

NOMBRE DEL TRABAJO

5. TESINA RAFAEL-QUISPE-TACZA.docx

AUTOR

ENRIQUE QUISPE

RECUENTO DE PALABRAS

11297 Words

RECUENTO DE CARACTERES

63757 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

66 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

910.5KB

FECHA DE ENTREGA

Jan 30, 2024 2:31 PM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Jan 30, 2024 2:32 PM GMT-5**● 18% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos

- 17% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 9% Base de datos de trabajos entregados
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

● Excluir del Reporte de Similitud

- Material bibliográfico
- Material citado
- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 16 palabras)

**ESCUELA DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICA PÚBLICA
MONTERRICO
PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE**



**DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS
ENTEROS**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE
BACHILLER EN EDUCACIÓN**

AUTORES

QUISPE RAMOS, Enrique Alexander
RAFAEL DIAZ, Marlon Denher
TACZA TORRES, Nayra Noelia

ASESOR

MG. CAMPOS ALARCÓN, Emilio Jesús

Commented [ECJA1]: La caratula no va numerada

Lima, octubre 1 del 2023

ÍNDICE

Commented [ECJA2]: Coloca los puntos hacia la numeración.

Introducción	4
Planteamiento del Problema	5
Justificación	9
Objetivos	9
Objetivo general:	9
Objetivos específicos:	9
CAPÍTULO I: Marco teórico conceptual	10
Antecedentes	10
1.1 Aprendizaje en la matemática	12
1.1.1 Concepto de Aprendizaje	12
1.1.2 Concepto de Matemática	13
1.1.3 Polya como proceso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas	14
1.2. Entendimiento del concepto de número entero.	16
1. 2.1 Comprender la relación entre números enteros y números naturales.	18
1. 2.2 Comprender el concepto de opuesto o inverso aditivo en números enteros.	20
1. 2.3 Operaciones con números enteros	20
1.3 Problemas Verbales con números enteros	26
1.3.1 Concepto	26
1.3.2 Dificultades al resolver problemas verbales que requieren operaciones con	

números enteros	27
1.3.3 Estrategias de traducción de situaciones reales en problemas que involucran números enteros	28
1 CAPÍTULO II: Metodología de la investigación	33
2.1 Enfoque y diseño de la investigación	34
2.2 Análisis e interpretación de los resultados	34
CONCLUSIONES	34
REFERENCIAS	34
ANEXOS	36
ANEXO 01	36
ANEXO 02	37
ANEXO 03	38

Introducción

En el mundo de las matemáticas, la comprensión y manipulación de los números enteros son pilares fundamentales para el desarrollo de habilidades numéricas. Sin embargo, a pesar de su naturaleza aparentemente simple, la resolución de operaciones básicas con números enteros puede representar un desafío significativo para muchos estudiantes de la EBR. Esta dificultad no solo obstaculiza el aprendizaje temprano en matemáticas, sino que también puede impactar la comprensión de conceptos más avanzados como el conjunto de los números racionales o reales.

El propósito de esta investigación es describir las dificultades que enfrentan los estudiantes de la EBR al resolver operaciones básicas con números enteros. Se dará a conocer los conceptos o definiciones respecto al aprendizaje de la matemática y números enteros, al igual que se examinarán las dificultades más comunes que surgen durante operaciones básicas como la suma, resta, multiplicación y división de enteros. Además, se buscarán estrategias y metodologías efectivas para abordar estas dificultades, con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en este aspecto crucial de las matemáticas.

A través de un análisis detallado y exhaustivo, se pretende proporcionar una visión clara y soluciones prácticas para superar las barreras que impiden una comprensión sólida y fluida de las operaciones con números enteros, sentando así las bases para un aprendizaje matemático más efectivo y accesible para todos los estudiantes.

Planteamiento del Problema

Desde las primeras civilizaciones de la humanidad, las matemáticas han servido como un lenguaje universal de la ciencia y la razón, impulsora del progreso humano ya que ha permitido comprender sobre el mundo que nos rodea y desarrollar inventos que ayudaron a mejorar la sociedad y solucionar problemas de la época. Si bien, el estudio de las matemáticas se percibe como herramienta académica que solo veremos en la escuela, la verdad es que se encuentra dentro de diferentes aspectos de nuestra vida diaria como el determinar el precio de un producto o su pago exacto, evaluar el tiempo que demoramos en llegar a nuestro destino o el presupuesto para el mes usando el sueldo que tenemos.

“La enseñanza de las matemáticas busca su implementación en contextos cercanos a la realidad permitiendo al sujeto lograr de forma efectiva la resolución de problemas y ya no concentrarse en los conceptos y métodos, sino en sus diferentes interpretaciones. Siempre pretendiendo que estos aprendizajes sean manejados por los estudiantes en el momento de enfrentarse a situaciones que necesariamente no tienen una única solución. (Hernandez, 2019)”. Esto nos ayuda a fomentar nuestro pensamiento crítico y lógico al analizar situaciones, tomar decisiones informadas y encontrar soluciones efectivas.

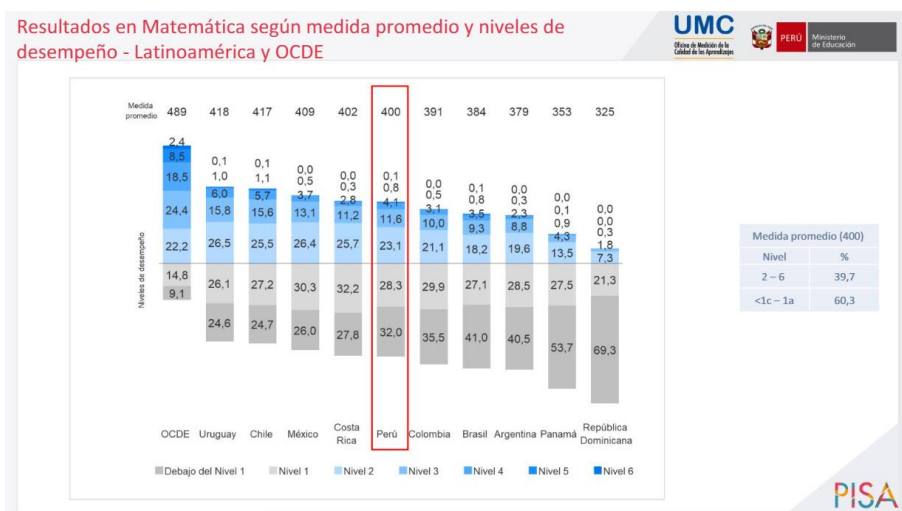
Por otro lado, el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), desarrollado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), tiene por objetivo evaluar la capacidad de los estudiantes que han culminado la etapa de enseñanza obligatoria (edad de 15 años), para corroborar que sean capaces de utilizar sus conocimientos y habilidades frente a los desafíos de la vida cotidiana e integrarse a la vida laboral. Tomando los datos obtenidos del informe PISA 2018 en el área de matemática, de los 5 países sudamericano participantes, Perú se encuentra en el tercer puesto, ubicado en el nivel

de desempeño 1 con un puntaje promedio de 400 de 669, y a nivel mundial se encuentra en el puesto 65 de 79, liderando China con un puntaje de 591 de 669.

Commented [ECJA3]: Ortografía

Figura 1:

Resultados PISA 2018.



Nota: Resultados de la prueba PISA 2018 en el área de matemática.

De igual manera, la Evaluación Muestral de estudiantes (EM), el cual, es una evaluación estandarizada que se aplica a una muestra representativa de estudiantes del país para medir sus aprendizajes y participan escuelas públicas y privadas. Esta busca evaluar las competencias desarrolladas al finalizar el 6° ciclo, 2° ciclo y 4° ciclo de la educación básica regular, lo que supone que los estudiantes hayan recibido el servicio educativo en condiciones similares y comparables.

Actualmente, la Unidad de Medición de la Calidad Educativa – UMC, evalúa de manera censal a los estudiantes de cuarto grado de primaria de educación básica regular

(EBR), cuarto grado de educación intercultural bilingüe (EIB) y a segundo grado de secundaria de EBR, a través de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE).

Figura 2:

Evaluación muestral de estudiantes.



Nota: Resultados nacionales de estudiantes de 2 grado de secundaria. (MINEDU, 2022).

Por ello, esta prueba nos indica que los estudiantes aún se encuentran en la etapa de “inicio” respecto al área de matemática. Además, se puede percibir que hubo un descenso en el año 2022 habiendo terminado la pandemia, lo que demuestra que no se ha podido otorgar una enseñanza adecuada y eficaz durante el tiempo que estuvimos en cuarentena.

Una de las dificultades identificadas en la prueba refiere a la comprensión y aplicación de los números enteros en operaciones básicas, es decir, el grupo de números pertenecientes a los números naturales así como sus elementos opuestos a la recta numérica incluyendo el cero (0) (Ministerio de Educación, 2022). Podemos comprender el porqué es

difícil para algunos estudiantes este tipo de operaciones ya que no existe una representación física o gráfica dentro de la realidad.

Los números enteros se utilizan en una variedad de contextos matemáticos y científicos tales como aritmética, economía, informática, entre otros, de los cuales usamos para determinar magnitudes de medición, activos financieros, representación de temperatura: lo que lo convierte en una herramienta para la resolución de problemas y la toma de decisiones en diversas disciplinas. Estas dificultades pueden manifestarse en errores conceptuales, operaciones básicas, comparación y orden, representación y notación, propiedades y reglas.

Commented [ECJA4]: Falta ortográfica

Dichos resultados se han podido percibir durante nuestros periodos de práctica en las instituciones educativas Manuel Gonzales Prada y Héroes de San Juan, hemos podido observar que muchos estudiantes poseen diversas dificultades al momento de realizar las operaciones básicas con números enteros realizadas en clase o tareas dejados por el docente. Al inicio de la prácticas discontinuas se realizaron y tomaron pruebas diagnósticas donde se evaluaban las 4 competencias de matemática, de manera que, los resultados obtenidos arrojaron que los estudiantes en su mayoría poseen un bajo desarrollo de las competencias, en específico la competencia “Resuelve problemas de cantidad”.

Estos resultados, nos ha permitido entender que pese a estar en secundaria, muchos de ellos aún no han logrado desarrollar lo esperado para el ciclo 6 competencia “Resuelve problemas de cantidad” al momento de terminar el año escolar y pasar al siguiente año.

Entre los problemas principales que se han percibido al momento de realizar operaciones básicas están los siguientes, equivocarse al realizar sumas y restas con números enteros, equivocarse al realizar multiplicación y división debido a que lo realizan por memorización de las tablas, confusión en la ley de signos para las cuatro operaciones básicas

(adición, sustracción, multiplicación y división), no respetan el orden de las operaciones dentro de las operaciones combinadas (paréntesis, corchetes, multiplicación, adición, etc.) y no logran entender bien cuáles son los datos y qué es lo que piden en los problemas contextualizados del tema que se enseña.

Debido a lo expresado anteriormente, formulamos la siguiente pregunta: *¿Qué dificultades presentan los estudiantes de la EBR en la resolución de operaciones básicas con números enteros?*

Justificación

La presente investigación aborda tres unidades de investigación; conceptualización del aprendizaje en la matemática, entendimiento del concepto del número entero e identificación de problemas verbales con números enteros, todo ello tiene gran importancia por varias razones una de ellas es base para conceptos matemáticos más avanzados (Q, R, C), ya que tener un dominio sólido de la comprensión de los números enteros facilitará el entendimiento, resolución, manipulación de otros conjuntos numéricos.

1 El trabajo de investigación es documental informativo justificándose teóricamente en diferentes autores que brindan definiciones de cómo entendemos el concepto de aprendizaje en las matemáticas y números enteros, al igual que nos proporcionan estrategias de resolución de problemas verbales y operaciones básicas.

Esta investigación es significativa porque existe la necesidad de dar a conocer a los docentes sobre las diferentes dificultades que presentan los estudiantes de la EBR en las

operaciones básicas con números enteros y qué estrategias se pueden implementar para mejorar la comprensión y resolución de estas problemáticas.

Esta investigación es imprescindible o necesaria para que los docentes reconozcan la diversidad en las dificultades individuales de los estudiantes al abordar operaciones con números enteros y adapten sus métodos de enseñanza para satisfacer estas necesidades.

1 El presente trabajo es viable ya que se han utilizado diferentes recursos bibliográficos como libros digitales, repositorios de diferentes universidades, documentos afines con el objetivo de recabar información teórica para poder sustentar la investigación. Así mismo, se han consultado revistas, diarios, artículos de acceso libre. 1 La tesina se ha realizado progresivamente en un lapso de 4 meses elaborando ambos capítulos que se han mencionado en la introducción. En cuanto a los recursos financieros, el costo ha sido mínimo debido a que sólo se ha requerido el servicio de internet para búsqueda de información. Además, el trabajo sostenido y responsable del equipo investigador.

Objetivos

Objetivo general:

Describir ~~cuales son~~ las dificultades que presentan los estudiantes de la EBR en la resolución de operaciones básicas con números enteros.

Objetivos específicos:

- Explicar sobre el concepto del aprendizaje así como las diferentes teorías referentes a esta, mencionando el proceso didáctico de Polya como método efectivo más usado frente a la enseñanza de la matemática.
- Comprender la definición de los números enteros, su relación con los números naturales, operaciones básicas y sus propiedades.
- Proporcionar estrategias didácticas que puedan ser implementadas para superar las dificultades en la resolución de problemas verbales.

Commented [ECJA5]: ortografía

1 CAPÍTULO I: Marco teórico conceptual

La investigación presenta un problema de interés de la realidad nacional y considera por lo menos tres antecedentes de contexto actual para su fundamentación.

Antecedentes

Un antecedente nacional a considerar es la tesis de segunda especialidad de Dueñas Cotrina Lucia, Meza Loreña Ruth y Meza Loreña Katerynn (2022) que tiene como título “Jamboard y Aprendizaje de operaciones básicas con números enteros en estudiantes del CEBA N° 32011 Hermilio Valdizan, Huanuco 2021” el cual tuvo como objetivo probar la aplicación de Jamboard para la mejora de los aprendizajes de las operaciones básicas con números enteros en los estudiantes del tercer grado del CEBA N° 32011 Hermilio Valdizan, Huanuco 2021; puesto que, la gran preocupación por los docentes fue la búsqueda de mejorar e implementar estrategias educativas de calidad para las clases a distancia en el área de matemática y por

ello las estrategias que trabajan tiene como característica el aprender a aprender basado en teorías como el aprendizaje autónomo, colaborativo y sobre todo el conectivismo. Esta investigación empleó una metodología de diseño cuasiexperimental aplicado a un grupo de control y un grupo experimental conformado por 21 estudiantes de tercer grado nivel avanzado del CEBA N° 32011 Hermilio Valdizan, teniendo como conclusión que al finalizar el proceso de aplicación del Jamboard se ubicaron en el calificativo BUENO con una tendencia a la escala superior y que el nivel de aprendizaje de las operaciones básicas con números enteros, antes y después del proceso de aplicación del Jamboard, según la escala calificativa mejoraron 6,00 puntos en promedio. La mencionada investigación guarda relación con la nuestra pues aborda el tema de operaciones básicas con números enteros, donde ambas investigaciones dan a conocer los conceptos de los números enteros, pero se diferencian en que una utiliza una aplicación y la otra revela las dificultades.

De igual manera, la tesis titulada El módulo de números enteros y la mejora del rendimiento académico del área de matemática en los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2018 formulada por Valle (2019) tiene como objetivo establecer si el uso del módulo de números enteros mejora del rendimiento académico del área de matemática, para ello realizó una investigación con enfoque cuantitativo, de tipo sustantivo o de base, con un diseño cuasi experimental: Pre test, Postest con grupos intactos teniendo como población a 269 estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco que cursan estudios en el año lectivo 2018. Los resultados obtenidos de la investigación demostraron que existe relación significativa entre la aplicación del módulo de los números enteros y el mejoramiento del rendimiento académico del área de matemática, a nivel de la prueba total y

por las dimensiones: comunicación matemática, razonamiento y demostración y resolución de problemas.

Asimismo, otra investigación, realizada en El Socorro Colombia en el año 2022 por Arenas Suarez Diego Fernando y Ayala Ramírez Laura Sofía en la Universidad Libre Seccional Socorro, Facultad de Ciencias de la Educación, el cual lleva por título “ Uso de herramientas TIC como estrategia didáctica para potenciar la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas de los números enteros con los estudiantes de sexto del Colegio San Vicente de Paúl de San Gil” y cuyo objetivo fue potenciar el desarrollo del pensamiento numérico mediante la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas de números enteros a partir de estrategias didácticas apoyadas con las TIC en estudiantes del grado sexto del Colegio San Vicente de Paúl de San Gil. Asimismo, encontramos una relación en que buscamos identificar las principales dificultades que poseen los estudiantes al resolver problemas con números enteros y ante ello proponemos estrategias didácticas que podríamos aplicar para afrontarlas. De igual manera, se ha evidenciado que esta investigación valora y evalúa el grado de desarrollo del pensamiento numérico de los estudiantes de sexto grado en el contexto de la resolución de problemas que implican operaciones con números enteros, y obtiene como resultado una mejoría en relación a conocimientos de dicha área.

1.1 Aprendizaje en la matemática

1.1.1 Concepto de Aprendizaje

Lo definimos como todo los conocimientos que adquirimos en nuestra vida cotidiana así también como habilidades, destrezas, aptitudes, etc. Esto se obtendrá

Commented [ECJA6]: Quitar el espacio

a través de la experiencia, la observación y la formación. A continuación se harán una breve descripción de las diferentes teorías de aprendizaje:

- a) **Conductismo:** Se considera como fundador de esta teoría a J.B Watson, es una corriente de la psicología que se centra en el comportamiento humano y animal, deja de lado todo lo intrínseco para concentrarse en las conductas observables y medibles. Esta conducta está determinada por refuerzos y castigos.
- b) **Cognoscitivismo:** De acuerdo con esta teoría la enseñanza puede reducirse en los siguientes puntos: aprender y solucionar problemas, aprendizajes significativos con sentido, desarrollar habilidades intelectuales y estratégicas, proceso sociocultural, conocimiento previo y metas de aprendizaje.
- c) **Constructivismo:** Los principales investigadores son Piaget y Ausubel, sus principales aportes de esta teoría son: el estudiante es responsable de su propio conocimiento, construye su conocimiento por sí mismo, relaciona la información nueva con conocimientos previos, establece relaciones entre elementos, da significado a la información que recibe, necesita un apoyo y el docente se convierte en el orientador.
- d) **Aprendizaje social:** El aprendizaje directo no es el principal mecanismo de enseñanza, sino que el elemento social de la base de un aprendizaje nuevo en los individuos, esta teoría resulta útil

Commented [ECJA7]: Quitar el espacio en todos

16 para explicar cómo las personas aprenden y desarrollan nuevas formas de conducirse mediante la observación a otros individuos.

- e) **Socioconstructivismo:** Desarrollado por L.S Vigotsky, se basa en el estudiante como ser social, donde la cultura modifica o crea todo su aprendizaje, si el conocimiento de una persona se construye socialmente de acuerdo a esta teoría será entonces necesario que la planeación se diseñe con actividades que permitan precisamente esa interacción social y que la relación no se centre en estudiante-docente, sino que se lleve a éste a su comunidad y se promueva la participación activa con sus pares.

1.1.2 Concepto de Matemática

Guillermo (2023) nos menciona que las matemáticas “son una ciencia formal, que estudia la relación entre entes o elementos abstractos, como son los números, los signos y las figuras”

Yirda (2023) nos define que “la matemática es una ciencia lógica deductiva, que utiliza símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos. Esta ciencia enseña al individuo a pensar de una manera lógica y por lo tanto a desarrollar habilidades para resolver problemas y tomar decisiones”.

Perez y Merino (2021) nos mencionan que “La matemática es la ciencia deductiva que se dedica al estudio de las propiedades de los entes abstractos y de sus relaciones.

Esto quiere decir que las matemáticas operan con números, símbolos, figuras geométricas, etc”.

Se aprende como un idioma o lenguaje, ya que la matemática posee un sistema de símbolos que incluyen reglas de construcción y reglas de transformación. Este lenguaje favorece la representación, el desarrollo de la disciplina y facilita la adquisición de aprendizajes posteriores. La Matemática posee todas las ventajas para ser enseñada de manera adecuada y aprendida significativamente, para ello se realiza un diagnóstico que permita recoger el nivel académico de las diferentes competencias matemáticas de los estudiantes.

1.1.3 Polya como proceso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas

La solución de problemas tiene gran importancia ya que además de incentivar a la investigación e indagación de algún tema lleva al estudiante a adquirir conocimientos nuevos y habilidades de razonamiento durante el proceso de solucionar algún problema.

Proceso didáctico de George Polya (1945)

El autor plantea una serie de pasos con preguntas que permite al estudiante estimular su pensamiento y razonamiento mientras resuelve situaciones problemáticas, y para ello se debe realizar esta serie de 4 pasos:

1. Comprender el problema: Este paso inicial es de gran importancia. El estudiante debe entender claramente que se le está pidiendo antes de proponer alguna operación para solucionar el problema. Formular y responder preguntas como: *¿Cuál es la incógnita?, ¿Qué datos aporta el enunciado?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es la*

condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿Es insuficiente? Una vez resueltas estas cuestiones, es necesario determinar si los datos dados en el problema son suficientes para la resolución del problema y si alguna información del mismo es irrelevante.

2. Concebir el plan: En esta etapa el estudiante utiliza sus conocimientos, imaginación y creatividad para elaborar una estrategia que le permita encontrar la o las operaciones necesarias para resolver el problema; es importante utilizar aquellos problemas que no tienen un único camino para encontrar la solución. El docente puede plantear las siguientes preguntas: ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoces algún problema relacionado con este? ¿Puedes decir el problema de otra forma? ¿Puedes expresarlo con tus propias palabras?.

3. Ejecutar el plan: En este paso el estudiante debe implementar la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema. El autor sugiere que se debe brindar un tiempo prudente para ejecutar el plan; si no se alcanza el éxito, se debe dejar el problema a un lado y continuar con otro para retomarlo más adelante.

2. Examinar la solución: Este último paso es muy importante, ya que el estudiante tiene la posibilidad de revisar su trabajo y asegurarse de no haber cometido algún error; se puede orientar con preguntas como: ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general? Si al resolver los problemas los estudiantes emplean en

Commented [ECJA8]: Después de un sano de interrogación no va punto

Commented [ECJA9]: Quitar espacio.

forma consciente y cuidadosa cada uno de los anteriores pasos, aprenderán a diseñar y poner en práctica estrategias que les permitan alcanzar el éxito.

1.2. Entendimiento del concepto de número entero.

Los números enteros no fueron "descubiertos" en el sentido de ser algo que existiera independientemente y que luego se encontrara. Más bien, los números enteros son un concepto matemático que se desarrolló a lo largo del tiempo como una herramienta para contar, medir y describir cantidades y que han sido utilizados desde tiempos antiguos por diversas culturas en todo el mundo. J. L. Herrera y A. Zapatera (2020) considera que "los objetos matemáticos son parte del mundo físico y propone que, cuando el pensamiento deductivo no sea suficiente, se recurre al pensamiento natural, al sentido común o a la intuición para dar razones de sustento a lo matemático".

- Babilonios: Los babilonios, alrededor de 300 a.C., tenían un sistema numérico que incluía números enteros. Utilizaban una notación de base 60 y registraban cálculos algebraicos en tablillas de arcilla.
- Egipcios: Los egipcios también tenían un sistema numérico que incluía números enteros. Utilizaban jeroglíficos para representar cantidades y realizar cálculos para propósitos prácticos y arquitectónicos.
- Matemáticos Indios: Los matemáticos indios, especialmente en la antigua India, hicieron contribuciones significativas al desarrollo de los números enteros. Alrededor del siglo VI d.C., se utilizó una notación posicional y se desarrolló el concepto de

cero, lo que permitió representar y manipular números enteros de manera más eficiente.

Para comprender los números enteros y su evolución, sería más preciso estudiar el desarrollo de sistemas numéricos en diferentes civilizaciones y revisar textos matemáticos antiguos que abordan la definición y conceptos relacionados con la aritmética y la numeración.

23 Los números enteros son un conjunto numérico que incluye todos los números naturales, sus opuestos (negativos) y el cero. Este conjunto se representa matemáticamente como $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Los números enteros se utilizan para representar cantidades que pueden ser tanto positivas como negativas, así como para modelar situaciones donde no hay fracciones o partes fraccionarias involucradas.

En el ámbito matemático, los números enteros son fundamentales en la teoría de números, el álgebra y otras ramas de las matemáticas puras y aplicadas. Estos números son esenciales en problemas de conteo, representación de datos discretos y algoritmos matemáticos. La comprensión de los números enteros es crucial en diversas disciplinas científicas y tecnológicas para abordar problemas que involucran cantidades enteras y situaciones donde se requiere la manipulación de valores completos.

El libro "Introduction to the Theory of Numbers" (Niven, Zuckerman & Montgomery, 1956) aborda una variedad de temas fundamentales en esta rama de las matemáticas centrándose en proporcionar una introducción completa y accesible a

conceptos clave y teoremas relacionados a los números enteros del cual mencionaremos algunos:

- **17** Teorema Fundamental de la Aritmética: Establece que cada número entero mayor que 1 puede ser factorizado de manera única como un producto de números primos. La "factorización única" significa que, aparte del orden de los factores, no hay otra manera de descomponer el número. Este teorema es esencial en la teoría de números y forma la base para muchos resultados importantes.
- Función Phi de Euler: Denotada como $\phi(n)$, cuenta **25** la cantidad de números enteros positivos menores que n que son coprimos (tienen el máximo común divisor igual a 1) con n . La fórmula general para $\phi(n)$ es compleja, pero para números primos p , $\phi(p) = p - 1$.
- Problemas Diophantinos: Son ecuaciones polinómicas o algebraicas que involucran soluciones enteras. Llevan el nombre del matemático griego Diophantus. Un ejemplo clásico es la ecuación de Fermat $x^n + y^n = z^n$, donde x , y , y z son números enteros y n es un entero mayor que 2. Pierre de Fermat conjeturó que no hay soluciones enteras para $n > 2$, y esta conjetura se conoce como el Último Teorema de Fermat.
- Teorema de Wilson: El Teorema de Wilson establece una condición necesaria y suficiente para que un número entero positivo p sea primo. La condición es que $(p - 1)! + 1$ sea divisible por p . En otras palabras, si $(p - 1)! + 1$ es divisible por p , entonces p es primo; y si p es primo, entonces $(p - 1)! + 1$ es divisible por p .

1. 2.1 Comprender la relación entre números enteros y números naturales.

La relación entre números naturales y números enteros se puede entender al extender la operación suma y la relación de orden a los números enteros, junto con sus propiedades y la funcionamiento del producto creando el dominio de integridad, una nueva estructura que sintetiza las propiedades formales del nuevo conjunto e incluye las naturales como su propio subconjunto, del cual es una extensión (Rico, 2019). Esto es impulsado por las necesidades prácticas y teóricas en diversos campos como el comercio, la astronomía, la física y las matemáticas. Una definición breve de ambos son las siguientes:

Commented [ECJA10]: Coreegir

- Números Naturales (\mathbb{N}): Son “aquellos que se obtienen a partir de 0 e incrementando 1 en cada paso que, por tanto, obedecen a la inducción matemática. Si n es un número finito, $n+1$, al que se llama sucesor de n es también finito y distinto de n (...) Esto es, los números finitos son aquellas clases que no son semejantes a las partes de sí mismas que se obtienen quitando términos singulares.” (Russell, 1973, pp. 491-493).
- Números Enteros (\mathbb{Z}): Este conjunto es una expansión de los números naturales e incluye no solo los números naturales positivos, sino también sus opuestos (números negativos) y el cero. Matemáticamente, se expresa como $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Sin embargo, Whitehead y Russell (1910 - 1913) en el libro "Principia Mathematica" no abordan específicamente la relación entre los números enteros y los números naturales de la manera en que estos términos se utilizan comúnmente ya que no los presentan como conceptos separados. Su enfoque es más abstracto y se centra

en la construcción formal de los números naturales y los enteros a partir de principios lógicos, derivando los números naturales a través de la teoría de conjuntos y la lógica de primer orden y utilizando conceptos como números cardinales y ordinales que representan el orden o posición de un elemento en una serie, del cual son derivados para formar pares ordenados y lograr representar los números enteros positivos y negativos..

Commented [ECJA11]: Quitar punto que está demás

En otras palabras, los números naturales son un subconjunto de los números enteros que surgieron como respuestas a necesidades prácticas y conceptuales en la evolución de las matemáticas y la sociedad. Cada número natural tiene una correspondencia directa en el conjunto de números enteros, ya que simplemente se añaden los números negativos y el cero. Esto refleja la capacidad humana para desarrollar conceptos abstractos que son fundamentales en nuestra comprensión del mundo y en la resolución de problemas prácticos.

1. 2.2 Comprender el concepto de opuesto o inverso aditivo en números enteros.

El opuesto aditivo, también conocido como inverso aditivo, de un número entero es otro número entero que, cuando se suma al número original, produce la suma igual a cero. En otras palabras, si "a" es un número entero, entonces su opuesto aditivo se denota como "-a", y la siguiente ecuación es cierta: $a + (-a) = 0$ / $(-a) + a = 0$

Commented [ECJA12]: Unificar tipo de fuente

Aquí hay algunos ejemplos para ilustrar el concepto:

- Para el número 3, su opuesto aditivo es -3 , ya que $3 + (-3) = 0$ / $(-3) + 3 = 0$.
- Para el número -7 , su opuesto aditivo es 7 , ya que $(-7) + 7 = 0$ / $7 + (-7) = 0$.
- El cero es su propio opuesto aditivo, ya que $0 + 0 = 0$ / $0 + 0 = 0$.

Este concepto es fundamental en los números enteros y proporciona una noción de "cancelación" en la suma. Si tienes un número entero "a" y le sumas su opuesto aditivo "-a", obtendrás cero. La existencia de opuestos aditivos es una característica importante que distingue a los números enteros de los números naturales.

1. 2.3 ⁴ Operaciones con números enteros

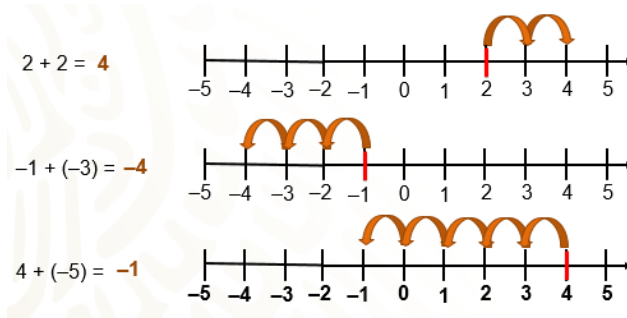
Consisten en sumar, restar, dividir y multiplicar teniendo en cuenta la regla de signos, estas operaciones básicas son trabajadas desde el primer año de secundaria según lo establecido en el Currículo Nacional. Dichas operaciones resultan ser difíciles para los estudiantes ya que no cuentan con una base fundamental que se debió recibir durante la primaria. Estas operaciones son:

Suma de números enteros

Es una operación matemática básica que combina dos o más números para obtener una suma o total. Cuando trabajamos con números enteros, la adición sigue reglas específicas dependiendo del signo que tenga, por ejemplo, si los números son del mismo signo, se suman ambos valores y conservan el signo;

sin embargo, si los signos son diferentes, se restan los valores absolutos y se toma el signo del número con el valor absoluto más grande.

Esto se puede entender visualmente dentro de la recta numérica mediante desplazamientos ²² hacia la derecha (si el número es positivo) o hacia la izquierda (si el número es negativo) de acuerdo a su valor absoluto.



Existen axiomas son afirmaciones fundamentales que se asumen como verdaderas sin necesidad de demostración dentro de un sistema matemático y proporcionan la base sobre la cual se construye la teoría de los números reales y enteros. Aquí están los axiomas para las adiciones:

- Axioma de Cierre: La suma de dos números reales ²¹ es un número real. Si a y b son números reales, entonces $a + b$ es también un número real.
- Axioma de Identidad Aditiva: Existe un número real, llamado el elemento neutro aditivo (o la identidad aditiva), denotado por 0, tal que $a + 0 = a$ para cualquier número real a .
- Axioma ⁷ del Elemento Opuesto: Para cada número real a , existe un número real b (denotado como $-a$) tal que $a + (-a) = 0$.

También existen las propiedades de la adición que son características fundamentales que describen cómo se comporta la operación de la suma en este conjunto numérico de los enteros, tales como:

- **7 Propiedad Conmutativa:** La propiedad conmutativa de la adición establece que el orden en que se suman dos números enteros no afecta el resultado. $a + b = b + a$
- Propiedad Asociativa: La propiedad asociativa de la adición establece que el resultado de sumar tres números enteros no depende de cómo se agrupen. $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Propiedad del Elemento Neutro Aditivo: Existe un elemento neutro aditivo en los números enteros, que es el número cero (0). La suma de cualquier número entero con cero es igual al número entero original. $a + 0 = a$
- Propiedad del **Elemento Opuesto:** Para cada número entero a , existe un elemento opuesto aditivo, denotado como $-a$, tal que la suma de a y su opuesto aditivo es igual a cero: $a + (-a) = 0$
- Propiedad de la Adición de Cero: Sumar cero a cualquier número entero no cambia el valor del número entero: $a + 0 = a$

Estos axiomas y propiedades son fundamentales para el desarrollo de la aritmética y la teoría de números enteros. Además, se combinarán con otros

Commented [ECJA13]: Unificar tipo de fuente

axiomas y reglas lógicas para construir un sistema coherente y completo de aritmética.

Resta de números enteros

Es una operación aritmética que representa la diferencia entre dos números. En educación primaria, resta se utiliza para significar restar, cortar o eliminar números naturales. Sin embargo, a medida que nos adentramos en el ámbito de los números enteros, se vuelve más importante enfatizar el significado de la diferencia en términos de lo que queda fuera o en exceso de un número para que sea igual a otro (Rosas, 2021). La definición de resta en números enteros se basa en la operación de adición y el concepto de opuesto aditivo. Aquí está la definición: Dada la resta $a - b$, donde a y b son números enteros, se puede expresar como la suma de a y el opuesto aditivo de b .

Es decir, $a - b = a + (-b)$, donde:

- a es el minuendo (el número al que se le resta)
- b es el sustraendo (el número que se resta).
- $-b$ es el opuesto aditivo de b .

La resta no tiene axiomas separados, ya que generalmente se define en términos de la adición y los axiomas asociados con ella. La resta de $a - b$ se interpreta como la suma de a y el opuesto aditivo de b , es decir, $a + (-b)$. Por lo tanto, los axiomas asociados con la resta son, en realidad, los axiomas de la adición y los axiomas de los números enteros.

Commented [ECJA14]: Unificar tipo de fuente

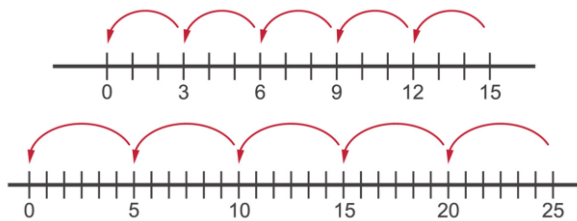
Multiplicación de números enteros

La multiplicación es una operación aritmética que consiste en sumar un número (multiplicando) consigo mismo un número determinado de veces (multiplicador) que dará como resultado el producto. Está definida como la relación: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$. Siendo $(a, b), (c, d) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se tiene $[(a, b)] \cdot [(c, d)] = [(a \cdot c + b \cdot d, a \cdot d + b \cdot c)] = [(ac + bd, ad + bc)]$ (Meneses, 2020).

Al tratarse de números enteros, la operación sigue reglas específicas que se derivan de las propiedades de la multiplicación y el comportamiento de los números positivos y negativos que llamamos Ley de Signos. Esto nos explica que la multiplicación de dos números con signos iguales siempre dará como resultado un producto positivo, pero si los dos factores poseen signos diferentes entonces el producto será negativo.

La recta numérica proporciona una representación visual intuitiva de cómo la multiplicación de números enteros afecta la posición en la recta. Los desplazamientos a la derecha indican productos positivos, mientras que los desplazamientos a la izquierda indican productos negativos. Este enfoque puede ayudar a comprender la Ley de Signos de la multiplicación de manera más concreta y visual.

Commented [ECJA15]: Quitar espacio en todos



En el contexto de la multiplicación en números enteros, hay varios axiomas o propiedades fundamentales que se consideran fundamentales. Estos son:

- Cerradura bajo la multiplicación: La multiplicación de dos números enteros siempre produce otro número entero: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \times b \in \mathbb{Z}$
- Propiedad asociativa de la multiplicación: El resultado de la multiplicación de tres números enteros no depende de cómo se agrupen los factores: $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- Existencia de un elemento neutro: Existe un número entero, denotado como 1, tal que cualquier número entero multiplicado por 1 es igual a ese número entero: $\forall a \in \mathbb{Z}, a \times 1 = a$
- Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma: La multiplicación se distribuye

Commented [ECJA16]: Unificar tipo de fuente

sobre la suma de dos números enteros:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

- Propiedad conmutativa de la multiplicación: El orden de los factores no afecta el resultado de la multiplicación: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \times b = b \times a$
- Propiedad del cero: Cualquier número multiplicado por cero (0) es igual a cero: $\forall a \in \mathbb{Z}, a \times 0 = 0$

Estas propiedades son esenciales para manipular y comprender la multiplicación en el conjunto de números enteros. Proporcionan reglas fundamentales que se utilizan ampliamente en álgebra y otras ramas de las matemáticas.

División de números enteros

La división es una operación aritmética que, dada una cantidad total (dividendo), se distribuye en partes iguales entre un número dado de grupos (divisor). El resultado de la división es la cantidad en cada grupo, llamada cociente, y, si la distribución no es exacta, puede haber un remanente o residuo.

La ley de signos en la división está relacionada con el signo del cociente y el residuo cuando se dividen números enteros. La regla básica es la siguiente:
Dada la división de dos números enteros a y b (donde b no es igual a cero), se

obtiene un cociente q y un residuo r , y la ecuación es: $a = b \times q + r$. Por lo que la ley de signo se aplica de la misma manera que la multiplicación, cuando se multiplican dos números con signos iguales, el producto siempre es positivo; sin embargo, cuando los dos números tienen signos diferentes, el producto es negativo.

En el conjunto de los números enteros, la división es una operación más complicada que la suma y la multiplicación debido a la posibilidad de obtener cocientes no enteros o residuos. Sin embargo, hay algunos principios básicos que se pueden considerar como "axiomas" o propiedades fundamentales de la división en números enteros. Estos principios pueden variar en su formulación exacta, pero aquí presento algunos de los conceptos fundamentales:

- **Cerradura bajo la división:** La división de dos números enteros es válida siempre que el divisor no sea cero: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \Rightarrow a/b \in \mathbb{Q}$ o $a \bmod b = 0$. Esto implica que la división por cero no está definida.
- **Existencia de un elemento neutro:** Existe un número entero que, cuando se divide por cualquier número entero no nulo, da como resultado ese número entero: $\forall a \in \mathbb{Z}, a/1 = a$.
- **Propiedad de la identidad:** La identidad de la división establece que cualquier número entero

dividido por sí mismo da como resultado 1: $\forall a \in \mathbb{Z}, a/a = 1.$

- **Propiedad de la cancelación:** Si se multiplica el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número entero no nulo, la fracción resultante es equivalente: $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, b \neq 0, ac/bc = a/b.$
- **Propiedad Reflexiva:** Cualquier número es divisible por sí mismo: $\forall a \in \mathbb{Z}, a | a.$
- **Propiedad Transitiva:** Si a es divisible por b y b es divisible por c , entonces a es divisible por c : $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (b | a \text{ y } c | b) \Rightarrow c | a.$
- **Propiedad de la Multiplicación:** Si a es divisible por b , entonces el producto de a por cualquier número entero c también será divisible por b : $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (b | a) \Rightarrow b | ac.$
- **Propiedad de la Suma:** Si a y b son divisibles por c , entonces la suma de a y b también es divisible por c : $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (c | a \text{ y } c | b) \Rightarrow c | a + b.$

Estos principios reflejan aspectos fundamentales de la división en números enteros. Sin embargo, cabe destacar que la división en números enteros no siempre da como resultado números enteros, ya que puede producir cocientes

Commented [ECJA17]: Unificar tipo de fuente

fraccionarios o decimales. En esos casos, se extiende el conjunto de números para incluir los racionales o los reales.

1.3 Problemas Verbales con números enteros

1.3.1 Concepto

Los problemas verbales en matemáticas son situaciones o preguntas que se presentan en forma de texto o palabras, en lugar de estar expresadas en términos matemáticos o ecuaciones directas. Estos a menudo reflejan situaciones del mundo real y requieren que los estudiantes apliquen su comprensión de los conceptos matemáticos para resolver problemas prácticos. Asimismo, requieren que el estudiante traduzca la información verbal a un lenguaje matemático y luego resuelva el problema utilizando conceptos y operaciones matemáticas. Ante ello, Sánchez (2003) nos menciona que “Los problemas verbales son aquellos que, a partir de un enunciado y una base de datos, el estudiante lograra entender desde la comprensión y las diferentes herramientas lógicas formales, el análisis del texto con el fin de lograr su interpretación”.

1.3.2 Dificultades al resolver problemas verbales que requieren operaciones con números enteros

En el transcurso de la investigación, se han identificado diversas dificultades que los estudiantes enfrentan al abordar situaciones problemáticas mediante la resolución de problemas verbales. Estas complicaciones, que afectan directamente su desempeño académico en matemáticas, han sido objeto de análisis detallado. A

continuación, hemos identificado algunas de estas dificultades que tuvieron los estudiantes.

En primer lugar, se observa que los estudiantes presentan dificultades al traducir palabras a expresiones matemáticas, ya que no logran la identificación precisa de las operaciones matemáticas necesarias para abordar el problema, los cuales suelen ser un obstáculo, afectando la exactitud de la solución. También, se observa que algunos estudiantes experimentan dificultades en comprender las operaciones con signos (semiótica), lo que se traduce en desafíos al realizar las sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números enteros. Otra dificultad identificada ha sido la selección de la operación correcta, ya que a menudo muestran indecisión sobre si aplicar operaciones de suma, resta, multiplicación o división, lo que afecta la calidad de sus respuestas. De igual manera, el desarrollo de estrategias de resolución es una dificultad que vienen teniendo los estudiantes, ya que algunos enfrentan dificultades al planificar y organizar los pasos necesarios para llegar a una solución, afectando negativamente su eficiencia en la resolución de problemas.

Por lo que podemos decir que, esta identificación sistemática de dificultades subraya la imperiosa necesidad de implementar estrategias pedagógicas específicas que promuevan una comprensión más profunda de los problemas verbales y fomenten habilidades avanzadas de resolución de problemas entre los estudiantes. Además, se resalta la importancia de intervenciones tempranas y personalizadas para abordar estas dificultades.

Commented [ECJA18]: Agregar espacio

1.3.3 Estrategias de traducción de situaciones reales en problemas que involucran números enteros

Comprensión lectora

Según la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), entidad responsable de los Informes PISA, la competencia lectora es “la capacidad individual para comprender, utilizar y analizar textos escritos con el fin de lograr sus objetivos personales, desarrollar sus conocimientos y posibilidades y participar plenamente en la sociedad” (OCDE, 2009). Asimismo, podemos decir, que la comprensión lectora en matemáticas se refiere a la habilidad de entender, interpretar y analizar textos matemáticos, que pueden incluir problemas, enunciados, instrucciones, teoremas, definiciones y otros tipos de información relacionada con conceptos matemáticos, aunque habitualmente la comprensión lectora se asocia con la lengua y la literatura, en el contexto de las matemáticas, esta habilidad es esencial para poder abordar problemas y situaciones matemáticas de manera efectiva.

Estrategias de comprensión

Teniendo en cuenta el Cuaderno de trabajo empleado para el cuarto grado de Educación Secundaria para el año 2020, algunas de las estrategias y técnicas que ayudan a los estudiantes a entender y procesar la información matemática que se presenta en textos, enunciados de problemas, libros de texto y otros recursos escritos son las siguientes:

Lectura **analítica**

Commented [ECJA19]: Corregir ortografía

3 La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números, diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Es una estrategia de comprensión que implica examinar cuidadosamente un texto con el objetivo de entenderlo en profundidad. Esta técnica va más allá de una lectura superficial y busca desentrañar las ideas principales, detalles importantes, relaciones entre conceptos y el propósito del autor. 3 Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

Parafrasear

La estrategia de paráfraseo se emplea como un enfoque para mejorar la comprensión, consistente en expresar la información con palabras diferentes pero manteniendo el significado original. Al utilizar esta técnica, se busca expresar conceptos de manera clara y personal, lo que facilita la asimilación

de la información al adaptarla a un lenguaje más accesible o familiar, el párrafo promueve una comprensión más profunda al requerir que el individuo procesa la información y la exprese con sus propias palabras, consolidando así su comprensión del contenido. Veamos un ejemplo:

Hacer esquemas

Crear esquemas es una estrategia efectiva para mejorar la comprensión de la información, ya que estos son representaciones visuales simplificadas de la estructura y relación entre conceptos clave, asimismo, tener en cuenta, que cada persona puede tener su propio estilo de esquematización, así que se ajusta estos pasos según las preferencias y necesidades.

Resolución de problemas

En este artículo Furth menciona lo siguiente respecto a la resolución

Problemas: de Piaget a otros autores:

La resolución de un problema es un acto de conocimiento, es decir una actividad, en contraste con otras actividades como la motivación, la percepción, las operaciones sensoriomotoras y las operaciones concretas; sin embargo cada una de estas son indispensables para que el sujeto se enfrente a la resolución de problemas. (Furth, 1971, pág 133)

Entonces podemos decir, que la resolución de problemas matemáticos es el proceso de aplicar el razonamiento lógico y las habilidades matemáticas para encontrar soluciones a situaciones o preguntas planteadas en un contexto matemático.

Commented [ECJA20]: Agregar espacio

Estrategias de resolución

Teniendo en cuenta el Cuaderno de trabajo empleado para el cuarto grado de Educación Secundaria para el año 2020, las estrategias para resolver problemas pueden facilitar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, y una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representarlo mediante un organizador visual. Es por ello, que presentamos las siguientes:

Diagrama de tiras

Es una representación gráfica que se utiliza para analizar y resolver problemas de manera sistemática y se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

Diagramas tabulares

Organizan la información de manera tabular para facilitar la comprensión y la toma de decisiones en el proceso de resolución de problemas, también, nos pueden ayudar a resolver problemas que muestran características que relacionan dos grupos de datos.

Diagramas analógicos

Esta estrategia, también conocidos como modelos analógicos, permiten representar visualmente con dibujos relaciones y estructuras de manera que se asemeje a la situación que se está analizando y

Commented [ECJA21]: Corregir

7 representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema. Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Diagrama de flujos

Es una herramienta gráfica que se utiliza para representar visualmente la secuencia de pasos o procesos en un sistema, especialmente en la resolución de problemas.

Semiótica

Según Pierce (1977) es “una acción o influencia que es o implica una cooperación entre tres sujetos, tales como un signo, su objeto y su interpretante, sin que esta influencia tri-relacional pueda resolverse en absoluto por parejas” (CP: 5.484, 1977). Entonces, podemos decir que la semiótica es el estudio de los signos y símbolos, y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos puede ayudar a mejorar la comprensión y el razonamiento.

Estrategia semióticas para la resolución de problemas matemáticos

Estas estrategias nos pueden ayudar a que los estudiantes logren construir una comprensión más profunda de la simbología matemática y abordar problemas de manera más efectiva, entre ellas:

Uso de símbolos y notación

Asegurarse de que los estudiantes comprendan la notación matemática relacionada con los números enteros, como el uso de "+" y "-" y la colocación de paréntesis y fomenta el uso de símbolos para representar conceptos específicos (por ejemplo, "+" para ganancias y "-" para pérdidas).

Modelado visual, historias y contextos significativos

Emplea diagramas y representaciones visuales para ilustrar problemas con números enteros. Por ejemplo, usa rectas numéricas para representar sumas y restas y utiliza colores o formas distintivas para resaltar las operaciones positivas y negativas. Asimismo, crea problemas que tengan contextos del mundo real para hacer que los números enteros sean más significativos para los estudiantes y usa historias que involucren situaciones de deudas, ganancias, temperatura, elevación, etc.

1 CAPÍTULO II: Metodología de la investigación

Este apartado está referido al enfoque y diseño de investigación; así como al análisis e interpretación de resultados y finalmente a las conclusiones.

2.1 Enfoque y diseño de la investigación

El presente estudio es un ejemplo de investigación aplicada sin intervención pedagógica, con el objetivo de resolver problemas sociales específicos destacados. Esta investigación está relacionada con la investigación pura ya que brinda la teoría o el

conocimiento, mientras que la investigación aplicada le brinda temas para explorar y producir las teorías relevantes (Ruiz, 2022, p. 17).

Proporciona una técnica cualitativa para recopilar información no cuantificable basada en observaciones de comportamiento para su posterior análisis. Al respecto, Ruiz (2022) cita a Muñoz (2016) diciendo que la investigación cualitativa comienza con hechos que han sido verificados, examina materiales publicados como libros o periódicos, o hace observaciones sobre hechos o prácticas. Luego interpreta estas observaciones y presenta sus hallazgos de manera argumentativa (p. 87).

1 El trabajo académico es documental cuyas técnicas sirven para recopilar los datos de la investigación de diferentes fuentes bibliográficas a fin de recabar información del tema en estudio. “Su propósito es el aporte de nuevos conocimientos...se puede realizar a nivel exploratorio, descriptivo o explicativo” (Gallardo, 2017, p.54). Es de tipo informativo ya que se encarga de mostrar la información relevante sobre un tema específico que viene de diversas fuentes sin aprobarlas, en ella se encuentran estudios en un área del conocimiento específico (Tejada, 2020). Las unidades de análisis del presente trabajo de investigación son el aprendizaje en la matemática, entendimiento del concepto de número entero y los problemas verbales con números enteros.

Finalmente, en la ejecución de esta tesina se emplearon dos instrumentos: 1 fichero y registro de páginas electrónicas. Según Tejada (2020) el fichero es considerado un archivo que contiene fichas, las cuales están ordenadas sobre diversos temas que se tratarán en la investigación. En tanto, el registro de páginas electrónicas describe de manera precisa el contenido de las diversas páginas que se emplean en nuestra investigación e incluyen las direcciones de acceso.

Commented [ECJA22]: Colocar espacio

1 2.2 Análisis e interpretación de los resultados

El trabajo desarrollado, se ha elaborado tomando en cuenta los antecedentes y las bases teóricas presentadas, respondiendo a la naturaleza de la investigación. En relación al objetivo específico respecto a explicar sobre el concepto del aprendizaje así como las diferentes teorías referentes a esta, mencionando el proceso didáctico de Polya como método efectivo más usado frente a la enseñanza de la matemática hemos recopilado información proveniente de estudios científicos e investigaciones comprobadas mencionando la heurística clásica de Polya, ya que la contextualización de un problema y los métodos de resolución son un tema muy amplio y diversificado (Molina, Adamuz & Bracho, 2020, p. 85).

Respecto a otro de los objetivos específicos respecto a comprender la definición de los números enteros, su relación con los números naturales, las operaciones básicas y sus propiedades se empleó la investigación de publicaciones realizadas por matemáticos que han dedicado esfuerzo en el estudio de elementos abstractos apreciados en nuestro entorno, pero que no poseen una representación física, por lo que encontrar una manera de incluirlos como representaciones de la realidad, según la comprensión del número que tenían los antiguos matemáticos, fue el gran desafío al incorporarlos como objetos matemáticos (Herrera & Zapatera, 2019, p. 198).

Otro objetivo específico que estamos abordando es proporcionar estrategias didácticas que puedan ser implementadas para superar las dificultades en la resolución de problemas verbales donde nos enfocamos en cómo los estudiantes cometen errores comunes frente a problemas verbales al resolver problemas significativos relacionados a las operaciones básicas con números enteros, esto queda evidenciado en pruebas diagnósticas aplicadas por los docentes, dicho problema no solo abarca la comprensión lectora referente al lenguaje sino

Commented [ECJA23]: Ortografía

Commented [ECJA24]: Cambiar todas las tildes francesa

también a la comprensión de los signos matemáticos. Estos conflictos semióticos pueden señalar las limitaciones de las competencias y comprensiones matemáticas que realmente se ponen en práctica, así como explicar, al menos en parte, los desafíos potenciales que los estudiantes pueden encontrar durante el proceso educativo (Godino, Batanero, Burgos & Gea, 2021, p. 22). El objetivo general del trabajo de investigación es describir cuales son las dificultades que presentan los estudiantes de la EBR en la resolución de operaciones básicas con números enteros dado que las operaciones matemáticas básicas son conocimientos que todo el mundo utiliza en la vida diaria, enseñarlas forma parte de la alfabetización ciudadana. Sin embargo, los estudiantes frecuentemente tienen dificultades para captar conceptos y tienen una comprensión insuficiente de las materias básicas, lo que les dificulta avanzar sistemáticamente en su formación académica (Vargas, Niño & Fernández, 2020).

CONCLUSIONES

La investigación se inició planteando la interrogante sobre qué dificultades presentan los estudiantes de la EBR en la resolución de operaciones básicas con números enteros como. Esto generó la búsqueda y organización de información especializada sobre el concepto de aprendizaje en la matemática, definición del número entero y sus operaciones, y proporcionar estrategias didácticas para la resolución de problemas verbales.

En el transcurso de esta investigación, se ha evidenciado que las dificultades en la resolución de operaciones básicas con números enteros representan un obstáculo significativo en el proceso de aprendizaje matemático de los estudiantes. Desde la suma hasta la división de números enteros, se han identificado patrones comunes de error y áreas problemáticas que requieren atención específica en el ámbito educativo.

Las causas de estas dificultades suelen radicar en la comprensión conceptual limitada de los números enteros y sus propiedades, así como en la falta de estrategias efectivas para abordar su manipulación en operaciones. La complejidad de los conceptos relacionados con los números enteros, como los conceptos de positivo y negativo, las reglas de signos y la aplicación de estas reglas en diferentes contextos, ha demostrado ser un desafío persistente para muchos estudiantes.

Las limitaciones encontradas en esta investigación fueron la escasa información actualizada menor a 5 años de antigüedad referente a nuestro tema, así mismo, se pudo encontrar artículos sobre la temática a trabajar, pero no contaban con información confiable puesto que no se mencionan a los autores.

Commented [ECJA25]: Las conclusiones deben estar en función de los objetivos. Si tienes 4 objetivos debes tener 4 conclusiones.
Conclusión 1: Las dificultades que presentan los estudiantes de la EBR en la resolución de operaciones básicas con números enteros son
De acuerdo con las diferentes teorías de aprendizaje.....

La tesina realizada sirve como base teórica para futuras investigaciones que busquen conceptualizar o definir acerca del aprendizaje de la matemática, números enteros y sus operaciones y sobre la resolución de problemas verbales.

REFERENCIAS

Adrián, Yirda . (Última edición: 14 de junio de 2023 a las 5:28 pm). *Definición de Matemática*. Recuperado de: <https://conceptodefinicion.de/matematica/>.

Aguilar, M., Rosas, A., & Molina, J. (2021). *Avances en Matemática Educativa. Teorías Diversas*. Editorial Lectorum.
<https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/Archivos/ProgramaEditorial/AvaME/AMEANo8.pdf#page=128>

Andueza-Correa, A., (2023). *¿Cómo ayudaste al estudiantado a resolver su dificultad?: Análisis de las estrategias empleadas por tutores y tutoras de escritura*. *Revista Electrónica Educare*, 27(1), 1-19.

Arenas, D. y Ayala, L. (2022). *Uso de herramientas TIC como estrategia didáctica para potenciar la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas de los números enteros con los estudiantes de sexto del Colegio San Vicente de Paúl de San Gil*. Recuperado de: <https://hdl.handle.net/10901/23831>

Díaz-Pinzón, J. E. (2021). *Análisis de los resultados de la prueba PISA 2018 en matemáticas para América*. *Revista de Investigaciones Universidad del Quindío*, 33(1), 104-114.

Dueñas Cotrina, L. A. M., Meza Loreña, R. B., & Meza Loreña, K. F. (2022). *Jamboard y aprendizaje de operaciones básicas con números enteros en estudiantes del CEBA N° 32011 Hermilio Valdizán, Huánuco 2021*.
<https://repositorio.unheval.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13080/7811/2ED.AN016D96.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Furth, H. (1971) Las ideas de Piaget. Buenos Aires: Ed. Kapelusz.

<https://docplayer.es/14811683-Resolucion-de-problemas-de-piaget-a-otros-autores.html>

Gallardo E. (2017) *Metodología de la investigación 1era edición Manual autoformativo interactivo.*

http://repositoriodemo.continental.edu.pe/bitstream/20.500.12394/4278/1/DO_UC_EG_MAI_UC0584_2018.pdf

Godino, J. D., Batanero, C., Burgos, M., & Gea, M. M. (2021). Uma perspectiva ontosemiótica dos problemas e métodos de pesquisa em educação matemática. *Revemop*, 3, 1-30. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202107>

Hernández, K. (2019). Importancia de las tecnologías de la información y la comunicación (Tic) en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación básica primaria.

<https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/27378/kvherandezm.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. *PNA* 13(4), 197-220.

https://repositorioinstitucional.ceu.es/bitstream/10637/10879/1/Numero_PNA_Herrera_2019.pdf

Meneses, J. (2020). Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Juan Pablo I. Paideia Surcolombiana, (25), 15–30. <https://doi.org/10.25054/01240307.1722>

Ministerio de Educación (2018). *Evaluación PISA 2018*.

<https://www.calameo.com/read/006286625977c1ced4d6c?view=slide&page=1>

Molina, A., Adamuz, N. & Bracho, R. (2020). La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria. *Aula abierta*, 49 (1), 83-90.

<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/198459/83-90.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Moreano Villena, G., Ramos Ascencio, S., Darcourt Márquez, A. L., La Riva, D., Marcos Balabarca, M., Loyola Ochoa, J. C., ... y Olivas Ylanzo, J. H. (2022). *El Perú en PISA 2018: informe nacional de resultados*.

Niven, I., Zuckerman, H. S., & Montgomery, H. L. (1956). *Introduction to the Theory of Numbers*. Wiley.

OCDE (2009). *El programa PISA de la OCDE Qué es y para qué sirve*. p 7.

<https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

Peirce, Ch. S. (1977). *Semiotic and Significs: The Correspondence Between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby*, Ch. S. Hardwick (ed.). Bloomington, IN y Londres: Indiana University Press.

Pérez Porto J. y Merino M. Actualizado el 4 de mayo de 2021. Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones. Disponible en <https://definicion.de/matematicas/>

Rico, Luis (2019). Significar y comprender los sistemas numéricos. *Números*. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 100, pp. 153-158 .

Ruiz C. y Valenzuela M. (2022). *Metodología de la investigación Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú* N° 2022-04280 ISBN: 978-612-48962-1-7

<https://fondoeditorial.unat.edu.pe/index.php/EdiUnat/catalog/download/4/5/13?inline=1>

Sánchez, H. (2003). *La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*. Madrid: CCS. p. 170.

Sánchez y Reyes (1987). *Metodología y Diseño de la Investigación Científica*, Lima UNMSM

Tejada, M (2020) *Manual investigaciones con fines de graduación y titulación - EESPPM* 63pp.

Valle, D. (2019). *El módulo de números enteros y la mejora del rendimiento académico del área de matemática en los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2018*. [Tesis de maestría inédita]. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

<https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/3773/TM%20CE-Em%204724%20V1%20-%20Valle%20Carbajal%20Dimas.pdf?sequence=1&isAllowed>

Vargas, N., Niño, J. & Fernández, F. (2020). Aprendizaje basado en proyectos mediados por tic para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas.

Boletín Redipe, 9 (3), 167-180.

file:///C:/Users/usuario_pabellonq/Downloads/Dialnet-

AprendizajeBasadoEnProyectosMediadosPorTicParaSupe-7528403.pdf

Westreicher G. (2023). *Matemáticas*. Economipedia. Recuperado de:

<https://economipedia.com/definiciones/matematicas.html>

Whitehead, A. N., & Russell, B. (1910-1913). *Principia Mathematica (Vols. 1-3)*. Cambridge University Press.

ANEXOS

ANEXO 01

Matriz de Coherencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	UNIDAD DE ANÁLISIS	CATEGORÍAS	TÉCNICA E INSTRUMENTOS
¿Qué dificultades presentan los estudiantes de la EBR en la resolución de operaciones básicas con números enteros?	<i>General:</i> Describir cuales son las dificultades que presentan los estudiantes de la EBR en la resolución de operaciones básicas con números enteros.	Aprendizaje en la matemática	Aprendizaje de la matemática.	Artículos electrónicos
			Concepto de Matemática.	Artículos electrónicos
			Polya como proceso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas.	Tesis
		Entendimiento del concepto de número entero.	Comprender la relación entre números enteros y	Documentos

			números naturales.		
			Comprender el concepto de opuesto o inverso aditivo en números enteros.	Documentos	
			Operaciones con números enteros	Documentos	
	<p><i>Específicos:</i></p> <p>Explicar sobre el concepto del aprendizaje así como las diferentes teorías referentes a esta, mencionando el proceso didáctico de Polya como método efectivo más usado frente a la enseñanza de la matemática.</p> <p>Comprender sobre la definición de los números enteros, su relación con los números naturales, operaciones básicas y sus propiedades.</p> <p>Proporcionar estrategias didácticas que puedan ser implementadas para superar las dificultades en la</p>	Problemas Verbales con números enteros	Definición de problemas verbales.	Documentos Tesis Artículos electrónicos	
				Dificultades al resolver problemas verbales que requieren operaciones con números enteros.	Documentos
				Estrategias de traducción de situaciones reales en problemas que involucran números enteros	Documentos Artículos Cuaderno de trabajo empleado para el cuarto grado de Educación Secundaria para el año 2020.

	resolución de problemas verbales.			
--	-----------------------------------	--	--	--

ANEXO 02

Ficheros electrónicos

Ficha N° 1 (Cita textual)

Problemas verbales

“Los problemas verbales son aquellos que, a partir de un enunciado y una base de datos, el estudiante lograra entender desde la comprensión y las diferentes herramientas lógicas formales, el análisis del texto con el fin de lograr su interpretación”

Sánchez, H. (2003). La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas. Madrid: CCS. p. 170.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=86695>

Ficha N° 2 (Cita textual)

Comprensión lectora

“la capacidad individual para comprender, utilizar y analizar textos escritos con el fin de lograr sus objetivos personales, desarrollar sus conocimientos y posibilidades y participar plenamente en la sociedad”

OCDE (2009). El programa PISA de la OCDE Qué es y para qué sirve. p 7

<https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

Ficha N° 3 (Cita textual)

Resolución de problemas

“La resolución de un problema es un acto de conocimiento, es decir una actividad, en contraste con otras actividades como la motivación, la percepción, las operaciones sensoriomotoras y las operaciones concretas; sin embargo cada una de estas son indispensables para que el sujeto se enfrente a la resolución de problemas.”

Furth, H. (1971) Las ideas de Piaget. Buenos Aires: Ed. Kapelusz.

<https://docplayer.es/14811683-Resolucion-de-problemas-de-piaget-a-otros-autores.html>

Ficha N° 4 (Cita textual)

Semiótica

“una acción o influencia que es o implica una cooperación entre tres sujetos, tales como un signo, su objeto y su interpretante, sin que esta influencia tri-relacional pueda resolverse en absoluto por parejas”

Hardwick, Charles S. y Cook, James (1979). *Semiótica y significados: la correspondencia entre Charles S. Peirce y Victoria Lady Welby*. *Transacciones de la Sociedad Charles S. Peirce* 15 (1): 92-97.

Ficha N° 5 (Cita textual)

Matemática

Guillermo (2023) nos menciona que las matemáticas “son una ciencia formal, que estudia la relación entre entes o elementos abstractos, como son los números, los signos y las figuras”.

Westreicher G. (2023). *Matemáticas*. Economipedia. Recuperado de:

<https://economipedia.com/definiciones/matematicas.html>

Ficha N° 6 (Cita textual)

¿Qué son las matemáticas?

Yirda (2023) nos define que “la matemática es una ciencia lógica deductiva, que utiliza símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos. Esta ciencia enseña al individuo a pensar de una manera lógica y por lo tanto a desarrollar habilidades para resolver problemas y tomar decisiones”.

14 Adrián, Yirda . (Última edición: 14 de junio de 2023 a las 5:28 pm). Definición de Matemática. Recuperado de: <https://conceptodefinicion.de/matematica/>. Consultado el 26 de octubre de 2023

Ficha N° 7 (Cita textual)

Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones.

7 La matemática es la ciencia deductiva que se dedica al estudio de las propiedades de los entes abstractos y de sus relaciones. Esto quiere decir que las matemáticas operan con números, símbolos, figuras geométricas, etc.

Julián Pérez Porto y María Merino. Actualizado el 4 de mayo de 2021. Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones. Disponible en <https://definicion.de/matematicas/>

Ficha N° 8 (Cita textual)

Entendimiento del concepto de número entero

“los objetos matemáticos son parte del mundo físico y propone que, cuando el pensamiento deductivo no sea suficiente, se recurre al pensamiento natural, al sentido común o a la intuición para dar razones de sustento a lo matemático”.

Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. PNA 13(4), 197-220.

https://repositorioinstitucional.ceu.es/bitstream/10637/10879/1/Numero_PNA_Herrera_2019.pdf

Ficha N° 9 (Cita textual)

Comprender la relación entre números enteros y números naturales

“aquellos que se obtienen a partir de 0 e incrementando 1 en cada paso que, por tanto, obedecen a la inducción matemática. Si n es un número finito, $n+1$, al que se llama sucesor de n es también finito y distinto de n (...) Esto es, los números finitos son aquellas clases que no son semejantes a las partes de sí mismas que se obtienen quitando términos singulares.”.

Ficha N° 10 (Cita paráfrasis)

Whitehead y Russell (1910 - 1913) en el libro "Principia Mathematica" no abordan específicamente la relación entre los números enteros y los números naturales de la manera en que estos términos se utilizan comúnmente ya que no los presentan como conceptos separados.

Ficha N° 11 (Cita parafraseada)

al extender la operación suma y la relación de orden a los números enteros, junto con sus propiedades y la funcionamiento del producto creando el dominio de integridad, una nueva

estructura que sintetiza las propiedades formales del nuevo conjunto e incluye las naturales como su propio subconjunto, del cual es una extensión (Rico, 2019)

Ficha N° 12 (Cita parafraseada)

En educación primaria, resta se utiliza para significar restar, cortar o eliminar números naturales. Sin embargo, a medida que nos adentramos en el ámbito de los números enteros, se vuelve más importante enfatizar el significado de la diferencia en términos de lo que queda fuera o en exceso de un número para que sea igual a otro (Rosas, 2021).

1 ANEXO 03

Registro de páginas web

Motor de búsqueda	Palabra clave	Título	Autor	Fecha de publicación	Dirección de página	Información encontrada
Google web	Didáctica, matemáticas,	Uso de herramientas	Diego Fernando	2022	https://rep ository.un	Antecedente de la investigación

	nuevas tecnologías de la educación.	TIC como estrategia didáctica para potenciar la resolución de problemas matemáticos con ² operaciones básicas de los números enteros con los estudiantes de sexto del Colegio San Vicente de Paúl de San Gil.	Arenas Suarez y Laura Sofía Ayala Ramírez		libre.edu.co/bitstream/handle/10901/23831/Trabajo%20de%20grado.pdf?sequence=1&isAllowed=y	
Google web	Enseñanza matemática,	La enseñanza	Juan Carlos Sánchez	2003	https://dialnet.unirioj	Definición de problemas

	problemas verbales.	de la matemática. fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas	Huete y José Antonio Fernández Bravo		a.es/servle/t/libro?codigo=86695	verbales
Google web	Programa PISA.	El programa PISA de la OCDE Qué es y para qué sirve.	ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICOS (OCDE).	2009	https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf	Definición de Comprensión lectora
Google web	Resolución de problemas	Resolución de problemas: de Piaget a otros	JacKeline García Fallas	1971	https://docplayer.es/14811683-Resolucio	Definición de resolución de problemas

		Autores,			n-de-problemas-de-piaget-a-otros-autores.html	
Google web	Semiótica	Semiótica y significados: la correspondencia entre Charles S. Peirce y Victoria Lady Welby.	Hardwick, Charles S. y Cook, James	1979	https://philpapers.org/rec/HARSAS-12	Definición de semiótica.
Google web	Matemática	Matemática	Westreicher Guillermo	2023	https://ecomipedia.com/definiciones/	Definición de la Matemática

					matematicas.html	
Google web	Matemática	¿Qué son las matemáticas?	Adrian Yirda	2023	https://conceptodefinicion.de/matematica	Definición de la Matemática
Google Scholar	Suma Resta Números enteros	Avances en Matemática Educativa. Teorías Diversas	Aguilar, M., Rosas, A., & Molina, J.	2021	https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/Archivos/ProgramaEditorial/AvAME/AME/ANo8.pdf#page=128	Resta de números enteros

Google web	Definición de la matemática	Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones.	Julián Pérez Porto y María Merino	2021	https://definicion.de/matematicas/	Definición de la matemática
Google Scholar	Operaciones básicas Enteros	20 Aprendizaje basado en proyectos mediados por tic para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas.	Vargas, N., Niño, J. & Fernández, F.	2020	file:///C:/Users/usuario_pabel/Downloads/Downloadnet-AprendizajeBasadoEnProyectosMediadosPorTicParaSuperarDificultadesEnElAprendizajeDeOperacionesBasicasMatematicas.pdf	Análisis e interpretación de los resultados

Google Scholar	Matemàtiques Polya Aprendizaje	26 La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacion al y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria	Molina, A., Adamuz, N. & Bracho, R.	2020	https://redined.educajccm.es/xmlui/bitstream/handle/11162/198459/83-90.pdf?sequence=1&isAllowed=y	Análisis e interpretación de los resultados
Google Scholar	Números enteros Dificultad	El número como cantidad física y concreta un	Herrera, J. L. y Zapatera, A.	2019	https://repository.ceu.es/bitstream/10637/10879/	Análisis e interpretación de los resultados

		obstáculo en el aprendizaje de los números enteros.			1/Numero_PNA_Herrera_2019.pdf	
Google Scholar	Multiplicación Números enteros	<p>Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en</p>	Meneses, J.	2020	https://journal.usco.edu.co/index.php/paid-eia/article/view/1722/3975	Multiplicación de números enteros

		a dos problemas e métodos de pesquisa em educação matemática.	Burgos, M., & Gea, M. M.		e/view/48 48/3773	
--	--	--	-----------------------------	--	---------------------------------------	--

● 18% de similitud general

Principales fuentes encontradas en las siguientes bases de datos:

- 17% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 9% Base de datos de trabajos entregados
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

FUENTES PRINCIPALES

Las fuentes con el mayor número de coincidencias dentro de la entrega. Las fuentes superpuestas no se mostrarán.

1	repositorio.monterrico.edu.pe Internet	4%
2	hdl.handle.net Internet	3%
3	repositorio.minedu.gob.pe Internet	1%
4	repositorio.unheval.edu.pe Internet	1%
5	inei.gob.pe Internet	1%
6	dspace.ueb.edu.ec Internet	1%
7	coursehero.com Internet	<1%
8	repositorio.une.edu.pe Internet	<1%

9	repositorio.upeu.edu.pe:8080 Internet	<1%
10	Universidad Nacional Abierta y a Distancia, UNAD,UNAD on 2023-12-07 Submitted works	<1%
11	Universidad Francisco de Vitoria on 2020-12-06 Submitted works	<1%
12	dspace.unl.edu.ec Internet	<1%
13	idoc.pub Internet	<1%
14	conceptodefinicion.de Internet	<1%
15	Universidad de Cartagena on 2022-05-27 Submitted works	<1%
16	repository.uaeh.edu.mx Internet	<1%
17	Universidad de León on 2023-12-19 Submitted works	<1%
18	repositorio.unicartagena.edu.co Internet	<1%
19	slideshare.net Internet	<1%
20	doaj.org Internet	<1%

21	es.slideshare.net Internet	<1%
22	scribd.com Internet	<1%
23	Corporación Universitaria Iberoamericana on 2023-11-21 Submitted works	<1%
24	anlisis.complejo.es.appp.info Internet	<1%
25	dbpedia.org Internet	<1%
26	researchgate.net Internet	<1%