el de amarillas.
4. El total de pelotas amarillas y rojas asciende a 123.



Anexo 10

1. Dominio del conocimiento

Responden las siguientes preguntas:

- *¿Qué es una ecuación?*
- *¿Qué es un sistema de ecuaciones?*
- *¿Cómo está conformada un sistema de ecuaciones?*
- *¿Cuáles son las incógnitas planeadas?*

$$\text{Pelota verde} = v$$

$$\text{Pelota roja} = r$$

$$\text{Pelota amarilla} = a$$

- *¿Cuál es el sistema de ecuaciones planteado por el problema?*

El número de pelotas verdes y pelotas rojas es cinco veces el número de las amarillas:

$$v + r = 5a$$

El número de pelotas verdes es el triple que el de amarillas:

$$v = 3a$$

El total de pelotas amarillas y rojas asciende a 123:

$$a + r = 123$$

Anexo 11

2. Estrategias cognitivas

Conocen un nuevo método de resolución de sistema de ecuaciones, Método de Sustitución

- *Despejan una de las incógnitas en una de las ecuaciones*
- *Sustituyen la expresión obtenida en la otra ecuación y se resuelve la ecuación de una incógnita que resulta*
- *Calculan la otra incógnita en la ecuación despejada.*

Anexo 12

3. Estrategias metacognitiva

Aplican los pasos del método de sustitución

- *Sustituimos la v de la segunda ecuación en la primera ecuación:*

$$\begin{aligned}v + r &= 5a \\ 3a + r &= 5a\end{aligned}$$

- *Aislamos r :*

$$\begin{aligned}r &= 5a - 3a \\ r &= 2a\end{aligned}$$

- *Sustituimos r en la tercera ecuación:*

$$\begin{aligned}a + r &= 123 \\ a + 2a &= 123 \\ 3a &= 123 \\ a &= 41\end{aligned}$$

- *Ahora usamos el valor de a para obtener las otras incógnitas:*

$$\begin{aligned}r &= 2a = 82 \\ v &= 3a = 123\end{aligned}$$

Anexo 13

4. Sistema de creencias

Comprueban lo realizado reemplazando lo obtenido por las variables en las ecuaciones.

Anexo 14

EQUIPO DE BASQUET

Las estaturas en centímetros de 12 integrantes del equipo de básquet de la Institución Educativa "Madre Admirable" son las siguientes:

160; 168; 164; 164; 162; 168; 162; 168; 164; 162; 160; 168

¿Cuál es el promedio de la estatura de los estudiantes?
¿Cuál es el valor de la mediana y la moda? Realiza la interpretación de cada una de ellas.

Anexo 15

PREGUNTAS PREVIAS:

- O ¿Qué significa promedio? La suma de varias cantidades dividido por el número de sumandos.
- O ¿Qué es la moda y mediana? La moda es la frecuencia y la mediana es el término medio que se halla cuando los datos están ordenados.
- O ¿De qué otra manera podemos ordenar la información anterior? En una tabla de frecuencia simple.
- O ¿Cuáles son los elementos de la tabla de frecuencia? Frecuencia absoluta y relativa
- O ¿Cómo se halla cada uno? Frecuencia Absoluta es la cantidad que se repite cada dato y la relativa es la división de cada dato por el total

Anexo 16

PREGUNTAS PARA LA SITUACIÓN DE ACCIÓN:

- O ¿De qué trata el problema?
Las estaturas de los integrantes de un equipo de básquet
- O ¿Cuántos integrantes tiene el equipo de básquet?
12 integrantes

Anexo 17

PREGUNTAS PARA LA SITUACIÓN DE FORMULACIÓN:

- O ¿Qué debemos de averiguar?
La mediana, la moda y la media con su respectiva interpretación.
- O ¿Qué plan o estrategia seguirás para resolver la situación?
- O Para resolver la situación, ¿Será suficiente con lo que sabes o necesitas conocer algo más?
- O ¿Cómo podemos hallar esas medidas?
Para hallar la mediana debemos de ordenar los datos y encontrar el término medio, para la moda es el frecuente y para la media sumar los términos y dividirlos entre la cantidad.

Anexo 18

ACTIVIDADES PARA LA SITUACIÓN DE VALIDACIÓN:

○ Calcula las medidas de tendencia central utilizando la estrategia elegida.

➤ Mediana:

Ordenamos los datos

160; 160; 162; 162; 162; 164; 164; 164; 168; 168; 168; 168

Me= (164+164)/2=328/2=164

➤ Moda:

Frecuencia

Mo= 168

➤ Media:

$\bar{x} = (160 \times 2 + 162 \times 3 + 164 \times 3 + 168 \times 4) / 12$

$\bar{x} = 1970 / 12$

$\bar{x} = 164,16$

○ Responde a la pregunta del problema.

- Mediana; El 50% de la estatura de los jugadores de básquet es menor a 164 y el otro 50% más de 164.
- Moda; La mayoría de la estatura de los jugadores es de 168.
- Media; El promedio de la estatura de los jugadores es de 164,16.

Anexo 19

PREGUNTAS PARA LA SITUACIÓN DE INSTITUCIONALIZACIÓN:

○ Luego de realizar las actividades, comparar los procedimientos y verificar las respuestas, ¿a qué conclusiones puedes llegar?

La mayoría de jugadores tiene 168 centímetros.

El promedio de estatura de los jugadores es de 164,16 aproximadamente.

○ Supongamos que en la situación anterior no hay ningún jugador de 168 centímetros de estatura. ¿Cuál sería la moda?

Sería bimodal, ya que el 162 y 164 tienen la misma cantidad de frecuencia.

Anexo 20

PUNTAS, BORDES Y CONSTRUCCIONES

La profesora Teresa ha pedido a sus estudiantes que construyan dos prismas regulares, uno triangular y otro pentagonal, con cañitas que se unirán con plastilina. La altura de ambos prismas será de 12 cm, los lados de las bases triangulares medirán 5 cm y los lados de las bases pentagonales medirán 4 cm. Si cada estudiante construirá un prisma de cada clase, ¿cuántas cañitas de cada longitud usará? ¿Cuántas bolitas de plastilina necesitará?

Anexo 21

PREGUNTAS PREVIAS:

- ¿Conceptos matemáticos se van a trabajar?
- ¿Será útil dibujar los prismas?
- ¿Conceptos matemáticos se van a trabajar?
- ¿Y emplear una tabla?
- ¿Qué ventajas tendrá construir los prismas indicados?

Anexo 22

PREGUNTAS PARA LA FASE DE INFORMACIÓN:

- ¿De qué trata el problema??

De calcular la cantidad de cañitas de cada longitud y la cantidad de bolitas de plastilina que usará cada estudiante para construir los dos prismas.

- ¿Cuántos lados tiene la base de un prisma triangular? ¿Y la base de un prisma pentagonal?

La base de un prisma triangular tiene tres lados, y la base de un prisma pentagonal tiene cinco lados.

- ¿Qué forma tienen las caras laterales de los prismas?

Rectangular

Anexo 23

ACTIVIDADES PARA LA FASE DE ORIENTACIÓN DIRIGIDA:

○ Construye polígonos regulares con el material recibido. Por ejemplo, 2 triángulos, 2 cuadrados, etc. Luego, completa la tabla.

Polígonos	N° de popotes	N° de bolitas de plastilina que sirven para unir dos popotes
1 triángulo		
2 triángulos		
1 cuadrado		
2 cuadrados		

Anexo 24

PREGUNTAS PARA LA FASE DE ORIENTACIÓN DIRIGIDA:

○ Construye prismas considerando como bases los polígonos que formaste. ¿Cuántas cañitas se tienen que agregar en cada caso? ¿Y cuántas bolitas de plastilina?

Para el prisma triangular se tienen que agregar 3 popotes; para el cuadrangular, 4 popotes; para el pentagonal, 5 popotes, etc. No es necesario agregar bolitas de plastilina

Anexo 25

PREGUNTAS PARA LA FASE DE EXPLICACIÓN:

O ¿Qué concepto matemático representan los popotes? ¿Y las bolitas de plastilina?

Los popotes representan las aristas, y las bolitas de plastilina, los vértices.

O Dibuja los prismas de la situación inicial y completa la tabla.

Nombre del prisma		
Nº de aristas de las bases		
Nº de aristas laterales		
Nº de vértices		

O ¿Cuántos popotes de cada tipo necesitarán los estudiantes de la profesora Teresa? ¿Y cuántas bolitas de plastilina?

Necesitarán 8 popotes de 12 cm, 6 de 5 cm y 10 de 4 cm; además, 16 bolitas de plastilina.

Anexo 26

PREGUNTAS PARA LA FASE DE ORIENTACIÓN LIBRE:

O ¿Cómo calculas la cantidad de aristas que tiene un prisma?

Se multiplica por 3 el número de lados de la base.

O Si se construye un prisma octogonal, ¿cuántas bolitas de plastilina se necesitarán? ¿Por qué?

16, porque irían 8 en cada base: $8 \times 2 = 16$

Anexo 27

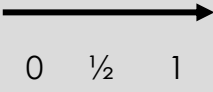
PREGUNTAS PARA LA FASE DE INTEGRACIÓN:

O Completa las afirmaciones con igual, el doble o el triple según corresponda.

- El número de vértices de un prisma es _____ del número de lados del polígono de su base. El número total de aristas es _____ de dicho número de lados.
- El número de aristas de las bases es _____ del número de aristas laterales.

Anexo 28

TUTTI FRUTTI DE FRACCIONES

Fracción	$\frac{1}{2}$		
Se lee	Un medio		
Opuesto	$-\frac{1}{2}$		
Lectura del opuesto	Menos un medio		
Suma de la fracción y opuesto	$\frac{1}{2} + -\frac{1}{2} = 0$		
Distancia de la fracción al cero	$\frac{1}{2}$		
Distancia del opuesto al cero	$\frac{1}{2}$		
Dibujo en la recta numérica			
Puntaje Total	70 pts.		

Anexo 29

PREGUNTAS PARA LA FASE DE ADAPTACIÓN:

- ¿Conoces el juego tutti frutti?
- ¿Sabes en qué consiste?

Anexo 30

PREGUNTAS PARA LA FASE DE ESTRUCTURACIÓN:

- ¿Qué reglas puedes plantear para la realización del juego?

Dictar una fracción, completar los datos de la primera columna y el participante que termine primero sin ningún error obtendrá el doble de puntos.

Dictar todas las fracciones y que gane quién complete todo el cuadro.

- ¿Cuánto tiempo propones para el juego?

El tiempo depende de la persona que termine primero, para los otros dos puestos se considera un máximo de 3 minutos.

Anexo 31

PREGUNTAS PARA LA FASE DE ABSTRACCIÓN:

- ¿Qué conceptos matemáticos deduces del juego?

El opuesto de una fracción es el mismo valor, pero en negativo.

La suma de una fracción y su opuesto es igual a cero.

La distancia de una fracción hacia el cero es siempre un valor absoluto

- ¿Qué estrategia emplearías para el desarrollo de la actividad?

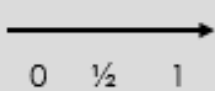
Respuesta libre.

- ¿En qué otros temas puedes emplear esta actividad recreativa?

Respuesta libre.

Anexo 32

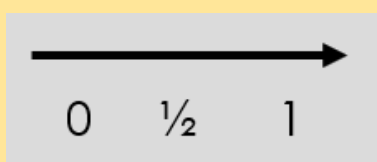
ACTIVIDAD PARA LA FASE DE REPRESENTACIÓN GRÁFICA:

Fracción	$\frac{1}{2}$
Se lee	Un medio
Opuesto	$-\frac{1}{2}$
Lectura del opuesto	Menos un medio
Suma de la fracción y opuesto	$\frac{1}{2} + -\frac{1}{2} = 0$
Distancia de la fracción al cero	$\frac{1}{2}$
Distancia del opuesto al cero	$\frac{1}{2}$
Dibujo en la recta numérica	
Puntaje Total	70 pts.

Anexo 33**PREGUNTAS PARA LA FASE DE DESCRIPCIÓN DE LAS REPRESENTACIONES:**

O ¿Qué relación encuentras entre la fracción y su ubicación en la recta numérica?

En la fracción $\frac{1}{2}$ el denominador es 2 y numerador es 1. En la recta numérica se observa que del 0 al 1 existe una división en dos partes, entonces se deduce que el denominador es el que indica en cuantas partes se va a dividir la recta y el numerador indica en donde se ubicará.

**Anexo 34****PREGUNTAS PARA LA FASE DE FORMALIZACIÓN**

O ¿A qué conclusiones puedes llegar luego de la actividad realizada?

Respuesta libre.

O ¿Qué otro juego puedes crear o adaptar para el tema trabajado el día de hoy?

Respuesta libre.