

INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL MONTERRICO

PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE



ESTUDIO DESCRIPTIVO SOBRE EL NIVEL DEL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL EN LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO DE SECUNDARIA DE LOS CENTROS DE PRÁCTICA DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA FÍSICA DEL INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL MONTERRICO, UBICADOS EN LOS DISTRITOS DE SAN JUAN DE MIRAFLORES, SURCO, CHORRILLOS Y SAN LUIS, PERTENECIENTES A LA UGEL 01 Y UGEL 07.

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA ESPECIALIDAD MATEMÁTICA - FÍSICA

CARDENAS ALVARADO, Yessica Sofia

CRUZ SALAZAR, Susan Nichol

DELGADO ARHUIRE, Ena Lizeth

MARCELO MOLINA, Graciela

LIMA – PERÚ

2019

Agradecimiento y Dedicatoria

Queremos dedicar el siguiente trabajo de investigación a Dios y a nuestros padres por su gran e incondicional apoyo a lo largo de toda nuestra carrera profesional, motivándonos y dándonos palabras de aliento para seguir.

Asimismo, manifestamos nuestro agradecimiento a nuestro asesor de tesis, Jesús Emilio Campos Alarcón, por ser colaborador y guía durante este proceso, y a las autoridades de los centros de práctica continua de la especialidad de Matemática – Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico por permitirnos aplicar nuestra prueba en sus instituciones.

Índice

Agradecimiento y Dedicatoria	ii
Índice.....	iii
Índice de Tablas	v
Índice de Figuras	viii
Introducción	x
I. MARCO TEÓRICO	
1. Planteamiento del problema.....	13
2. Antecedentes	17
3. Sustento teórico.....	21
3.1 Razonamiento Algebraico Elemental	21
3.1.1. Definición del Razonamiento Algebraico Elemental.....	21
3.1.2. Objetivos Algebraicos.....	22
3.1.3. Procesos Algebraicos	24
3.1.4. Estándares del razonamiento algebraico elemental propuestos por la NCTM.....	25
3.1.4.1. Comprensión.	26
3.1.4.2. Representación	26
3.1.4.3. Empleo de modelos matemáticos.....	27
3.1.4.4. Análisis del cambio	27
3.1.5. Niveles de algebrización	28
3.1.5.1. Criterios de los niveles de algebrización.....	28
3.1.5.2. Niveles de algebrización ampliados.....	28
3.2 Álgebra Escolar	31
3.3 Enfoque Ontosemiótico	34
3.3.1. Herramientas teóricas.	36
4. Objetivos	38
4.1 Objetivo general.....	38
4.2 Objetivos específicos	38
5. Variables	39
6. Definiciones Operacionales	40
6.1 Razonamiento Algebraico Elemental	40

II. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	
1. Diseño de la Investigación	49
2. Criterios y Procedimientos de Selección de la población y muestra	50
2.1 Marco Poblacional	50
2.2 Marco Muestral	60
3. Instrumento	63
3.1 Fundamentación	63
3.2 Objetivo general	64
3.3 Objetivos específicos	64
3.4 Descripción	65
3.5 Estructura	65
3.6 Administración	69
3.7 Calificación	69
3.8 Validez del instrumento	81
3.9 Confiabilidad	84
III. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	
Conclusiones	101
Recomendaciones	103
Referencias	104
Apéndices	
● Instrumentos	
● Propuesta metodológica	
● Matriz de consistencia	

Índice de Tablas

Tabla 1. <i>Tabla de niveles de algebrización del Razonamiento Algebraico Elemental.....</i>	41
Tabla 2. <i>Tabla de niveles de medición de la dimensión de Comprensión sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”.....</i>	42
Tabla 3. <i>Tabla de niveles de medición de la dimensión de Representación sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”.....</i>	44
Tabla 4. <i>Niveles de medición de la dimensión de Empleo de modelos matemáticos sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”.....</i>	45
Tabla 5. <i>Niveles de niveles de medición de la dimensión de Análisis del cambio en diversos contextos sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”.....</i>	47
Tabla 6. <i>Distribución de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas de práctica continua pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.....</i>	51
Tabla 7. <i>Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Aplicación IPNM.....</i>	52
Tabla 8. <i>Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET.....</i>	53
Tabla 9. <i>Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas.....</i>	54
Tabla 10. <i>Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable.....</i>	55
Tabla 11. <i>Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Aplicación IPNM.....</i>	56
Tabla 12. <i>Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET.....</i>	57
Tabla 13. <i>Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas.....</i>	58
Tabla 14. <i>Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable.....</i>	59
Tabla 15. <i>Distribución de los estudiantes seleccionados para la muestra del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de Matemática Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico.....</i>	61

Tabla 16. <i>Matriz del instrumento</i>	67
Tabla 17. <i>Matriz de calificación</i>	70
Tabla 18. <i>Análisis de los informes entregados por los jueces y la clasificación del investigador</i>	82
Tabla 19. <i>Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física</i>	88
Tabla 20. <i>Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física</i>	88
Tabla 21. <i>Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Comprensión del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física</i>	90
Tabla 22. <i>Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Comprensión del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física</i>	90
Tabla 23. <i>Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Representación del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física</i>	93
Tabla 24. <i>Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Representación del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física</i>	93
Tabla 25. <i>Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Empleo de modelos matemáticos del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de</i>	

<i>Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física.....</i>	<i>95</i>
<i>Tabla 26. Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Empleo de modelos matemáticos del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física.....</i>	<i>95</i>
<i>Tabla 27. Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Análisis del cambio del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física.....</i>	<i>98</i>
<i>Tabla 28. Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Análisis del cambio del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física.....</i>	<i>98</i>

Índice de Figuras

<i>Figura 1.</i> Objetos primarios.....	23
<i>Figura 2.</i> Aspectos descriptivos de cada nivel de algebrización	29
<i>Figura 3.</i> Componentes de la Instrucción Matemática según el Enfoque Ontosemiótico.....	35
<i>Figura 4.</i> Tipos de significados institucionales y personales en el Enfoque Ontosemiótico.....	37
<i>Figura 5.</i> Distribución de los estudiantes 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas de práctica continua pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07	51
<i>Figura 6.</i> Distribución por género de los estudiantes 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de las Institución Educativa de práctica continua Aplicación IPNM.....	52
<i>Figura 7.</i> Distribución por género de los estudiantes 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de las Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET.....	53
<i>Figura 8.</i> Distribución por género de los estudiantes 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de las Institución Educativa José Antonio Encina	54
<i>Figura 9.</i> Distribución por género de los estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable	55
<i>Figura 10.</i> Distribución por edades de los estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Aplicación IPNM	56
<i>Figura 11.</i> Distribución por edades de los estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET	57
<i>Figura 12.</i> Distribución por edades de los estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas.....	58
<i>Figura 13.</i> Distribución por edades de los estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable	59
<i>Figura 14.</i> Distribución de los estudiantes seleccionados para la muestra del 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas de práctica continua pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.....	61
<i>Figura 15.</i> Resultados de los niveles de algebrización del Razonamiento Algebraico Elemental de la prueba CREA aplicada a estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica	

continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07	88
<i>Figura 16.</i> Frecuencia de la dimensión Compresión del Razonamiento Algebraico Elemental de la prueba CREA aplicada a estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.....	91
<i>Figura 17.</i> Frecuencia de la dimensión Representación del Razonamiento Algebraico Elemental de la prueba CREA aplicada a estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.....	93
<i>Figura 18.</i> Frecuencia de la dimensión Empleo de modelos matemáticos del Razonamiento Algebraico Elemental de las pruebas CREA aplicada a estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.....	96
<i>Figura 19.</i> Frecuencia de la dimensión Análisis del cambio del Razonamiento Algebraico Elemental de las pruebas CREA aplicada a estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.....	98

Introducción

Durante nuestra práctica profesional se ha evidenciado una problemática sobre el aprendizaje del estudiante, es decir si logra comprender, representar, emplear y realizar un análisis en diversas situaciones cotidianas del área de matemática, específicamente en la competencia de regularidad, equivalencia y cambio; por ejemplo, el interpretar la representación gráfica de una función lineal es una situación cotidiana para los estudiantes y muchas veces resulta ser difícil su comprensión, ya que no interpretan el significado de sus elementos (como la pendiente) ni tampoco las escalas utilizadas en la gráfica. Dicha competencia mencionada anteriormente se puede relacionar con el Razonamiento Algebraico Elemental.

En vista a esta realidad; se decidió desarrollar el presente trabajo de investigación, cuya finalidad es diagnosticar el nivel de Razonamiento Algebraico Elemental en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de Matemática – Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07. Teniendo en cuenta ello, se eligió tomar una prueba para determinar el nivel en el que se encuentran los estudiantes; dicha prueba fue elaborada por el grupo investigador teniendo en cuenta los criterios establecidos por Juan Días Godino en España.

El presente trabajo de investigación está conformado por tres capítulos. El primero consta del marco teórico, en el cual se puede observar el planteamiento del problema, es decir, la descripción del por qué se inició esta investigación; luego los antecedentes que se han considerado importantes para la investigación; y finalmente, el sustento teórico de la investigación en el que encontraremos conceptos y definiciones del Razonamiento Algebraico Elemental, el Álgebra Escolar y el Enfoque Ontosemiótico para comprender mejor la problemática y el desarrollo de la investigación. Posteriormente, se presentan los objetivos que guiarán a esta investigación. Asimismo, se explicarán las definiciones operacionales de la variable.

En el segundo capítulo, se presenta el marco metodológico, donde se aborda el marco poblacional y muestral que está conformado por los estudiantes de tercer grado de secundaria de los centros de práctica continua quienes fueron elegidos bajo un criterio de selección. Además, se detalla el desarrollo del instrumento que ha sido aplicado para conocer el nivel de Razonamiento Algebraico Elemental.

En el tercer capítulo se expone la presentación y el análisis de los resultados obtenidos en la recolección de datos de cada dimensión del Razonamiento Algebraico Elemental. Así mismo, se puede encontrar las conclusiones de la investigación y las recomendaciones.

En la última parte se presentan los siguientes apéndices: La prueba “Algebrízate con CREA” cuyo objetivo fue medir el nivel de razonamiento algebraico elemental de los estudiantes de tercer grado de secundaria. La propuesta metodológica que recibe el nombre de “Algebrízalos con CREA” la cual incluye sesiones de aprendizaje aplicando como estrategia metodológica la modelación matemática y teniendo como finalidad el desarrollo de las dimensiones evaluadas en el razonamiento algebraico elemental. Finalmente, la matriz de consistencia donde se esquematiza lo trabajado en la investigación.

Esperamos que el presente trabajo sirva para conocer la realidad en que se encuentran los estudiantes de los centros de aplicación y como base para futuras investigaciones en el campo del álgebra.

I. MARCO TEÓRICO

1. Planteamiento del problema

Hoy en día nos enfrentamos a grandes retos en la educación, esto se debe a los cambios suscitados en nuestra sociedad. Desde nuestro reciente Currículo Nacional donde se plantea lograr un perfil de egreso basado en el respeto a la diversidad social, cultural, biológica y geográfica. Así mismo, en el área de matemática se resalta la importancia de que el estudiante pueda desarrollar su razonamiento a través de las competencias matemáticas ya que abren puertas hacia futuros productivos.

Uno de los razonamientos que se consideran importantes de potenciar es el razonamiento algebraico, el cual según Godino (2006, p.18) es la ciencia de los patrones y el orden, que implican representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas.

Algunos investigadores matemáticos internacionales como Godino & Font (2003) mencionan que dicho razonamiento implica comprender patrones, relaciones y funciones, representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos, emplear modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas y analizar el cambio en diversos contextos en cualquier aspecto de las matemáticas.

En el libro “Principios y Estándares para la educación Matemática” publicado por la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) en el año 2000, hace referencia a proyectos de estándares en post de la mejora educativa, estos se basan en ¿qué contenidos y procesos matemáticos deberían los estudiantes aprender durante su estancia en la educación básica?; ante esto se desarrollan cinco estándares de contenido los cuales son: Números y Operaciones, Geometría, Medida y Análisis de datos, Probabilidad y Álgebra. Así mismo se encuentran otros cinco estándares de proceso los cuales son: Resolución de problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación.

Los Principios y Estándares para la Educación Matemática que propone la NCTM, son evaluados mediante las pruebas internacionales por el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA por sus siglas en inglés) donde se evalúa

la capacidad de interpretar, formular, emplear y analizar las matemáticas en diversos contextos. El Perú desde año 2009 participa en dicha evaluación estandarizada, donde en la última evaluación realizada en el 2015 obtuvo el puesto 64 en comparación con otros países, obteniendo en promedio 387 puntos con relación a un total de 700 puntos ubicándose en el nivel 1 de los siete niveles de desempeños de matemática, el cual indica que los estudiantes son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios. Sin embargo, es necesario saber ¿qué evalúan en estas pruebas? y ¿cómo estamos preparando a los estudiantes de la educación básica?; las evaluaciones internacionales como PISA evalúan la capacidad para interpretar, formular y emplear la matemática en distintos contextos mediante el razonamiento y el empleo de conceptos, procesos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos; uno de los contenidos que mayor porcentaje de preguntas abarca es el de cambio y relaciones, el cual se relaciona con el razonamiento algebraico elemental, el cual comprende representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en diversos aspectos de las matemáticas.

Por otro lado, en el Perú se realiza anualmente la prueba estandarizada de Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) en los niveles de primaria y secundaria específicamente en el segundo grado de secundaria, esta prueba es de suma importancia ya que desarrolla la capacidad de Comunica donde se identifica las potencialidades en el lenguaje simbólico - algebraico y la habilidad de generalización y abstracción que desarrollan los estudiantes. Asimismo, se priorizan los aprendizajes vinculados a la competencia de las regularidades, la equivalencia y cambio, y se supera la tradicional prioridad del ámbito temático de la cantidad. La competencia ya mencionada se relaciona con los contenidos de Cambio y Relaciones evaluados en PISA que a su vez se relacionan al estándar de contenido en Álgebra de la NCTM, este contenido en el currículo implica una concepción más amplia del Razonamiento Algebraico.

Considerando los resultados de la ECE 2018, donde se evaluaron 538 279 estudiantes de segundo de secundaria. y cuyo énfasis fue la competencia de regularidad, equivalencia y cambio. Se evidencio que en Lima se obtuvo un 20,2 % en el nivel “Satisfactorio”, un 20,7% en el nivel “En proceso”, 38,4% en el nivel “En inicio” y 20,7 % en el nivel “Previo al inicio”; esto evidenció incrementos en los niveles de satisfactorio a comparación de los resultados del 2016, sin embargo, se observó un

aumento en el nivel Previo al inicio. Por otro lado, en la UGEL 01 se puede deducir que el 41% de los estudiantes están en el nivel de logro “En inicio” y en la UGEL 07 el 32,7%, lo cual significa que los estudiantes no alcanzaron los aprendizajes y desempeños esperados al finalizar el VI ciclo ni muestran haber fortalecido los aprendizajes del ciclo anterior.

Esto se debe a que los estudiantes presentan dificultades al desarrollar problemas sobre igualdades al resolver situaciones que impliquen ecuaciones con dos o más variables, errores sobre el significado de las letras o el rechazo a aceptar como respuesta a un problema expresiones como $3x + 7$, también al comprender una función lineal ya que no pueden interpretar el significado de algunos de sus elementos, como la pendiente o no pueden representar algunos datos a través de un gráfico y poder analizarlo con expresiones algebraicas, así mismo, suelen interpretar los enunciados de manera inadecuada o establecen relaciones erróneas entre los datos y el contenido del enunciado, esto se evidencia, cuando traducen un problema de lenguaje verbal a lenguaje algebraico de manera incorrecta.

Al respecto, Kaput (2000), Rojas y Vergel (2013), Carraher, Schliemann, Brizuela y Earnest (2006) muestran la necesidad de trabajar este tópico para que la formación algebraica de los estudiantes adquiera mayor fortaleza y así muestren un mejor entendimiento de conceptos y procedimientos en etapas posteriores, que demandan un mayor nivel de complejidad. ya que “actualmente el trabajo en muchas áreas se apoya en los métodos e ideas del álgebra. Por ejemplo, las redes de distribución y comunicación, las leyes de la física, los modelos de población y los resultados estadísticos pueden expresarse en lenguaje simbólico” (NCTM, 2000, pág. 39). A medida que se desarrolla este razonamiento se fomenta el uso del lenguaje y el simbolismo para potenciar el pensamiento algebraico

Por ello, la finalidad del grupo investigador es identificar el nivel de algebraización en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de tercero de secundaria, mediante sus cuatro niveles, los cuales se encuentran de manera gradual, el nivel 0 implica que hay una ausencia de razonamiento algebraico en los estudiantes, el nivel 1 implica un inicio en el nivel de razonamiento mediante el reconocimiento de datos desconocidos, el nivel 2 implica la intervención de variables con lenguaje simbólico

mediante generalización a partir de variables y el nivel 3 implica la resolución de problemas mediante la representación y formulación.

Los centros seleccionados para la aplicación de nuestra investigación son los centros de práctica de quinto año de la especialidad de Matemática Física donde se viene desarrollando la práctica continua, ya que nos brindan una mayor accesibilidad a los centros, los cuales son las siguientes instituciones: Institución Educativa Sagrado Corazón Chalet, la Institución Educativa Aplicación IPNM, la Institución Educativa Parroquial Madre Admirable y la Institución Educativa 7059 José Antonio Encinas Franco. El grado seleccionado para esta investigación es 3er grado de Educación Secundaria puesto que es la edad en que los estudiantes han desarrollado un pensamiento formal. Asimismo, son los estudiantes que han sido evaluados por las pruebas ECE 2018 y en quienes se ha evidenciado los problemas de análisis e interpretación de problemas basados en la competencia de regularidad, equivalencia y cambio.

El diseño de nuestra investigación es de carácter descriptiva, ya que se desea identificar el nivel de razonamiento algebraico elemental de los estudiantes de 3er grado de Educación Secundaria de la UGEL 01 y 07, que presentan una realidad intermedia y representativa de los colegios de Lima. Consideramos relevante esta investigación, ya que nuestros resultados y descripciones según las dimensiones comprensión, representación, empleo de modelos matemáticos y análisis del cambio permiten conocer las manifestaciones de los procesos cognitivos del razonamiento algebraico de los estudiantes ante situaciones problemáticas reales.

Finalmente, después de todo lo expuesto evidenciamos una necesidad de identificar el nivel de algebrización en el que se encuentran los estudiantes para realizar futuras mejoras en el campo de aplicación de recursos en el área del álgebra. Es por ello que en esta investigación nos hacemos la siguiente pregunta:

¿Cuál es el nivel de razonamiento algebraico elemental de los estudiantes de 3er grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07?

2. Antecedentes

A lo largo de la investigación se ha revisado y analizado documentos sobre el tema de Razonamiento Algebraico Elemental, donde se han encontrado diversas investigaciones a nivel nacional e internacional, en el Perú se dan pocas investigaciones sobre razonamiento algebraico, pero a nivel internacional, España cuenta con diferentes investigaciones que guardan relación con nuestra investigación.

Entre las investigaciones desarrolladas donde se hizo los estudios referentes al razonamiento algebraico a nivel nacional, destacamos la investigación realizada por:

En primer lugar, tenemos como antecedente de investigación en el año 2014 la autora Phamela Stephany Escudero Acero. El estudio fue sobre “Identificación de conocimientos didáctico-matemáticas, en la faceta epistémica, del profesor de educación” donde se analizará aspectos cualitativos, como el conocimiento didáctico que debe poseer un profesor de educación secundaria para lograr el razonamiento algebraico en sus estudiantes.

Está enmarcado dentro de una investigación cualitativa que buscó principalmente analizar teoría, presentando propuestas de conocimientos del profesor, de matemáticas de educación secundaria para desarrollar el razonamiento algebraico con respecto a funciones lineales y cuadráticas planteando un estudio con textos didácticos para educación secundaria de manera inductiva y cíclica.

Durante el estudio se construyó un significado institucional de referencia en una institución educativa secundaria para finalmente identificar conocimientos didácticos - matemáticos en relación al contenido algebraico que fueron puestos en juego al enfrentarse a tareas que involucran los campos temáticos mencionados señalando aquellas competencias que enriquecen situaciones propiciando el razonamiento algebraico.

Al igual que nuestra investigación, la tesis mencionada presenta la clasificación existente entre el razonamiento algebraico elemental desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS) y sus niveles de algebrización en la actividad matemática, presentando la misma problemática sobre la enseñanza del aprendizaje del álgebra escolar, de igual manera nos presenta los criterios a emplear en los niveles de algebrización.

Esta investigación llegó a la conclusión que existen competencias didáctico-matemáticas con el modelo de conocimientos del EOS que integra el modelo del

razonamiento algebraico atribuidos a las resoluciones de tareas abordando los temas de la investigación. De igual manera el investigador concluyó que empleo de ejemplos representativos favorecen el desarrollo progresivo del razonamiento algebraico, así como el de los niveles de algebrización.

En segundo lugar, tenemos como antecedente la investigación realizada en el año 2018 por la autora Johana Lizbeth García Yataco de la Pontificia Universidad Católica del Perú. El estudio se titula “Niveles de algebrización que alcanzan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de tareas estructurales de números racionales”.

Dicha tesis tuvo como objetivo analizar los niveles de algebrización de los estudiantes de primer grado de educación secundaria en la resolución de tareas estructurales, involucrando operaciones y propiedades del conjunto numérico que propicia el razonamiento algebraico elemental. Se analizaron cuatro tareas estructurales, tres de las tareas estructurales tenían como objetivo realizar conjeturas y validaciones que generen procesos de generalización y una de las tareas tenía como objetivo identificar una situación de contexto de medida.

Se tomó en cuenta rasgos característicos del Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) propuesta por Juan D. Godino, Castro, Aké y Wilhelmi donde se identificaron los niveles de algebrización de cada tarea. La investigación tuvo como resultados que los estudiantes en cada tarea se encontraban en el nivel 1 ya que respondieron de manera correcta las propiedades y operaciones, así como la realización de generalizaciones. Además, los estudiantes lograron alcanzar rasgos del nivel 3 de algebrización ya que emplearon variables y realizaron procedimientos para encontrar patrones generales.

La investigación cualitativa es inductiva y aportó herramientas teóricas sobre el Enfoque Ontosemiótico de la introducción matemática además de contar con el plan de acción de la investigación como una propuesta para nuestro estudio ya que arrojó resultados favorecedores para su investigación.

La tesis presentada se relaciona con nuestra investigación ya que para analizar el razonamiento algebraico emplea aspectos teóricos del marco teórico como elementos, dualidades, significados y facetas del Enfoque Ontosemiótico de la instrucción matemática tomando en cuenta las soluciones de los estudiantes al momento de resolver una tarea estructural.

La investigación concluyó con la importancia de la implementación de fichas de trabajo con tareas estructurales para generar el Razonamiento Algebraico Elemental (RAE) para que los estudiantes realicen conjeturas y validaciones además de utilizar distintas estrategias para resolver tareas.

Entre las investigaciones desarrolladas que hicieron estudios referentes al razonamiento algebraico a nivel internacional se destacan:

En primer lugar, la investigación realizada en el año 2013 por la autora Lilia P. Aké de la Universidad de Granada. El estudio fue sobre “Evaluación y desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental en maestros en formación”.

Dicha investigación tuvo como fin enriquecer la actividad matemática escolar y facilitar la transición con la matemática de secundaria. Esta investigación abordó los problemas de investigación que destacan la naturaleza del álgebra escolar y la formación de los docentes para asumir una nueva manera de entender el álgebra y capacitarse para su enseñanza usando el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico y la instrucción matemática.

La investigación estuvo conformada por 2 fases, en la primera fase se realizó la elaboración de un cuestionario evaluando aspectos del conocimiento sobre el razonamiento algebraico a 40 profesores de primaria en formación esto reveló las necesidades formativas para hacer frente la inclusión del razonamiento algebraico en los primeros niveles educativos, además se encontró la ausencia de familiarización de los docentes con los procesos del desarrollo de ideas algebraicas. En la segunda fase se realizó el diseño, implementación y evaluación de un proceso formativo sobre el razonamiento algebraico evaluando competencias de resolución de tarea de índole algebraica.

Así mismo, esta investigación se llevó a cabo en 3 etapas; la primera etapa recogió diversas investigaciones a través de la literatura con el marco del Enfoque Ontosemiótico (EOS), posteriormente en la segunda etapa se enmarca un estudio de tipo descriptivo y exploratorio durante el curso académico 2010-2011 en la Escuela Normal para Maestros de la ciudad de Mérida haciendo uso de un cuestionario de respuestas abiertas como instrumento para recoger datos. Finalmente, en la tercera y última etapa se desarrolló un estudio descriptivo y exploratorio durante el curso académico 2011-2012 en la Facultad de Ciencia de la Educación de Granada, España con el objetivo de promover el desarrollo del razonamiento algebraico elemental en los maestros en formación.

Al igual que nuestra investigación, la tesis en mención presenta un diseño descriptivo, ya que está enmarcada dentro de un enfoque metodológico de tipo mixto que recolecta, analiza y vincula datos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio para responder distintas preguntas de investigación orientadas a hacer énfasis en la importancia que tiene promover los estándares del razonamiento algebraico elemental en el aprendizaje de los estudiantes.

La investigación mencionada concluyó que es necesario la articulación de una visión propia del álgebra en un marco referencial sobre su significada desde temprano edad, además de mencionar que las prácticas matemáticas propuestas de manifiesto por los estudiantes son poco adecuadas para promover el RAE.

En segundo y último lugar, tenemos como antecedente la investigación realizada en el año 2016 por Ana Milena Sibaja Ramos y Surdely Soto Rodríguez de la Universidad de Antioquia. El estudio se titula: “Razonamiento algebraico en 3^{er} grado”.

Esta investigación tiene como objetivo fortalecer el desarrollo del razonamiento algebraico en niños de 3^{er} grado del nivel primario de la Institución Educativa Andrés Bello ubicada en el municipio de Bello (Antioquia), ciudad de Medellín.

Esta investigación se realiza en tres fases; en la primera fase, se realizó un reconocimiento del contexto institucional y se analizó el plan de estudios en el área de matemática; en la segunda fase, se aplicaron once tareas asociadas a la identificación de patrones y regularidades, construcción de secuencias y generación de equivalencias; finalmente en la última fase, se analizaron las estrategias aplicadas y se identificaron los conocimientos adquiridos a partir de la correspondencia con los niveles de algebrización.

Dicha tesis tuvo como objetivo general fortalecer el desarrollo del Razonamiento Algebraico en niños de 3^{er} grado de la I.E. Andrés Bello, a través de tareas asociadas a la identificación de patrones y regularidades, construcción de secuencias y generación de equivalencias. La investigación aportó la clasificación existente entre el razonamiento algebraico elemental y sus niveles de algebrización.

Finalmente se concluyó que la realización de tareas completando secuencias e identificando los patrones de formación y formalizan generalizaciones, mediante el uso de un lenguaje simbólico y natural, lo que constituyó un avance significativo durante la experiencia en el aula se lograron avances en el fortalecimiento del Razonamiento Algebraico.

3. Sustento Teórico

En el transcurso de la Educación Básica Regular, los estudiantes necesitan desarrollar un conjunto de competencias a través de capacidades para un exitoso desenvolvimiento en su entorno y sean capaces de tomar decisiones conscientemente sobre su realidad. Una de estas competencias fundamentales es el razonamiento algebraico elemental.

La variable del razonamiento algebraico elemental, se aborda en el siguiente trabajo de investigación, ya que está estrechamente relacionada con la competencia de Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio que aborda actualmente el MINEDU en el Currículo Nacional 2016.

3.1 Razonamiento Algebraico Elemental

3.1.1. Definición del Razonamiento Algebraico Elemental. Para comenzar con la definición sobre el razonamiento algebraico elemental presentamos lo mencionado por Godino:

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento funcional está en el corazón de las matemáticas concebidas como la ciencia de los patrones y el orden, ya que los procesos de formalización y generalización son procesos centrales de las matemáticas. (Godino, 2006, p.18)

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, se infiere que lo importante del razonamiento algebraico es el proceso de generalización, ya que estimula al sujeto a realizar actividades como la justificación, la argumentación, el establecimiento de conjeturas, la caracterización de comportamientos, entre otras y que se logre llegar a mayores niveles de formalización.

Avanzar en la clarificación de la naturaleza del razonamiento algebraico es un tema complejo pero necesario desde el punto de vista educativo. Como se afirma en lo siguiente, "necesitamos profundizar en nuestra propia comprensión de la naturaleza del pensamiento algebraico y la manera en que se relaciona con la generalización" (Radford 2000, p. 238)

Según Aké (2013) considera a las expresiones de "razonamiento algebraico", "sentido algebraico" y " pensamiento algebraico" como perspectivas equivalentes del mismo objeto "álgebra escolar".

Kieran (2004) manifiesta que el razonamiento algebraico en los grados elementales implica el progreso de estructuras del pensamiento en actividades para las que el álgebra simbólico-literal puede ser utilizada como herramienta, pero que no son únicos ya que se puede estar implicado en el álgebra sin usar ningún símbolo literal en absoluto. Por ejemplo, al analizar las relaciones entre cantidades, al notar la estructura, el estudio del cambio, generalización, resolución de problemas, el modelado, justificación, prueba y predicción. Involucra una actividad de generalización de los estudiantes sobre datos y relaciones matemáticas, estableciendo generalizaciones a través de la conjetura y la argumentación, y expresándose mediante formas cada vez más formales (Kaput y Blaton, 2002).

3.1.2. Objetos Algebraicos. Los objetos algebraicos responden a prácticas matemáticas. Godino y Batanero (1994) manifiestan que las prácticas matemáticas son como actuaciones o expresiones (verbal, gráfica, gestual, etc.) realizada por alguien (o compartidas en una comunidad) para resolver un problema matemático, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizar hacia otros contextos y problemas.

Estos objetos pueden expresarse desde diversos lenguajes, puede ser alfanumérico como lo describe Kieran(1989) en sentido del álgebra clásico, también se encuentra el lenguaje ordinario, gráfico, tabular y gestual como lo menciona Radford (2003)

Teniendo en cuenta las prácticas matemáticas o también llamadas prácticas algebraicas, se proponen seis tipos de objetos primarios:

Lenguajes: Términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas. En un texto vienen dados en forma escrita o gráfica, pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros.

Situaciones - problemas: Los problemas más o menos abiertos, aplicaciones extra matemáticas o intra matemáticas, ejercicios; son las tareas que inducen la actividad matemática del estudiante.

Conceptos - definición: Entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición.

Propiedades: atributos de los objetos matemáticos, que suelen darse como enunciados o proposiciones.

Proposiciones: Son aquellos atributos de los objetos matemáticos, que suelen darse como enunciados o proposiciones.

Procedimientos: Técnicas de cálculo operaciones y algoritmos

Argumentos: Justificaciones, demostraciones o pruebas de las proposiciones usadas.

Los seis tipos de entidades primarias se relacionan entre sí, formando configuraciones que se definen como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos.

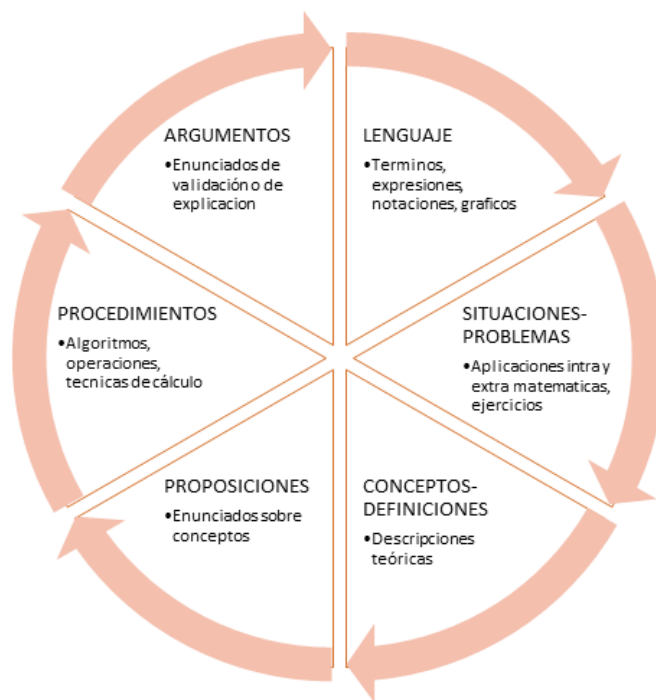


Figura 1. Objetos primarios. Elaboración propia

3.1.3. Procesos Algebraicos. Bajo el marco del Enfoque Ontosemiótico las prácticas algebraicas y los objetos que se interponen se pueden presenciar desde distintas perspectivas. Estas consideraciones se interpretan como pares de dualidades (intensivo-extensivo, ostensivo- no ostensivo, sistémico-unitario, contenido-expresión, institucional-personal) para evidenciar las relaciones dialécticas que se establecen entre ellas.

Personal - institucional: Si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como “objetos personales” Godino y Batanero (1994). La cognición matemática debe contemplar las facetas personal e institucional, entre las causas se establecen relaciones dialécticas complejas y cuyo estudio es esencial para la educación matemática. La “cognición personal” es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual entre una cierta clase de problemas, mientras la “cognición institucional” es el resultado del diálogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos que forman una comunidad de prácticas.

Ostensivo - no ostensivo: Se entiende por ostensivo cualquier objeto que es público y que, por tanto, se puede mostrar a otro. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no ostensiva (no perceptibles por sí mismos). Ahora bien, cualquiera de estos objetos se usa en las prácticas públicas por medio de sus ostensivos asociados (notaciones, símbolos, gráfico). Esta clasificación entre ostensivo y no ostensivo es relativa al juego de lenguaje en que participan. El motivo es que un objeto ostensivo puede ser también pensado, imaginado por un sujeto o estar implícito en el discurso matemático (por ejemplo, el signo de multiplicar en la notación algebraica).

Extensivo - intensivo: Un objeto que interviene en un juego de lenguaje como un caso particular y una clase más general. La dualidad extensivo-intensivo se utiliza para explicar una de las características básicas de la actividad matemática: el uso de elementos genéricos. Esta dualidad permite centrar la atención en la dialéctica entre lo particular y lo general, que sin duda es una cuestión clave en la construcción y aplicación del conocimiento matemático.

Unitario - Sistémico: En algunas circunstancias los objetos matemáticos participan como entidades unitarias (que se suponen son conocidas previamente), mientras que otras intervienen como sistemas que se deben descomponer para su estudio. En el estudio de la adición y sustracción, en los últimos niveles de educación primaria, el sistema de numeración decimal (decenas, centenas, ...) se considera como algo conocido y en consecuencia como entidades unitarias (elementales). Estos mismos objetos, en el primer curso tienen que ser considerados de manera sistémica para su aprendizaje.

Expresión - contenido: La actividad matemática y los procesos de construcción y uso de los objetos matemáticos se caracterizan por ser esencialmente relacionales. Los distintos objetos no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unos con otros. La relación se establece por medio de funciones semióticas, entendidas como una relación entre un antecedente (expresión, significante) y un consecuente (contenido, significado) establecida por un sujeto (persona o institución) de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia.

3.1.4. Estándares del razonamiento algebraico propuestos por la NTCM. Kaput (2000) indica que el álgebra debe enseñar, la generalización de patrones y relaciones, el estudio de funciones y relaciones, el estudio de estructuras y sistemas abstraídos de cálculos y relaciones y la manipulación sintácticamente guiada de formalismos.

Al igual que el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) expresa su inquietud por el aprendizaje del álgebra y sostiene que la competencia algebraica es relevante en la vida adulta como en la educación postsecundaria y por este motivo todos los estudiantes deben aprender álgebra. Es por ello que el NCTM (2000) plantea como componentes del estándar de álgebra a los siguientes aspectos:

- Comprender patrones, relaciones y funciones.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos.
- Empleo de modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas.
- Analizar el cambio en contextos diversos.

3.1.4.1 Comprensión. Se entiende como la habilidad en la cual se realiza una traducción de un escenario del mundo real al área de las matemáticas, dotando al problema del mundo real de una estructura, representación y especificidad matemática.

Esta habilidad matemática implica comunicación, en ella el sujeto percibe la existencia de algún desafío y está estimulado para reconocer y comprender una situación problemática. La lectura, descodificación e interpretación de enunciados, preguntas, tareas u objetos le permite formar un modelo mental de la situación, que es un paso importante para la comprensión, clarificación y formulación de un problema.

Durante el proceso de resolución, puede ser necesario resumir y presentar los resultados intermedios. Posteriormente, una vez que se ha encontrado una solución, el individuo que resuelve el problema puede tener que presentarla a otros y exponer una explicación o justificación.

Relacionando la información anterior con lo que nos presenta el MINEDU (2017) respecto a la capacidad de traducir datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas, se menciona que significa transformar los datos, valores desconocidos, variables y relaciones de un problema a una expresión gráfica o algebraica (modelo) que generalice la interacción entre estos. Implica también evaluar el resultado o la expresión formulada con respecto a las condiciones de la situación; y formular preguntas o problemas a partir de una situación o una expresión.

3.1.4.2. Representación. Esta habilidad matemática suele venir acompañada de representaciones de objetos y situaciones matemáticas. Esto puede implicar la selección, interpretación, traducción y la utilización de una variedad de representaciones para plasmar una situación, interactuar con un problema o para presentar un trabajo propio. Las representaciones mencionadas incluyen gráficos, tablas, diagramas, imágenes, ecuaciones, fórmulas y materiales concretos.

El proceso clave es la interpretación, la cual indica el grado de eficacia con que los alumnos pueden reflexionar sobre las soluciones o conclusiones matemáticas, esto se evidencia al interpretar un problema en el contexto del mundo real y establecer si los resultados o conclusiones son razonables.

Relacionando la información anterior con lo que nos presenta el MINEDU (2017) respecto a la capacidad de comunicar su comprensión sobre las relaciones algebraicas, se menciona significa transformar los datos, valores desconocidos, variables y relaciones de un problema a una expresión gráfica o algebraica (modelo) que generalice la interacción entre estos. Implica también evaluar el resultado o la expresión formulada con respecto a las condiciones de la situación; y formular preguntas o problemas a partir de una situación o una expresión.

3.1.4.3. Empleo modelos matemáticos. En esta habilidad matemática se requiere el diseño de estrategias para resolver problemas matemáticos. Esto implica un conjunto de procesos de control fundamentales que guían a un individuo para que reconozca, formule y resuelva problemas eficazmente.

Esta destreza se caracteriza por la selección o diseño de un plan o estrategia para utilizar las matemáticas para resolver los problemas derivados de una tarea o contexto, además de guiar su implementación. Esta habilidad matemática puede ser requerida en cualquier etapa del proceso de resolución de problemas.

El procedimiento emplear indica el grado de corrección con que los estudiantes pueden realizar cálculos y manipulaciones y aplicar los conceptos y los datos que conocen para llegar a una solución matemática en el caso de un problema formulado matemáticamente.

Relacionando la información anterior con lo que nos presenta el MINEDU (2017) respecto a la capacidad de usar estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales, se menciona que significa seleccionar, adaptar, combinar o crear, procedimientos, estrategias y algunas propiedades para simplificar o transformar ecuaciones, inecuaciones y expresiones simbólicas que le permitan resolver ecuaciones, determinar dominios y rangos, representar rectas, parábolas, y diversas funciones.

3.1.4.4. Analiza el cambio. Esta destreza implica procesos de exploración, argumentación y razonamiento. Estos procesos permiten conectar los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas.

El proceso de argumentar o formular indican el grado de eficacia con que el alumnado puede reconocer e identificar oportunidades para utilizar las matemáticas ante los problemas y, posteriormente, facilitar la estructura matemática necesaria que se precisa para formular ese problema contextualizado de forma matemática.

Relacionando la información anterior con lo que nos presenta el MINEDU (2017) respecto a la capacidad de argumentar afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, se menciona que significa elaborar afirmaciones sobre variables, reglas algebraicas y propiedades algebraicas, razonando de manera inductiva para generalizar una regla y de manera deductiva probando y comprobando propiedades y nuevas relaciones.

3.1.5. Niveles de algebrización. En este apartado se describe las características sobre las prácticas realizadas para desarrollar problemas matemáticos, tratables en educación secundaria, los cuales permiten definir los distintos niveles o grados de algebrización. Según Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014. p. 206), se pueden distinguir niveles de algebrización primarios (proto algebraicos al considerarlos como primarios, primitivos, o incipientes). Dicho nivel considera a partir de un nivel 0 de algebrización (ausencia de razonamiento algebraico) hasta un nivel 3 en el cual la actividad matemática se puede considerar como propiamente algebraica.

3.1.5.1. Criterios de los niveles de algebrización. Según Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014. p. 206), se pueden proponer niveles de algebrización y las características asociadas a tales niveles. El nivel que se asigna es de acuerdo a la actividad matemática que se realiza, por lo que la actividad matemática puede ser clasificada en un nivel u otro.

3.1.5.2. Niveles de algebrización ampliados. En Vision Math (Ed. Pearson, 2012) según la propuesta de Godino y Cols (2014), se identifica la necesidad de incluir una descripción más amplia para cada nivel de algebrización, y se tienen en cuenta los aportes de la propuesta de taxonomía de desempeño algebraico de Burkhardt (2001).

Se proponen, las siguientes categorías, para describir de manera clara y concisa las habilidades que emergen del estudiante para enfrentar diferentes tipos de tareas

algebraicas, además de asignarle de manera cuidadosa el nivel en el cual se encuentra. Godino (2014), se conserva la numeración en niveles y los aspectos descriptivos para cada nivel, para cada una de las categorías.



Figura 2. Aspectos descriptivos de cada nivel de algebrización

De acuerdo a Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014), resumen las características en los siguientes niveles:

3.1.5.2.1. *Nivel 0: Ausencia del razonamiento algebraico.* Intervienen objetos extensivos (particulares) expresados mediante lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a un valor desconocido, pero dicho valor se obtiene como resultado de operaciones sobre objetos particulares. En tareas de generalización el mero reconocimiento de la regla recursiva que relaciona un término con el siguiente, en casos particulares, no es indicativa de generalización. (Godino, 2012. p. 289)

En el nivel de ausencia del razonamiento algebraico no intervienen objetos intensivos, las tareas son estructurales e intervienen datos desconocidos. Además, las operaciones se dan de manera extensiva, el lenguaje será natural, numérico, gestual y se puede intervenir símbolos, por ejemplo, realiza operaciones con números particulares: $2+4=6$, lo que significa que sus actividades son netamente aritméticas.

3.1.5.2.2. *Nivel 1: Nivel incipiente de algebrización.* Intervienen objetos intensivos cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante los lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos, pero sin operar con estos objetos. En tareas estructurales, se aplican relaciones y propiedades de las operaciones y pueden intervenir datos desconocidos expresados simbólicamente. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad, aunque expresada en un lenguaje diferente al simbólico-literal (Godino et al. 2014, p.208).

En el nivel incipiente de la algebrización las tareas son estructurales, pueden intervenir datos desconocidos. Además, aplican relaciones y propiedades de las operaciones, se calcula con objetos extensivos. El lenguaje es natural, numérico, gestual y pueden intervenir símbolos, por ejemplo, al tener una secuencia partiendo de “un cuadrado azul, luego un rombo verde” y así sucesivamente, se entiende que el estudiante reconoce una regla general similar con el conjunto finito de elementos dados, al permitir generar sucesivamente los términos de una sucesión.

3.1.5.2.3. *Nivel 2: Nivel intermedio de algebrización.* Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico-literal para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial temporal. En tareas estructurales, las ecuaciones son de la forma. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión (Godino et al., 2014, p.210).

En el nivel intermedio de algebrización intervienen indeterminadas o variables, aparecen las ecuaciones de la forma $Ax \pm B = C$ y es así que se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión sino de manera simbólico -literal, ligados a la información del contexto espacial y temporal.

3.1.5.2.4. *Nivel 3: Nivel consolidado de algebrización.* Es el nivel consolidado de algebrización, ya que supone la intervención de objetos intensivos representados de manera simbólico-literal y se opera con ellos. Se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones del tipo $Ax + B = Cx + D$ ($A, B, C, D \in R$) y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones (Godino et al., 2014, p.211).

En el nivel consolidado de algebrización, las tareas son ecuaciones de la forma $Ax \pm B = Cx \pm D$, en este nivel se opera indeterminadas o variables, su lenguaje al igual que el nivel anterior es simbólico-literal, usan los símbolos de manera analítica.

3.2 Álgebra Escolar

Hoy en día los niños presentan dificultades en el tránsito desde la aritmética hasta el álgebra durante la secundaria como lo evidencian las diferentes investigaciones de Wagner; Kieran (1989); Bednarz; Kieran; Lee, (1996); Kieran, (2007); Filloy; Rojano; Puig, (2008); al describir que el razonamiento algebraico permite aportar datos experimentales y justificaciones teóricas del álgebra que se pueden emplear desde el nivel primaria.

De igual manera Kieran (1992) destaca que los estudiantes de educación secundaria manifiestan problemas en el cambio de la aritmética al álgebra al surgir la necesidad de trabajar con letras y asignarles un significado, considerándose un cambio importante en las convenciones usadas en la aritmética y el álgebra.

El álgebra es entendida como un lenguaje simbólico, orientado a la resolución de ecuaciones, polinomios y es así como aparece abruptamente de la primaria a la secundaria ya que no hay una continuidad con los temas de aritmética, medida y geometría tratados en primaria. En esta aproximación, “se atribuyen las dificultades mostradas por los estudiantes adolescentes sobre el álgebra, en gran medida, a las limitaciones de cómo se introduce la aritmética y de manera más general la matemática elemental en primaria” (Carraher; Schliemann, 2007, p. 675).

Ya que el álgebra se desarrolla a lo largo del tiempo debido a que sus competencias algebraicas se presentan de manera simbólica como consecuencia de un

proceso de maduración más general con lo cual requiere que su enseñanza se inicie desde el nivel primaria.

Castro, E. (2012) quien se basa en Booth (1984) y Kieran (1996) indica que el objetivo primordial de la enseñanza del álgebra es que los estudiantes aprendan a representar relaciones generales y procedimientos, ya que, a través de estas representaciones, se pueden resolver una amplia escala de problemas y pueden desarrollarse nuevas relaciones a partir de las ya conocidas.

En los problemas algebraicos donde intervienen gráficos y tablas, estas representaciones ayudan a la mejor comprensión de los problemas, más aún si se genera una relación entre los datos del problema esto contribuye a la deducción de nuevas situaciones en función de las relaciones establecidas.

Por otro lado, Castro, E. (2012) menciona que los contenidos de álgebra inmersos en el currículo escolar de secundaria están centrados en la simplificación y la manipulación en lugar de la generalización de ideas que son la base del álgebra.

El álgebra usualmente no se enseña a través de una progresión pausada, como instrumento u objeto del pensamiento (Radford, 2012) sino que se trata como un mecanismo manipulador y se centran en los aspectos de cálculo. Es por ello, que el álgebra pierde algunas de sus características esenciales, una de las cuales es el uso de un lenguaje necesario para describir la realidad, otra es ser una potente herramienta de razonamiento, mediante la formulación de hipótesis que genera un conocimiento.

Es necesario que no sólo se realicen cambios significativos en la enseñanza del álgebra en secundaria sino también propiciar en las escuelas desde primaria un acercamiento a estos cambios de manera que favorezcan a una aproximación temprana del pensamiento algebraico (Malara, 2003; Molina, 2007).

Además, se han realizado intentos por determinar enfoques que guíen la enseñanza del álgebra, por diferentes autores. Castro, E. (2012) señala que existen cuatro enfoques diferentes mediante los que se puede trabajar el álgebra escolar: aritmética generalizada, estudio de procedimientos para resolver problemas, estudio de relaciones entre cantidades y estudio de estructuras, tomando como referencia las actividades propias que realizan los estudiantes, caracteriza el álgebra escolar de acuerdo a tres tipos de tareas: de generalizar, de transformar y tareas globales o de alto nivel (meta-nivel).

Las actividades de generalizar involucran expresiones y ecuaciones que son objeto del álgebra, incluyen: ecuaciones que contienen una incógnita que representa la

solución del problema, expresiones de generalización que se presentan desde patrones geométricos o secuencias numéricas y expresiones de las reglas que rigen las relaciones numéricas.

Entre las actividades de transformación incluye: factorizar, sumar y multiplicar expresiones polinómicas, resolver ecuaciones, trabajar con expresiones y ecuaciones equivalentes. El nivel global o meta-nivel comprende actividades en las que el álgebra se usa como herramienta, si bien las tareas no tienen que ser exclusivas del álgebra, incluye: resolución de problemas, modelización, reconocimiento de estructuras, generalización, justificación, prueba, y predicción.

Después de una revisión de documentos sobre el tema, Drijvers y Hendrikus (2003) consideran que se utilizan cuatro enfoques del álgebra los cuales conforman una categorización fenomenológica.

El primer enfoque se centra en el álgebra como un medio para resolver problemas. El segundo lo hace en el estudio de las funciones, es decir, de relaciones entre variables. En tercer lugar, hacen referencia a un enfoque centrado en la generalización de relaciones y el estudio de patrones y estructuras.

El último enfoque se centra en el lenguaje, considerando el álgebra como un medio de expresión de ideas matemáticas, en otras palabras, como un sistema de representación. Los diferentes enfoques permiten abordar la introducción y enseñanza del álgebra escolar desde posicionamientos distintos. No obstante, en la práctica educativa, dichos enfoques no pueden ser separados radicalmente debido a que una situación o contexto a menudo provoca actividades algebraicas relacionadas con más de un enfoque (Drijvers y Hendrikus, 2003).

Un equilibrio entre las diferentes componentes del álgebra y la consideración de las variadas situaciones que las hacen significativas, puede permitir a los estudiantes comprender la pertinencia del álgebra, su estructura, el significado de los conceptos algebraicos fundamentales y el uso de razonamiento algebraico (Bednarz y Janvier, 1996).

Por otro lado, Kaput (2000) hizo una propuesta, denominada algebra for all, con el fin de promover el álgebra desde la escuela primaria para facilitar una mejor comprensión de las matemáticas.

Los Principios y Estándares (2000) plantea incluir contenidos del álgebra desde los primeros grados de la educación primaria denominándose como Early Algebra, esta incorporación demanda un dominio más amplio del razonamiento

algebraico elemental como lo afirma Radford (2000, p.238) “Necesitamos profundizar en nuestra propia comprensión de la naturaleza del pensamiento algebraico y la manera en que se relaciona con la generalización”.

Esto implica la realización de un modelo comprensivo que vincule coherentemente el currículo matemático escolar con los diferentes niveles escolares y facilitar el diseño de actividades que fomenten el surgimiento y consolidación progresiva del razonamiento algebraico.

3.3 Enfoque Ontosemiótico

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) en educación matemática es un modelo que articula los diferentes paradigmas, enfoques y teorías sobre la enseñanza de la matemática, teniendo como objeto de estudio la relación entre los significados personales e institucionales, es aplicado como objeto matemático empleando diversas herramientas para facilitar el conocimiento matemático y lograr la comprensión acerca de sus nociones teóricas, también realiza estudios abordando los procesos de interpretación basados en los signos matemáticos usados eventualmente.

Martínez (2014), quién cita a Steiner (1985) menciona lo siguiente: “El Enfoque Ontosemiótico de investigación en Educación Matemática es un modelo que asume una perspectiva sistémica e interdisciplinaria para trabajar la complejidad de la educación matemática como un campo de investigación, desarrollo y práctica” (Martínez, 2014, p. 22).

Godino (2017) define el EOS como un sistema teórico modular e inclusivo que proporciona herramientas para el análisis epistémico y cognitivo de la actividad matemática, asumiendo presupuestos antropológicos y semióticos sobre la naturaleza de las matemáticas.

Considerando las definiciones mencionadas anteriormente, comprendemos el Enfoque Ontosemiótico (EOS) como una praxis ideal que integra distintos modelos sobre la investigación en la Educación Matemática asimismo brinda instrumentos teóricos para buscar el desarrollo del pensamiento matemático además de adoptar principios didácticos socio-constructivista e interaccionista para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática el docente es capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando las prácticas, objetos y procesos puestos en juego, y las variables que intervienen en los enunciados, a fin de formular nuevos problemas y adaptarlos a cada circunstancia educativa. (Godino; Batanero; Font, 2007)

Es decir, bajo el EOS el docente es capaz de emplear dentro de sus acciones educativas alternativas para mejorar el proceso de enseñanza. Entre estas actividades a realizar se toman en cuenta los agentes del proceso de enseñanza y aprendizaje (docente, estudiante, recursos, medio).

De acuerdo con el Enfoque Ontosemiótico, todo proceso de instrucción matemática considera seis componentes propuestos por Godino, Batanero y Font (2007).

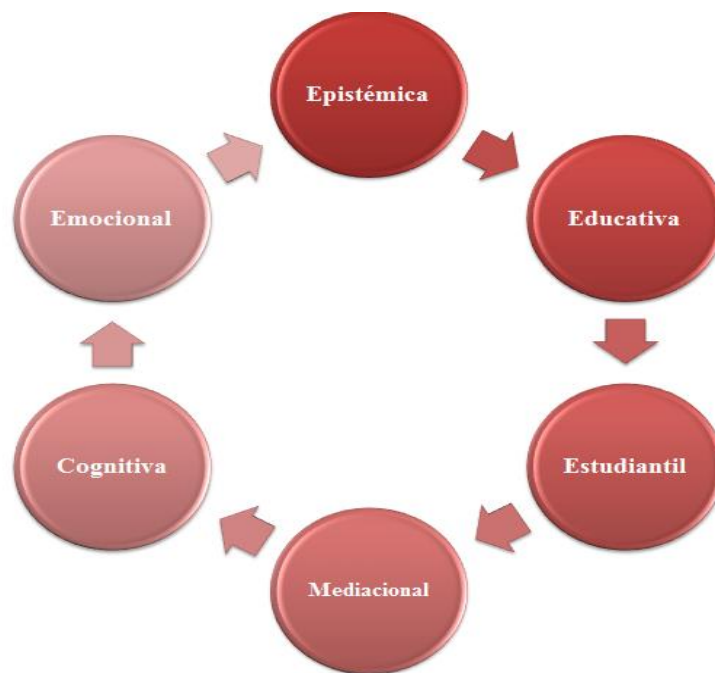


Figura 3. Componentes de la Instrucción Matemática según el Enfoque Ontosemiótico

De la figura 3 observada se definen los componentes: Epistémica, se refiere a la naturaleza del objeto matemático a tratar en la clase; Educativa, alude a las funciones que realiza el docente en su labor diaria; Estudiantil, se describen las tareas que desarrolla el estudiante durante su estadía escolar; Mediacional, sugiere el uso de las herramientas que son proporcionadas de manera intencional para recoger los conceptos previos del discente así como la construcción de nuevos conocimientos con el fin de

consolidar de manera innovadora los conceptos matemáticos; Cognitiva, apunta al desarrollo de las capacidades y se propone incrementar el nivel de desarrollo mental para ello es inherente emplear las inteligencias múltiples del aprendiz; y Emocional, está dirigido a todas las sensaciones, posturas, prevenciones y motivos que permite que el estudiante muestre disposición de aprender y a su vez a la expectativa del aprendizaje. Martínez (2014) nos plantea que cada uno de estos componentes hacen referencia a una parte fundamental de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, asimismo pone énfasis en que estas seis dimensiones son realizadas en el proceso de instrucción matemática.

3.3.1 Herramientas teóricas. Las matemáticas surgen a partir de problemas reales que se dan en nuestro quehacer diario y en la interacción en nuestro entorno, por ello surge la necesidad dar soluciones para ello se considera los sistemas de prácticas, estos pueden ser Operativas o Discursivas.

Godino y Batanero nos explican que para resolver diversas situaciones es necesaria tener conocimientos acerca de los objetos matemáticos, los cuales surgen de los sistemas de prácticas matemáticas ya sean personales (significado personal) o compartidas en el seno de una institución (significado institucional).

En el EOS se identifica una tipología de significados personales e institucionales Godino, Batanero y Font (2007):

Los significados personales propuestos son tres el Global, declarado y logrado, cada uno de ellos hace referencia a la evaluación realizada:

Global: Corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de expresar potencialmente el sujeto, ello corresponde a un objeto matemático.

Declarado: Da cuenta de las prácticas efectivamente manifestadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.

Logrado: Corresponde a las prácticas que son realizadas conforme con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen.

Los significados institucionales propuestos son cuatro el Referencial, pretendido, implementado y evaluado que corresponden al acoplamiento del proceso Enseñanza- Aprendizaje:

Referencial: Sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación referencial del significado global exige de un estudio histórico y epistemológico sobre el origen y evolución del objeto considerado, así como de la consideración de la diversidad de contextos de uso en donde se manifiesta dicho objeto.

Pretendido: Sistema de acciones incluidas en la planificación del proceso de enseñanza aprendizaje.

Implementado: Sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente en un proceso de estudio específico.

Evaluado: El subsistema de prácticas utilizado por el docente para evaluar los aprendizajes (guías de observación, lista de cotejo, rúbrica, etc.)

A continuación, se presenta una figura que relaciona los significados personales e institucionales y su conexión con el proceso de Enseñanza- Aprendizaje.

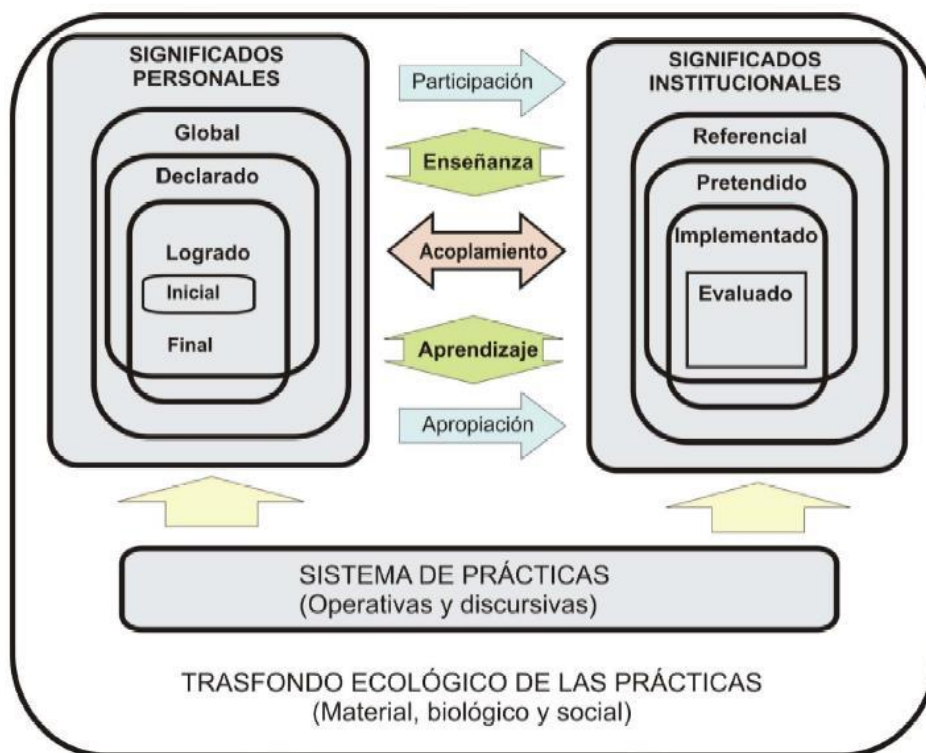


Figura 4: Tipos de significados institucionales y personales en el Enfoque Ontosemiótico.

4. Objetivos

4.1 Objetivo general

Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

4.2 Objetivos específicos

Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de comprensión en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de representación en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de Empleo de modelos matemáticos en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de análisis del cambio en diversos contextos en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

5. Variables

5.1 Variable Fundamental

Razonamiento Algebraico Elemental

- **Dimensiones**
 - Comprensión
 - Representación
 - Empleo de modelos matemáticos
 - Análisis del cambio

6. Definiciones Operacionales

Se emplearon términos y conceptos fundamentales para la elaboración de esta investigación, los cuales afirman la presente investigación.

6.1 Razonamiento Algebraico Elemental.

Las habilidades básicas del razonamiento algebraico elemental se realizan basados en procesos de generalización, los cuales se ejecutan a partir de actividades cognitivas implicadas en la identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos.

Conocer el nivel de razonamiento algebraico elemental permite saber si el estudiante ha comprendido la situación de contexto real y puede traducir los datos expresiones matemáticas, también si logra la representación de la situación a una expresión matemática, además si emplea modelos matemáticos, es decir, selección o diseño de un plan o estrategia para utilizar las matemáticas y lograr desarrollar la situación planteada, finalmente si se logra el análisis de la situación, en el cual el estudiante ha empleado diversos procesos de exploración, argumentación y razonamiento y obtener una justificación a la solución del problema o enunciado.

De esta manera se evidencia la relevancia de desarrollar estas habilidades mediante los procesos cognitivos que permitan un óptimo razonamiento. Para determinar los resultados generales se aplicaron las dimensiones, niveles e interpretación propuestos por Godino que permitieron medir el grado de algebrización en que se encuentra cada estudiante al momento de desarrollar las situaciones planteadas, para ello se consideraron los siguientes niveles:

Tabla 1.

Tabla de niveles de algebrización del Razonamiento Algebraico Elemental

Rangos	Niveles
[61 - 80]	Nivel 3
[41 -60]	Nivel 2
[21 - 40]	Nivel 1
[1 - 20]	Nivel 0

Fuente: Criterios establecidos por el Grupo Investigador (2019).

Considerando la tabla 1, el desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental se medirá a través de los siguientes niveles:

Nivel 0: Cuando el estudiante obtiene un puntaje entre 1 a 20; se demuestra que existe una dificultad en el proceso, ya que presenta un ligero dominio en la relación de la matemática, las operaciones se dan de manera extensiva, el lenguaje será natural, numérico, gestual y se puede intervenir símbolos.

Nivel 1: Cuando el estudiante obtiene un puntaje entre 21 a 40; se demuestra que relaciona pocas de las fórmulas matemáticas pertinentes para resolver problemas, aplica relaciones y propiedades de las operaciones, se calcula con objetos extensivos. El lenguaje es natural, numérico, gestual y pueden intervenir símbolos, pero no de forma totalmente eficaz, llegando a veces a los resultados esperados.

Nivel 2: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 41 a 60; se evidencia que el desarrollo del proceso está en curso, ya que es capaz de iniciar el proceso de solución reconociendo la generalidad, pero no opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión sino de manera simbólico -literal, ligados a la información del contexto espacial y temporal.

Nivel 3: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 61 a 80; quiere decir que alcanza un progreso adecuado de los procesos, ya que el estudiante muestra un manejo y dominio en el razonamiento algebraico elemental al desarrollar situaciones donde se opera indeterminadas o variables, su lenguaje al igual que el nivel anterior es simbólico-literal, usan los símbolos de manera analítica, además se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones para la solución de problema, llegando a las respuestas esperadas y la toma de decisiones.

La presente investigación, cuyo objetivo es describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, solicita que el estudiante alcance el desarrollo conveniente de las siguientes dimensiones:

- Comprensión
- Representación
- Empleo de modelos matemáticos
- Análisis de cambio

A continuación, presentamos la definición de cada dimensión mencionada:

6.1.1 Comprensión. Se expresa cuando el estudiante interpreta datos, valores desconocidos y relaciones de un problema a una expresión gráfica o algebraica donde se generalice la interacción entre estos.

Esta dimensión será evaluada a través de los siguientes indicadores:

- Establece relaciones entre las expresiones.
- Traduce los datos del problema a términos algebraicos.
- Interpreta los datos del problema mediante una sucesión.
- Interpreta la relación que existe entre las variables de una función encontrando la regla de correspondencia.
- Traduce los datos del problema a términos algebraicos.

Para evaluar los niveles de algebrización en el Razonamiento Algebraico Elemental en la categoría de Comprensión, se consideraron los siguientes niveles:

Tabla 2.

Tabla de niveles de medición de la dimensión de Comprensión sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”

Rangos	Niveles
[16 - 20]	Nivel 3
[11 -15]	Nivel 2
[6 - 10]	Nivel 1
[1 - 5]	Nivel 0

Fuente: Criterios establecidos por el Grupo Investigador (2019).

De acuerdo con la tabla 2, el desarrollo de la dimensión de comprensión se clasificará en los siguientes niveles:

Nivel 3: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 16 a 20; esto quiere decir que alcanza un nivel consolidado de la dimensión Comprensión, ya que logra realizar la traducción los datos de una situación a expresiones algebraicas o interpretarlos para realizar su respectiva gráfica.

Nivel 2: Cuando el estudiante obtiene un puntaje entre 11 a 15; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Comprensión ha alcanzado un nivel intermedio, es decir, el estudiante alcanza un progreso adecuado, pero aún tiene dificultades en traducir los datos de una situación a expresiones algebraicas o interpretarlos para realizar su respectiva gráfica.

Nivel 1: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 6 a 10; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Comprensión ha alcanzado un nivel incipiente, es decir, el estudiante aún muestra dificultades en las interpretaciones entre las expresiones, traducir los datos de una situación a expresiones algebraicas, además de interpretarlos para realizar su respectiva gráfica

Nivel 0: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 1 a 5; se evidencia que tiene un desarrollo mínimo de la dimensión Comprensión, porque el estudiante muestra resistencia en traducir los datos de una situación a expresiones algebraicas o interpretarlos para realizar su respectiva gráfica.

6.1.2 Representación. Se expresa cuando el estudiante manifiesta la interpretación de nociones, conceptos o propiedades de los patrones, funciones e inecuaciones estableciendo relaciones entre estas; empleando un lenguaje algebraico, variedad de recursos y estructuras matemáticas con símbolos apropiados.

Esta dimensión será evaluada a través de los siguientes indicadores:

- Escribe la expresión matemática que relaciona ambas expresiones a través de un sistema de ecuaciones.
- Expresa la desigualdad que existe entre los datos del enunciado.
- Expresa el término general de una progresión, considerando los datos del problema.
- Representa mediante tablas y gráficos la relación entre las variables de una función en un plano cartesiano.
- Expresa la igualdad empleando los datos del enunciado.

Para evaluar los niveles de algebrización en el Razonamiento Algebraico Elemental en la categoría de Representación, se consideraron los siguientes niveles:

Tabla 3.

Tabla de niveles de medición de la dimensión de Representación sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”

Rangos	Niveles
[16 - 20]	Nivel 3
[11 -15]	Nivel 2
[6 - 10]	Nivel 1
[1 - 5]	Nivel 0

Fuente: Criterios establecidos por el Grupo Investigador (2019).

De acuerdo con la tabla 3, el desarrollo de la dimensión Representación se clasificará en los siguientes niveles:

Nivel 3: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 16 a 20; esto quiere decir que alcanza un nivel consolidado de la dimensión Representación, ya que logra realizar la expresión matemática de una situación planteada, generalizar los términos de una progresión o simbolizar a través de tablas las representaciones entre los datos.

Nivel 2: Cuando el estudiante obtiene un puntaje entre 11 a 15; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Representación ha alcanzado un nivel intermedio, es decir, el estudiante alcanza un progreso adecuado, pero aún tiene dificultades realizar la expresión matemática de una situación planteada, generalizar los términos de una progresión o simbolizar a través de tablas las representaciones entre los datos.

Nivel 1: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 6 a 10; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Representación ha alcanzado un nivel incipiente, es decir, el estudiante aún muestra dificultades en realizar la expresión matemática de una situación planteada, generalizar los términos de una progresión o simbolizar a través de tablas las representaciones entre los datos.

Nivel 0: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 1 a 5; se evidencia que tiene un desarrollo mínimo de la dimensión Representación, ya que aún no puede

realizar la expresión matemática de una situación planteada, generalizar los términos de una progresión o simbolizar a través de tablas las representaciones entre los datos.

6.1.3 Empleo de modelos matemáticos. Se expresa cuando el estudiante básicamente, acondiciona, acopla o emplea recursos, procedimientos o estrategias adecuadas para dar solución a patrones, funciones, e inecuaciones y expresiones simbólicas.

Esta dimensión será evaluada a través de los siguientes indicadores:

- Encuentra el precio de las frutas aplicando un sistema de ecuaciones.
- Calcula las dimensiones máximas del terreno.
- Calcula el término enésimo de una progresión geométrica.
- Calcula la estatura considerando la regla de correspondencia.
- Calcula el total de kilogramos empleando una ecuación.

Para evaluar los niveles de algebraización en el Razonamiento Algebraico Elemental en la categoría de Empleo de modelos matemáticos, se consideraron los siguientes niveles:

Tabla 4.

Niveles de medición de la dimensión de Empleo de modelos matemáticos sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”

Rangos	Niveles
[16 - 20]	Nivel 3
[11 -15]	Nivel 2
[6 - 10]	Nivel 1
[1 - 5]	Nivel 0

Fuente: Criterios establecidos por el Grupo Investigador (2019).

De acuerdo con la tabla 4, el desarrollo de la dimensión Empleo de modelos matemáticos se clasificará en los siguientes niveles:

Nivel 3: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 16 a 20; esto quiere decir que alcanza un nivel consolidado de la dimensión Empleo de modelos matemáticos, ya que logra aplicar diversas estrategias heurísticas basadas en la comprensión y representación de relaciones cuantitativas.

Nivel 2: Cuando el estudiante obtiene un puntaje entre 11 a 15; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Empleo de modelos matemáticos ha alcanzado un nivel intermedio, es decir, el estudiante alcanza un progreso adecuado, pero aún tiene dificultades para aplicar diversas estrategias heurísticas basadas en la comprensión y representación de relaciones cuantitativas.

Nivel 1: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 6 a 10; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Empleo de modelos matemáticos ha alcanzado un nivel incipiente, es decir, el estudiante aún muestra dificultades al momento de aplicar diversas estrategias heurísticas basadas en la comprensión y representación de modelos matemáticos.

Nivel 0: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 1 a 5; se evidencia que tiene un desarrollo mínimo de la dimensión Empleo de modelos matemáticos, ya que aún no puede aplicar diversas estrategias heurísticas basadas en la comprensión y representación de relaciones cuantitativas.

6.1.4 Análisis del cambio. Se expresa cuando el estudiante básicamente, explora, argumenta y emplea un razonamiento, los cuales le permiten conectar diversos elementos de la situación planteada y lograr realizar inferencias a partir de ellos, constatar una justificación dada, o proporcionar un argumento de los enunciados o resultado de las situaciones.

Esta dimensión será evaluada a través de los siguientes indicadores:

- Justifica si existe alguna rebaja por kilo de frutas según las expresiones.
- Justifica si es posible cercar el huerto cuando se cambian datos al enunciado principal.
- Justifica su respuesta empleando la fórmula del término enésimo en una progresión geométrica.
- Argumenta la relación de las edades y estaturas considerando la regla de correspondencia y sus criterios.
- Justifica la cantidad de cajones a partir del cambio de datos empleando un procedimiento algebraico.

Para evaluar los niveles de algebrización en el Razonamiento Algebraico Elemental en la categoría de Análisis del cambio en diversos contextos, se consideraron los siguientes niveles:

Tabla 5.

Niveles de medición de la dimensión de Análisis del cambio sobre la prueba “Algebrízate con C.R.E.A”

Rangos	Niveles
[16 - 20]	Nivel 3
[11 -15]	Nivel 2
[6 - 10]	Nivel 1
[1 - 5]	Nivel 0

Fuente: Criterios establecidos por el Grupo Investigador (2019).

De acuerdo con la tabla 5, el desarrollo de la dimensión Análisis del cambio en diversos contextos se clasificará en los siguientes niveles:

Nivel 3: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 16 a 20; esto quiere decir que alcanza un nivel consolidado de la dimensión Análisis del cambio en diversos contextos, ya que logra justificar la validez de sus afirmaciones a través de conocimientos matemáticos.

Nivel 2: Cuando el estudiante obtiene un puntaje entre 11 a 15; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Análisis del cambio en diversos contextos ha alcanzado un nivel intermedio, es decir, el estudiante alcanza un progreso adecuado, pero aún tiene dificultades para justificar la validez de sus afirmaciones a través de conocimientos matemáticos.

Nivel 1: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 6 a 10; se evidencia que el desarrollo de la dimensión Análisis del cambio en diversos contextos ha alcanzado un nivel incipiente, es decir, el estudiante aún muestra dificultades al momento de justificar la validez de sus afirmaciones a través de conocimientos matemáticos.

Nivel 0: Cuando el estudiante obtiene un puntaje de 1 a 5; se evidencia que tiene un desarrollo mínimo de la dimensión Análisis del cambio en diversos contextos, ya que aún no puede justificar la validez de sus afirmaciones a través de conocimientos matemáticos.

II. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

1. Diseño de la Investigación

El diseño de la presente investigación es de tipo descriptivo, dado que recolecta información sobre los niveles de razonamiento algebraico elemental en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria, de los centros de práctica de la especialidad de Matemática Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Santiago de Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Comprende el análisis e interpretación de la naturaleza actual, composición o proceso de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes, o sobre cómo una persona, grupo o cosa, se conduce o funciona en el presente. La investigación descriptiva trabaja sobre realidades y su característica fundamental es la de presentarnos una interpretación correcta. (Rodríguez, 2005, p. 24)

Ya que es un diseño descriptivo simple, donde una vez recogida la información se darán a conocer los resultados obtenidos en instituciones educativas, evidenciando los niveles de razonamiento algebraico elemental.

El diseño de la investigación propuesta se plasma en el siguiente diagrama:

M – O

Donde:

M: Representa a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Santiago de Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

O: Representa los resultados de la observación sobre los niveles de razonamiento algebraico elemental.

Este diseño permite tener un punto de referencia inicial sobre el nivel de razonamiento algebraico que se encuentran los estudiantes de 3^{er} año de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico.

2. Criterios y Procedimientos de Selección de la Población y Muestra

2.1 Marco Poblacional

En nuestra investigación se considera como marco poblacional a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de prácticas de los estudiantes de 5to año de la especialidad de Matemática Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, los cuales se mencionan a continuación: Institución Educativa Aplicación IPNM del distrito de Santiago de Surco; Colegio Sagrado Corazón de Jesús – Chalet del distrito de Chorrillos; Institución Educativa Madre Admirable del distrito de San Luis pertenecientes a la UGEL 07 y la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco N° 7059 del distrito de San Juan de Miraflores, perteneciente a la UGEL 01.

El marco poblacional está constituido por un total de 406 estudiantes de 3^{er} grado Educación Secundaria en el ciclo VII de la Educación Básica Regular, cuyas edades están comprendidas entre 13 y 15 años; ya que, es el rango de edades donde se desarrolla el pensamiento formal, según Jean Piaget durante este periodo las personas desarrollan su capacidad de razonamiento a esa edad los adolescentes desarrollan un pensamiento algebraico donde relacionan los conocimientos matemáticos en función de las operaciones matemáticas y establecen relaciones mediante fórmulas, lo cual guarda relación con la investigación a trabajar, sobre el nivel de razonamiento algebraico elemental.

La Institución Educativa Aplicación Instituto Pedagógico Nacional Monterrico ubicada en el distrito de Santiago de Surco, cuenta con un aula única de 3^{er} grado de Educación Secundaria con 34 estudiantes, además de los tres niveles de la Educación Básica Regular, es decir que forman a estudiantes desde los 3 años hasta los 17 años.

La Institución Educativa Sagrado Corazón de Jesús – Chalet ubicada en el distrito de Chorrillos, tiene 3 aulas de tercer grado de secundaria con un total de 86 estudiantes. Además, posee el nivel primario y secundario de la Educación Básica Regular, está conformado por estudiantes desde los 6 hasta los 17 años.

La Institución Educativa Parroquial Madre Admirable, se encuentra en el distrito de San Luis, cuenta con 5 aulas de 3^{er} grado de Educación Secundaria con un total de 152 estudiantes, posee nivel especial, inicial, primario y secundario en la Educación Básica Regular que forma a estudiantes entre los 3 años hasta los 17 años.

La Institución Educativa José Antonio Encinas N° 7059 se ubica en el distrito de San Juan de Miraflores y cuenta con 4 aulas de 3^{er} grado de Educación Secundaria con un total de 120 estudiantes, así mismo posee los tres niveles de la Educación Básica, conformado por estudiantes entre los 3 años y los 17 años.

A continuación, se presenta la siguiente tabla para evidenciar la cantidad de estudiantes que hay en el salón de 3^{er} grado de Educación Secundaria.

Tabla 6.

Distribución de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas de práctica continua pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

	fi	%
Aplicación IPNM	34	8%
Sagrado Corazón "CHALET"	83	20%
José Antonio Encinas Franco	137	34%
Madre Admirable	152	37%
Total	406	100%

Fuente: Registro de estudiantes matriculados de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas de práctica continua pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07 (2019)

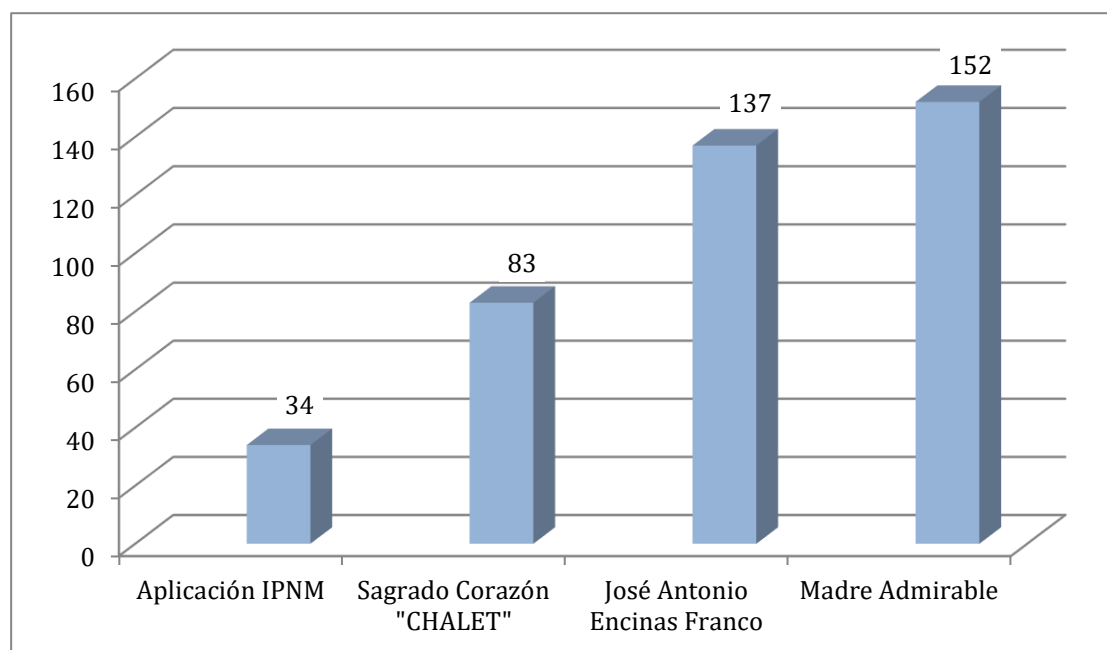


Figura 5. Distribución de los estudiantes 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas de práctica continua pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

En la tabla 6 y figura 5, se muestra las cantidades de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los diferentes Centros Educativos seleccionados para la investigación, donde se puede afirmar que la Institución Educativa Aplicación IPNM cuenta con la mínima cantidad de estudiantes representado por el 8% que equivale a 34 estudiantes de un total de 406. La Institución Educativa Sagrado Corazón Chalet con 20% que equivale a 83 estudiantes de un total de 406. En el Centro Educativo José Antonio Encinas Franco cuenta con un porcentaje del 34% que equivale a 137 estudiantes de un total de 406. Mientras que el Centro Educativo Madre Admirable es la Institución con una mayor cantidad de estudiantes representado con el 37% que equivale a 152 estudiantes de un total de 406 jóvenes.

Tabla 7.

Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa de práctica continua Aplicación IPNM.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	GÉNERO	fi	%
APLICACIÓN IPNM	FEMENINO	17	50%
	MASCULINO	17	50%
TOTAL		34	100%

Fuente: Registro por género de estudiantes matriculados de Educación Secundaria de la Institución Educativa Aplicación IPNM (2019)

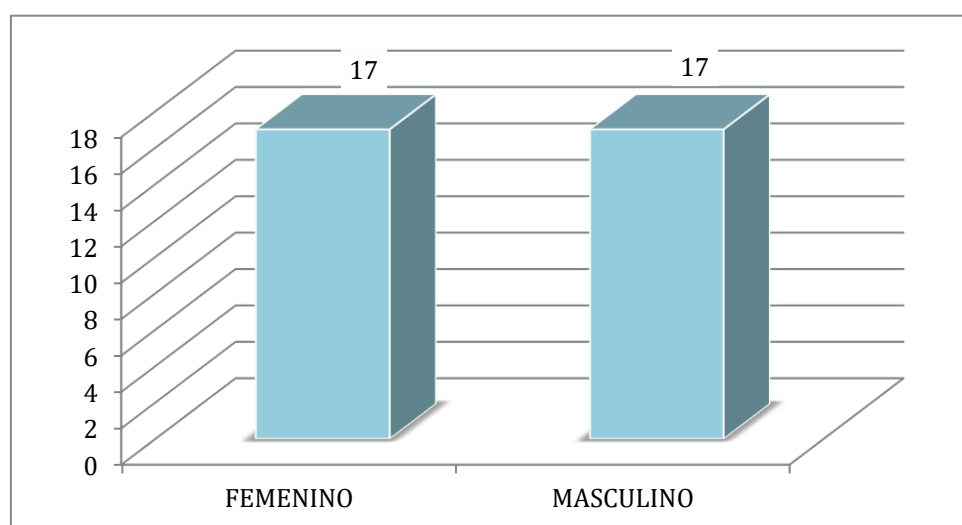


Figura 6. Distribución por género de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Institución Educativa Aplicación IPNM.

En la tabla 7 y figura 6, se puede evidenciar que en la Institución Educativa Aplicación IPNM el 50% equivale a 17 estudiantes mujeres de igual manera el otro 50% corresponde a 17 estudiantes varones.

En el siguiente cuadro y gráfico estadístico se muestra la distribución por género de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria por secciones de la Instituciones Educativa Sagrado Corazón CHALET.

Tabla 8.

Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa de práctica continua Sagrado Corazón CHALET.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	GÉNERO	A		B		C	
		fi	%	fi	%	fi	%
SAGRADO CORAZÓN CHALET	FEMENINO	26	100%	29	100%	28	100%
	MASCULINO	0	0	0	0%	0	0%
TOTAL		26	100%	29	100%	28	100%

Fuente: Registro por género de estudiantes matriculados de Educación Secundaria de la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET (2019)

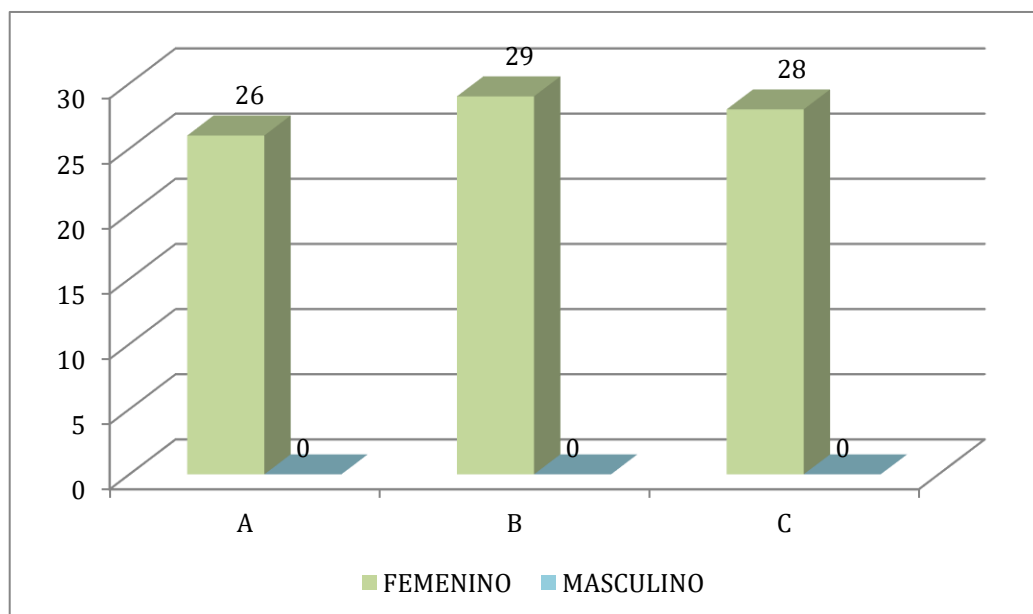


Figura 7. Distribución por género de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET.

En la tabla 8 y figura 7, se puede evidenciar que en la sección A, B y C el 100% equivale a estudiantes de género femenino ya que el Centro Educativo es una Institución netamente de mujeres en sus dos niveles de primaria y secundaria.

En el siguiente cuadro y gráfico estadístico se muestra la distribución por género de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria por secciones de la Institución Educativa José Antonio Encinas.

Tabla 9.

Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	GÉNERO	A		B		C		D	
		fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
JOSÉ ANTONIO ENCINAS	FEMENINO	23	56%	17	44%	9	31%	12	43%
	MASCULINO	18	44%	22	56%	20	69%	16	57%
TOTAL		41	100%	39	100%	29	100%	28	100%

Fuente: Registro por género de estudiantes matriculados de Educación Secundaria de la Institución Educativa Jose Antonio Encinas (2019)

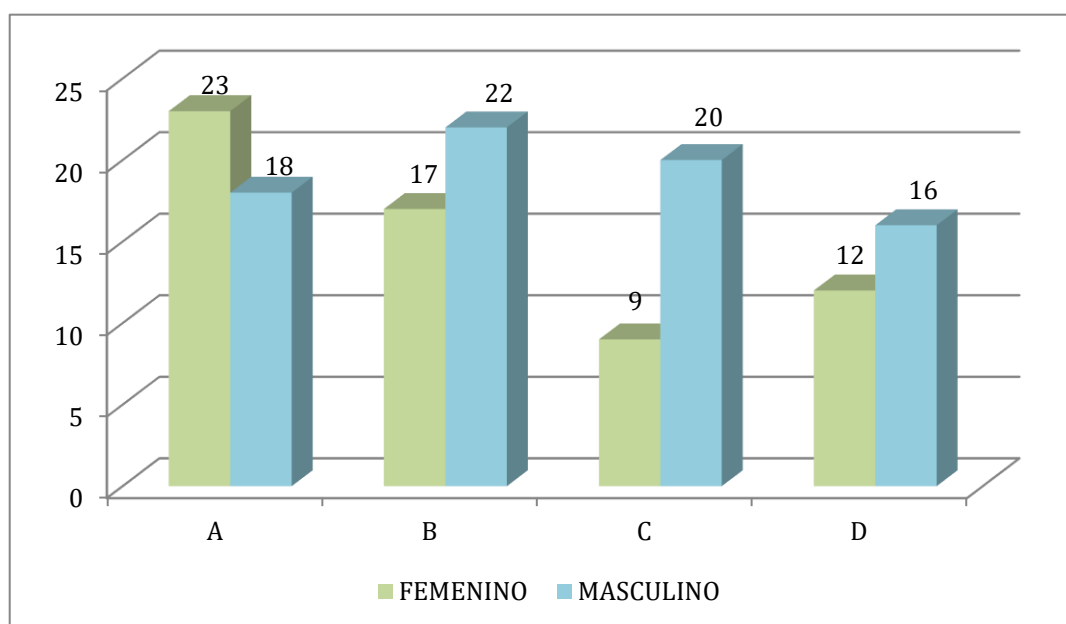


Figura 8. Distribución por género de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Institución Educativa José Antonio Encinas.

En la tabla 9 y figura 8, se puede evidenciar que en la sección A el 56% equivale a 23 estudiantes mujeres y 44% equivale a 18 varones. También que en la sección B el 44% equivale a 17 mujeres y el 56% equivale a 22 varones. Mientras que en la sección C el 31% equivale a 9 mujeres y el 69% equivale a 20 varones. Por último, en la sección D, el 43 % equivale a 12 mujeres y el 57% equivale a 16 varones. Por lo tanto, se puede

concluir que en la institución educativa hay una mayor cantidad de estudiantes varones que de estudiantes mujeres.

En el siguiente cuadro y gráfico estadístico se muestra la distribución por género de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria por secciones de la Institución Educativa Madre Admirable.

Tabla 10.

Cantidad de estudiantes por género del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA	GÉNERO	A		B		C		D		E	
		fi	%	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
MADRE ADMIRABLE	FEMENINO	13	43%	17	52%	15	50%	15	50%	15	52%
	MASCULINO	17	57%	16	48%	15	50%	15	50%	14	48%
TOTAL		30	100%	33	100%	30	100%	30	100%	29	100%

Fuente: Registro por género de estudiantes matriculados de Educación Secundaria de las Institución Educativa Madre Admirable.

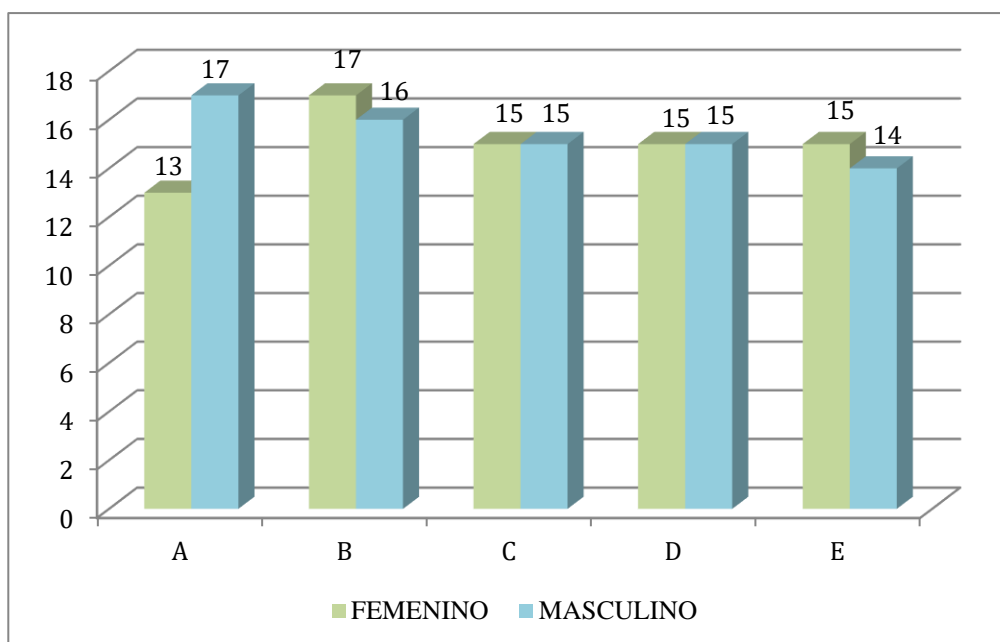


Figura 9: Distribución por género de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable.

En la tabla 10 y figura 9, se puede evidenciar que en la sección A el 43% equivale a 13 estudiantes mujeres y 57% equivale a 17 varones. También que en la sección B el 52% equivale a 17 mujeres y el 48% equivale a 16 varones. Mientras que en la sección C el 50% equivale a 15 mujeres y el otro 50% equivale a 17 varones de igual manera la sección D. Por último, en la sección E el 52 % equivale a 15 mujeres y

el 48% equivale a 14 varones. Por lo tanto, se puede concluir que en la institución educativa hay una mayor cantidad de estudiantes varones que de estudiantes mujeres.

Tabla 11.

Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Aplicación IPNM.

	fi	%
13 años		
14 años	23	68%
15 años	11	32%
Total	34	100%

Fuente: Nomina de los estudiantes matriculados en la Institución Educativa Aplicación IPNM. (2019)

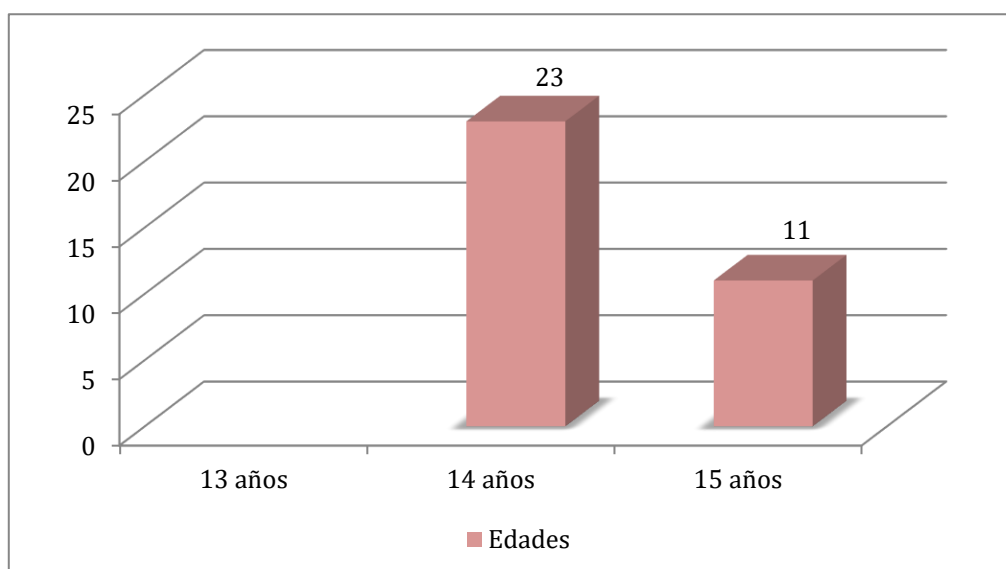


Figura 10: Distribución por edades de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Aplicación IPNM.

En la tabla 11 y figura 10, se puede evidenciar que el 68% equivale a 23 estudiantes con 14 años de edad y el 32% equivale a 11 estudiantes con 15 años. Por tanto, se puede concluir que la mayor cantidad de estudiantes en la Institución Educativa Aplicación IPNM tiene 14 años.

Tabla 12.

Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET.

	A		B		C	
	fi	%	fi	%	fi	%
13 años	1	4%	5	17%	2	7%
14 años	15	58%	20	69%	23	82%
15 años	10	38%	4	14%	3	11%
Total	26	100%	29	100%	28	100%

Fuente: Nomina de estudiantes matriculados en la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET. (2019)

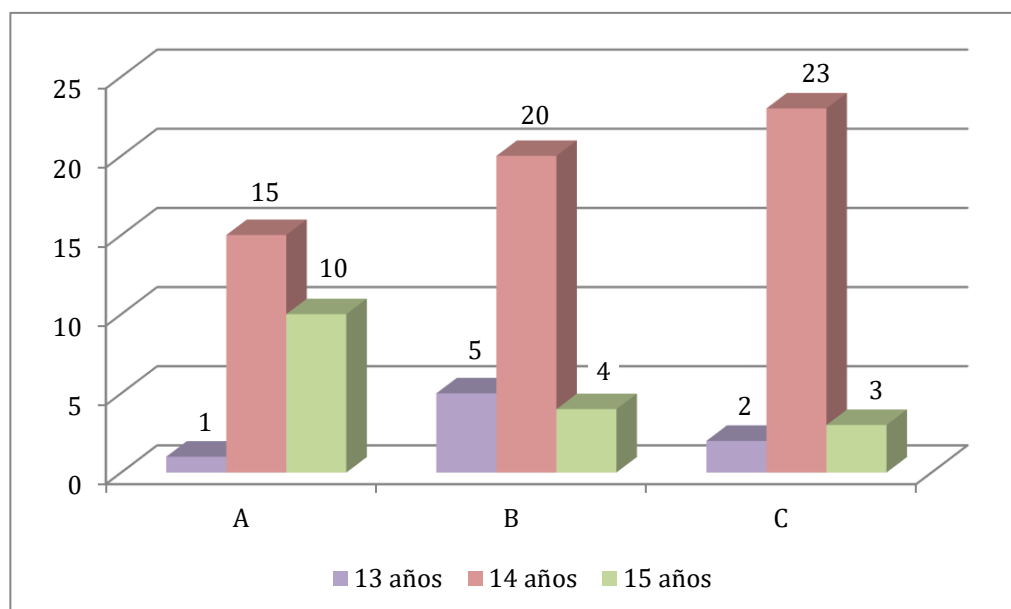


Figura 11: Distribución por edades de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET.

En la tabla 12 y figura 11, se puede evidenciar que la sección A el 38% equivale a 10 estudiantes con 15 años de edad, el 58% equivale a 15 estudiantes con 14 años y el 4% equivale a 1 estudiante. Por otro lado, en la sección B el 14% que equivale a 4 estudiantes tienen 15 años de edad, el 69% equivalente a 20 estudiantes con 14 años y el 17% equivale a 5 estudiantes con 13 años. Mientras que la sección C el 11% equivale a 3 estudiantes con 15 años, el 82% equivale a 23 estudiantes con 14 años y el 7% equivale a 2 estudiantes con 13 años. Por tanto, se puede concluir que la mayor cantidad de estudiantes en la Institución Educativa Sagrado Corazón CHALET tiene 14 años.

Tabla 13.

Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas.

	A		B		C		D	
	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
13 años	6	15%	6	15%	1	3%		
14 años	15	37%	24	62%	25	86%	15	54%
15 años	20	49%	9	23%	3	10%	13	46%
Total	41	100%	39	100%	29	100%	28	100%

Fuente: Nomina de estudiantes matriculados en la Institución Educativa José Antonio Encinas. (2019)

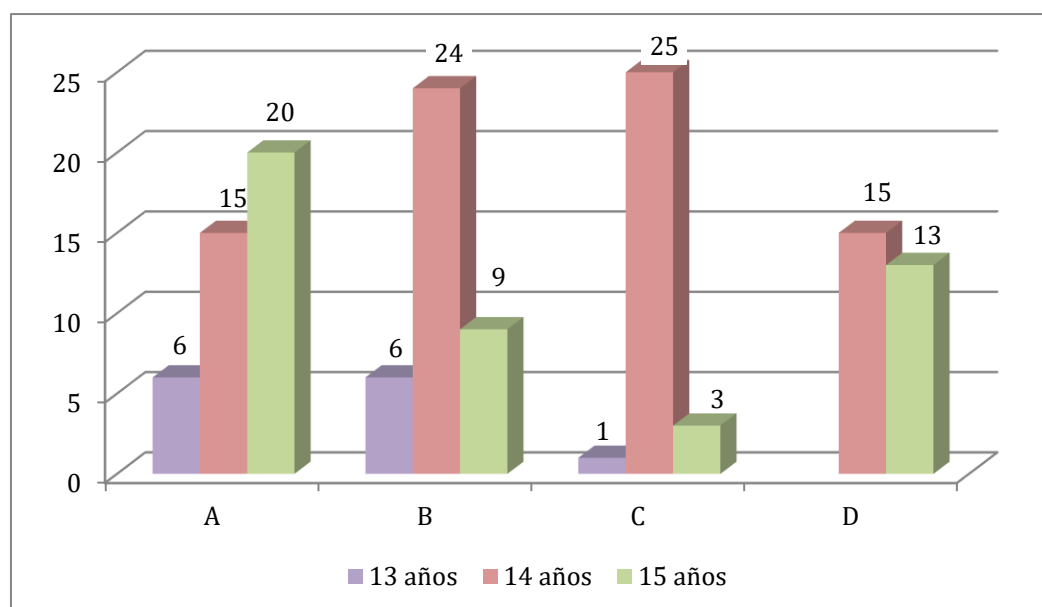


Figura 12: Distribución por edades de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas.

En la tabla 13 y figura 12, se puede evidenciar que la sección A el 49% equivale a 20 estudiantes con 15 años de edad, el 37% equivale a 15 estudiantes con 14 años y el 15% equivale a 6 estudiantes. Por otro lado, en la sección B el 23% que equivale a 9 estudiantes tienen 15 años de edad, el 62% equivalente a 24 estudiantes con 14 años y el 15% equivale a 6 estudiantes con 13 años. Mientras que la sección C el 10% equivale a 3 estudiantes con 15 años, el 86% equivale a 25 estudiantes con 14 años y el 3% equivale a 1 estudiante con 13 años. Finalmente, en la sección D, el 46% equivale a 13

personas con 15 años y el 54% equivale a 15 estudiantes con 14 años. Por tanto, se puede concluir que la mayor cantidad de estudiantes en la Institución Educativa José Antonio Encinas tiene 14 años.

Tabla 14.

Cantidad de estudiantes por edades del 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable.

	A		B		C		D		E	
	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%	fi	%
13 años			6	18%	5	17%	2	7%	9	31%
14 años	10	33%	24	73%	15	50%	15	50%	13	45%
15 años	20	67%	3	9%	10	33%	13	43%	7	24%
Total	30	100%	33	100%	30	100%	30	100%	29	100%

Fuente: Nomina de estudiantes matriculados en la Institución Educativa Madre Admirable (2019)

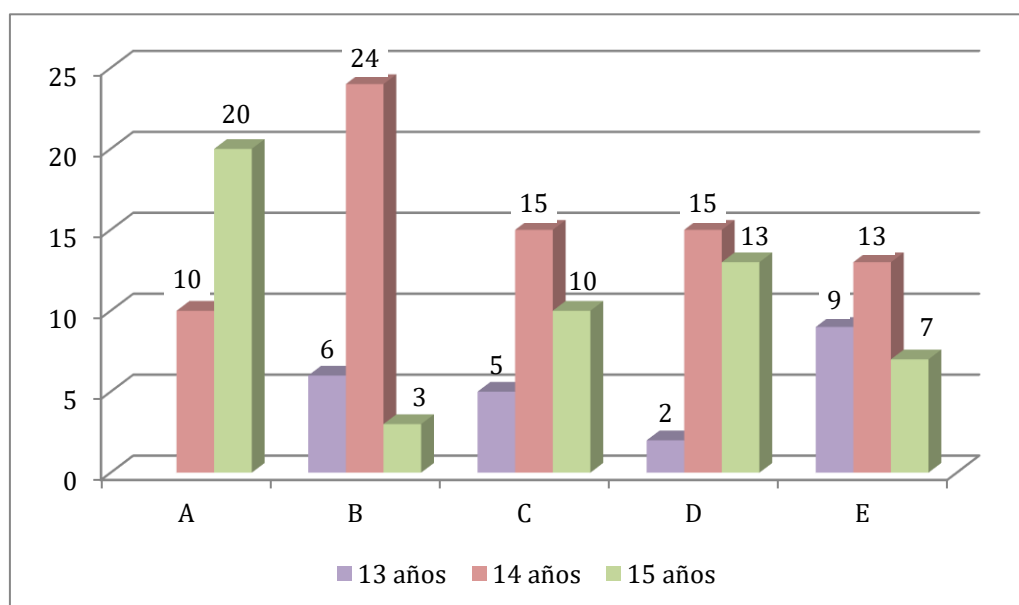


Figura 13: Distribución por edades de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Madre Admirable.

En la tabla 14 y figura 13, se puede evidenciar que la sección A el 67% equivale a 20 estudiantes con 15 años de edad y el 33% equivale a 10 estudiantes con 14 años. Por otro lado, en la sección B el 9% que equivale a 3 estudiantes tienen 15 años de edad, el 73% equivalente a 24 estudiantes con 14 años y el 18% equivale a 6 estudiantes con

13 años. Mientras que la sección C el 33% equivale a 10 estudiantes con 15 años, el 50% equivale a 15 estudiantes con 14 años y el 17% equivale a 5 estudiantes con 13 años. Así mismo en la sección D, el 43% equivale a 13 personas con 15 años, el 50% equivale a 15 estudiantes con 14 años y el 7% equivale a 2 estudiantes con 13 años. Finalmente, la sección E el 24% equivale a 7 personas con 15 años, el 45% equivale a 13 estudiantes de 14 años y el 31% equivale a 9 estudiantes con 13 años. Por tanto, se puede concluir que la mayor cantidad de estudiantes en la Institución Educativa Madre Admirable tiene 14 años.

2.2 Marco Muestral

Esta muestra fue de tipo no probabilística escogida por estratos con el fin de especificar la cantidad de estudiantes que se tomará para la muestra de la investigación.

Es una técnica comúnmente usada. Consiste en seleccionar una muestra de la población por el hecho de que sea accesible. Es decir, los individuos empleados en la investigación se seleccionan porque están fácilmente disponibles, no porque hayan sido seleccionados mediante un criterio estadístico. Esta conveniencia, que suele traducir en una gran facilidad operativa y en bajos costes de muestreo, tiene como consecuencia la imposibilidad de hacer afirmaciones generales con rigor estadístico sobre la población. (Ochoa, 2015, p. 89)

La muestra ha sido seleccionada mediante la tabla de Fisher, que está conformada por los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas Públicas: Institución Educativa Aplicación IPNM, Colegio Sagrado Corazón de Jesús Chalet, Institución Educativa Madre Admirable y la Institución Educativa José Antonio Encinas N° 7059.

Tabla 15.

Distribución de los estudiantes seleccionados para la muestra del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de Matemática Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico.

	fi	%
Aplicación IPNM	15	8%
Sagrado Corazón "CHALET"	37	21%
José Antonio Encinas Franco	61	34%
Madre Admirable	67	37%
Total	180	100%

Fuente: Criterios establecidos por el Grupo Investigador (2019).

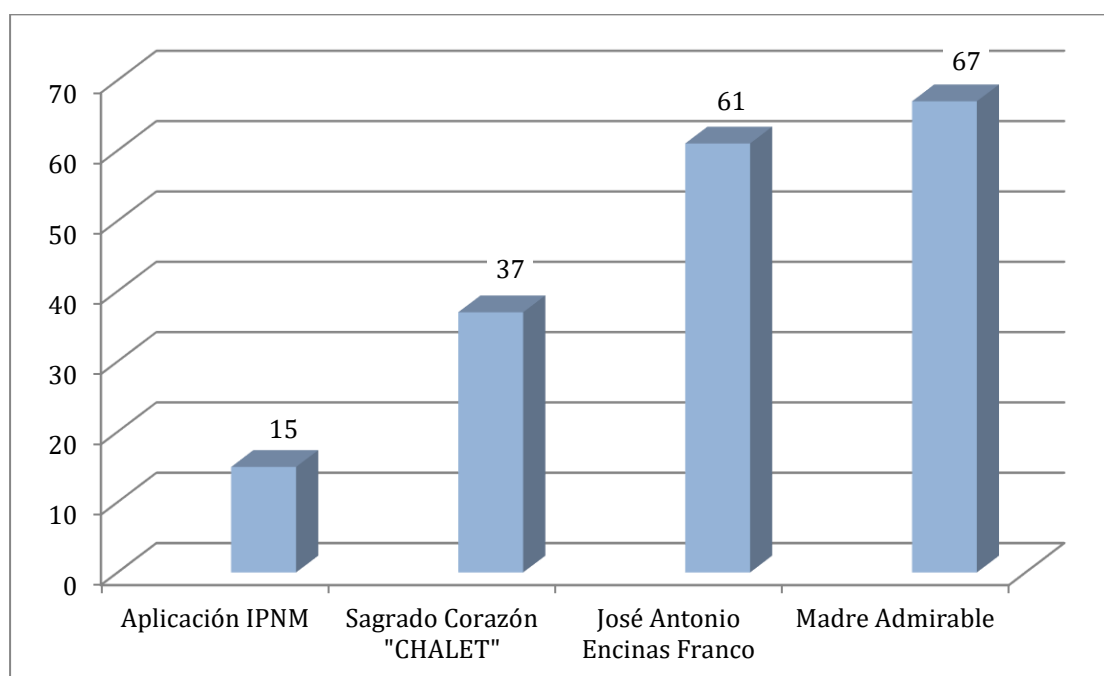


Figura 14. Distribución de los estudiantes seleccionados para la muestra del 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas de práctica continua pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

En la tabla 15 y figura 14, se muestra las cantidades de los estudiantes seleccionados para la muestra de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los diferentes Centros Educativos seleccionados para la investigación, de la Institución Educativa Aplicación IPNM la muestra representativa es del 8% equivalente a 15 estudiantes. Mientras que en la Institución Educativa Sagrado Corazón Chalet del 21% que equivale a 34 estudiantes. En la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco cuenta con

un porcentaje del 34% que equivale a 61 estudiantes. Finalmente, en la Institución Educativa Madre Admirable representado con el 37% que equivale a 67 estudiantes haciendo un total de 180 estudiantes como muestra representativa para la investigación.

3. Instrumento

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo describir el nivel de Razonamiento Algebraico Elemental en los estudiantes del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, perteneciente a los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis de la UGEL 01 y UGEL 07.

Teniendo en cuenta el objetivo del proyecto de investigación, se considera conveniente construir como instrumento una prueba escrita “Algebrízate con C.R.E.A” con la finalidad de identificar el nivel de razonamiento algebraico en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria pertenecientes a las I.E de práctica continua.

3.1 Fundamentación

El instrumento mide las habilidades del razonamiento algebraico elemental a partir de un conjunto de situaciones contextualizadas, en las cuales se evalúan la adaptación de los niveles de algebrización que Godino plantea para el nivel primaria.

Las situaciones contextualizadas fueron adaptadas del cuaderno de reforzamiento pedagógico - JEC - secundaria 2 - 2016, basadas en el enfoque de resolución de problemas.

La prueba se complementa en cinco campos temáticos, los cuales son: ecuaciones, desigualdades e inecuaciones, sistemas de ecuaciones, progresiones y funciones. Los cuales fueron seleccionados basándose en la clasificación de Godino con respecto a los contenidos matemáticos en el álgebra.

Esta prueba sirve como herramienta para determinar las fortalezas y debilidades en las habilidades del razonamiento algebraico elemental, con la intención de realizar acciones pedagógicas que contribuyan a desarrollar estos procesos cognitivos en el área.

El instrumento ha sido diseñado para identificar el nivel de algebrización mediante una matriz de evaluación, la cual consta de cuatro indicadores que describen las posibles soluciones a los problemas.

3.2 Objetivo general

El instrumento tiene como objetivo principal el recoger información sobre el nivel de algebrización en los estudiantes del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad de Matemática – Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

3.3 Objetivos Específicos

Recoger información para determinar el nivel de razonamiento algebraico elemental según la dimensión de comprensión en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Recoger información para determinar el nivel de razonamiento algebraico elemental según la dimensión de representación en los estudiantes de del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Recoger información para determinar el nivel de razonamiento algebraico elemental según la dimensión de empleo de modelos matemáticos en los estudiantes de del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Recoger información para determinar el nivel de razonamiento algebraico elemental según la dimensión de análisis del cambio en los estudiantes de del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

3.4 Descripción

La prueba Algebrízate con C.R.E.A esta dirigida para estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria; está conformada por cinco situaciones contextualizadas, cada problema cuenta con un total de cuatro preguntas abiertas que pertenecen a las dimensiones del Razonamiento Algebraico Elemental (RAE).

Las preguntas del ítem a, corresponden a la dimensión de comprensión, las del ítem b, corresponden a la dimensión de representación, las del ítem c, corresponden a la dimensión de empleo de modelos matemáticos y los ítems d, corresponden a la dimensión de análisis del cambio.

3.5 Estructura

El instrumento consta de 20 ítems distribuidos en las situaciones contextualizadas presentadas en la prueba escrita, a cada situación le corresponde cuatro ítems que a su vez evalúan cada una de las dimensiones del R.A.E., estos ítems permiten identificar el nivel de algebrización que tienen los estudiantes.

La primera situación describe las ofertas de frutas en un supermercado, la finalidad es considerar cada oferta como una condición y a partir de ello aplicar un sistema de ecuaciones. Asimismo, esta situación consta de cuatro preguntas abiertas y cada una de ellas corresponde a las dimensiones del R.A.E.

La segunda situación describe las dimensiones del huerto de una I.E y la cantidad de alambre necesario para bordear el huerto, la finalidad es convertir los datos a expresiones algebraicas y a partir de ello aplicar las propiedades de desigualdad y plantear una inecuación. Asimismo, esta situación consta de cuatro preguntas abiertas y cada una de ellas corresponde a las dimensiones del R.A.E.

La tercera situación describe el cultivo de árboles alrededor de una I.E, la finalidad es considerar los datos del problema como una sucesión y a partir de ello aplicar el término n -ésimo de una progresión geométrica. Asimismo, esta situación consta de cuatro preguntas abiertas y cada una de ellas corresponde a las dimensiones del R.A.E.

La cuarta situación describe el reporte de la estatura de los niños en función de su edad, la finalidad es relacionar las variables de una función y a partir de ello aplicar la representación gráfica, tabular y algebraica de una función. Asimismo, esta situación

consta de cuatro preguntas abiertas y cada una de ellas corresponde a las dimensiones del R.A.E.

La quinta situación describe las manzanas distribuidas en cajones y la cantidad de dinero recaudado, la finalidad es traducir los datos a igualdades y a partir de ello aplicar ecuaciones. Asimismo, esta situación consta de cuatro preguntas abiertas y cada una de ellas corresponde a las dimensiones del R.A.E.

Tabla 16.
Matriz del instrumento

VARIABLE	CONTENIDO MATEMÁTICO	ITEM	DIMENSIÓN DE LA VARIABLE	INDICADOR	PUNTAJE	
Razonamiento Algebraico Elemental	Sistema de Ecuaciones	1	a	Comprensión	Establece relaciones entre las expresiones.	4
			b	Representación	Escribe la expresión matemática que relaciona ambas expresiones a través de un sistema de ecuaciones.	4
			c	Empleo de modelos matemáticos	Encuentra el precio de las frutas aplicando un sistema de ecuaciones.	4
			d	Análisis del cambio	Justifica si existe alguna rebaja por kilo de frutas según las expresiones.	4
	Desigualdad e Inecuaciones	2	a	Comprensión	Traduce los datos del problema a términos algebraicos.	4
			b	Representación	Expresa la desigualdad que existe entre los datos del enunciado.	4
			c	Empleo de modelos matemáticos	Calcula las dimensiones máximas del problema empleando una desigualdad.	4
			d	Análisis del cambio	Justifica su respuesta empleando un procedimiento algebraico.	4
	Progresión	3	a	Comprensión	Interpreta los datos del problema mediante una sucesión.	4
			b	Representación	Expresa el término general de una progresión, considerando los datos del problema.	4
			c	Empleo de modelos matemáticos	Calcula el término enésimo de una progresión geométrica.	4
						80

		d	Análisis del cambio	Justifica su respuesta empleando la fórmula del término enésimo en una progresión geométrica.	4	
		a	Comprensión	Interpreta la relación que existe entre las variables de una función encontrando la regla de correspondencia.	4	
		b	Representación	Representa mediante tablas y gráficos la relación entre las variables de una función en un plano cartesiano.	4	
Funciones	4	c	Empleo de modelos matemáticos	Calcula la estatura considerando la regla de correspondencia.	4	16
		d	Análisis del cambio	Argumenta la relación de las edades y estaturas considerando la regla de correspondencia y sus criterios.	4	
		a	Comprensión	Traduce los datos del problema a términos algebraicos.	4	
		b	Representación	Expresa la igualdad empleando los datos del enunciado.	4	
Ecuaciones	5	c	Empleo de modelos matemáticos	Calcula el total de kilogramos empleando una ecuación.	4	16
		d	Análisis del cambio	Justifica la cantidad de cajones a partir del cambio de datos empleando un procedimiento algebraico.	4	

Fuente: Criterios establecidos por el grupo investigador (2019).

3.6 Administración

La prueba se aplica a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de las Instituciones Educativas que son parte de la práctica continua de los estudiantes de 5^{to} para identificar el nivel de razonamiento algebraico elemental.

La aplicación del instrumento tiene una duración de 60 minutos. Antes que los estudiantes desarrollen la prueba se organiza el aula y seguidamente se dan las siguientes indicaciones:

- Lee cada situación y los problemas correspondientes.
- La prueba es individual.
- Habrá un tiempo límite de 60 minutos para concluir la prueba.

3.7 Calificación

La prueba Algebrízate con C.R.E.A esta valorizada con una puntuación máxima de 80 puntos. Los puntajes han sido distribuidos para cada una de las cuatro dimensiones.

Cabe resaltar que la calificación de la prueba Algebrízate con C.R.E.A se realizó a través de una estructura de calificación; la cual responde a los indicadores de cada nivel de algebrización.

Tabla 17.
Matriz de calificación

DIMENSIÓN DE LA VARIABLE	ITEM	INDICADORES	DESCRIPCIÓN POR NIVELES			PUNTAJE
			Nivel de algebrización	Descripción del nivel	Puntaje por nivel	
Comprensión	1a	Establece relaciones entre las ofertas.	NIVEL 0 Ausencia del razonamiento algebraico	Establece relaciones y los representa usando el lenguaje numérico para expresar cantidades indeterminadas.	1	4
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Establece relaciones representa algebraicamente situaciones aditivas que incluyen incógnitas.	2	
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones aditivas y multiplicativas que incluyen incógnitas.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones diversas a partir de referentes verbales o escritos.	4	
Representación	1b	Escribe la expresión matemática que relaciona ambas ofertas.	NIVEL 0 Ausencia del razonamiento algebraico	Establece la expresión matemática empleando solo el lenguaje numérico.	1	4
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Establece la expresión matemática a través de un sistema de ecuaciones empleando alguno de los datos.	2	

16 80

			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Establece la expresión matemática a través de un sistema de ecuaciones empleando la mayoría de los datos.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Establece la expresión matemática a través de un sistema de ecuaciones empleando todos los datos.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Resuelve situaciones empleando actividades aritméticas.	1	
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Resuelve situaciones con sistema de ecuaciones empleando un lenguaje simbólico	2	
Empleo de modelos matemáticos	1c	Calcula el precio por kilo de las frutas considerando las ofertas.	NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Resuelve situaciones con sistema de ecuaciones utilizando simbología algebraica mediante el uso de propiedades numéricas.	3	4
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Resuelve situaciones con sistema de ecuaciones mediante métodos numéricos o algebraicos.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Sustenta su respuesta considerando las operaciones con números particulares.	1	
Análisis del cambio	1d	Justifica si existe alguna rebaja por kilo de frutas según las ofertas.	NIVEL 1	Sustenta su respuesta considerando las	2	4

			Nivel incipiente de Algebrización	propiedades de las operaciones.		
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando algunos resultados obtenidos.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando la regla de correspondencia.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Usa el lenguaje numérico para expresar cantidades indeterminadas.	1	
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones aditivas que incluyen incógnitas.	2	
Comprensión	2a	Traduce los datos del problema a términos algebraicos	NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones aditivas y multiplicativas que incluyen incógnitas.	3	4
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones diversas a partir de referentes verbales o escritos.	4	16
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Establece la desigualdad a través de un lenguaje numérico o simbólico.	1	
Representación	2b	Expresa la desigualdad que existe entre los datos del enunciado.	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Establece la desigualdad a través de una inecuación lineal con algunos datos.	2	4

			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Establece la igualdad a través de una inecuación lineal empleando la mayoría de datos.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Establece la igualdad a través de una inecuación lineal considerando todos los datos.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Resuelve situaciones empleando actividades aritméticas.	1	
Empleo de modelos matemáticos	2c	Calcula la medida máxima de las dimensiones del terreno.	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Resuelve situaciones empleando un lenguaje simbólico	2	4
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Resuelve situaciones utilizando simbología algebraica (inecuación lineal) mediante el uso de propiedades numéricas.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Resuelve situaciones mediante métodos algebraicos.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Sustenta su respuesta considerando las operaciones con números particulares.	1	
Análisis del cambio	2d	Justifica el cambio de las medidas del terreno cuando varían los datos.	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando las propiedades de las operaciones.	2	4

			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando algunos resultados obtenidos.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando la regla de correspondencia.	4	
			NIVEL 0 Ausencia del razonamiento algebraico	Establece una secuencia de patrones simples, pero no diferencia los numéricos de los geométricos.	1	
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Establece la secuencia siguiendo patrones geométricos simples teniendo en cuenta algunos datos.	2	4
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Establece la secuencia siguiendo patrones geométricos simples teniendo en cuenta la mayoría de datos.	3	16
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Establece la secuencia siguiendo patrones geométricos simples correctamente con ayuda de simbología algebraica.	4	
			NIVEL 0 Ausencia del razonamiento algebraico	Conoce la regla recursiva mas no la regla de formación, aun no se logra la generalización	1	4
			NIVEL 1	Identifica patrones geométricos simples, y	2	
Comprensión	3a	Interpreta los datos del problema mediante una sucesión.				
Representación	3b	Expresa la suma de los datos de una progresión, considerando la cantidad de árboles sembrados y las fechas de siembra				

			Nivel incipiente de Algebrización	los explica verbalmente.		
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Identifica patrones geométricos simples, y los modela por medio de simbología algebraica.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Formula reglas canónicas y equivalente para representar sucesiones	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Resuelve situaciones empleando actividades aritméticas.	1	
Empleo de modelos matemáticos	3c	Calcula la cantidad de árboles que se necesitan sembrar para cubrir el perímetro de la institución educativa.	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Resuelve situaciones empleando un lenguaje simbólico.	2	4
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Resuelve situaciones utilizando simbología algebraica (sucesiones geométricas) mediante el uso de propiedades numéricas.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Resuelve situaciones mediante métodos algebraicos.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Sustenta su respuesta considerando las operaciones con números particulares.	1	
Análisis del cambio	3d	Justifica si la cantidad de árboles es suficiente para lograr la meta de la situación presentada.	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando las propiedades de las operaciones.	2	4

			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando algunos resultados obtenidos.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando la regla de correspondencia.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Establece la relación a partir de una representación gráfica.	1	
Comprensión	4a	Interpreta la relación que existe entre la edad y la estatura	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Establece la relación empleando una regla recursiva que relaciona un término con el siguiente.	2	4
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Establece la relación con ayuda de lenguaje simbólico para representar incógnitas.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Establece la regla de correspondencia con ayuda de la pendiente.	4	16
Representación	4b	Representa en un plano cartesiano la relación entre la edad y la estatura.	NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Representa gráficamente las relaciones mediante resultados de operaciones particulares.	1	4
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Representa gráficamente las relaciones mediante el uso de propiedades numéricas.	2	

			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Representa gráficamente las relaciones sin considerar la regla de correspondencia.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Representa gráficamente las relaciones considerando la regla de correspondencia y mediante tabulaciones.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Resuelve situaciones empleando actividades aritméticas.	1	
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Resuelve situaciones empleando un lenguaje simbólico.	2	
Empleo de modelos matemáticos	4c	Calcula la estatura considerando las condiciones del enunciado.	NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Resuelve situaciones utilizando simbología algebraica (función lineal) mediante el uso de propiedades numéricas.	3	4
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Resuelve situaciones donde interviene una función lineal mediante métodos algebraicos.	4	
Análisis del cambio	4d	Argumenta la relación de las edades y estaturas considerando las reglas de correspondencia.	NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Sustenta su respuesta considerando las operaciones con números particulares.	1	4
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando las	2	

				propiedades de las operaciones.		
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando algunos resultados obtenidos.	3	
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Sustenta su respuesta considerando la regla de correspondencia.	4	
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Usa el lenguaje numérico para expresar cantidades indeterminadas.	1	
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones aditivas que incluyen incógnitas.	2	
Comprensión	5a	Traduce los datos del problema a términos algebraicos	NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones aditivas y multiplicativas que incluyen incógnitas.	3	4
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Representa algebraicamente situaciones diversas a partir de referentes verbales o escritos.	4	16
			NIVEL O Ausencia del razonamiento algebraico	Establece la igualdad a través de un lenguaje numérico o simbólico.	1	
Representación	5b	Expresa la igualdad que existe entre los datos del enunciado.	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Establece la igualdad a través de una ecuación con algunos datos.	2	4
			NIVEL 2	Establece la igualdad a través de una ecuación	3	

			Nivel intermedio de Algebrización	empleando la mayoría de datos.		
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Establece la igualdad a través de una ecuación considerando todos los datos.	4	
			NIVEL 0 Ausencia del razonamiento algebraico	Resuelve situaciones empleando actividades aritméticas.	1	
			NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Resuelve situaciones empleando un lenguaje simbólico.	2	
Empleo de modelos matemáticos	5c	Calcula los kilos de fruta que se recolectó al final.	NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Resuelve situaciones utilizando simbología algebraica (ecuación lineal) mediante el uso de propiedades numéricas.	3	4
			NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Resuelve situaciones mediante métodos algebraicos.	4	
			NIVEL 0 Ausencia del razonamiento algebraico	Realiza operaciones con números particulares para demostrar sus resultados.	1	
Análisis del cambio	5d	Justifica la cantidad de bolsas que se emplean para llenar 25 kg de manzanas en cada una.	NIVEL 1 Nivel incipiente de Algebrización	Realiza operaciones aplicando propiedades de las operaciones para demostrar sus resultados.	2	4
			NIVEL 2 Nivel intermedio de Algebrización	Realiza operaciones usando el lenguaje simbólico refiriéndose	3	

	a los valores que se quiere calcular para demostrar sus resultados.	
NIVEL 3 Nivel consolidado de Algebrización	Realiza operaciones usando el lenguaje simbólico operando de manera analítica para demostrar sus resultados.	4

Fuente: Criterios establecidos por el grupo investigador (2019).

3.8 Validez del Instrumento

Para garantizar la validez del instrumento, recurrimos a la Técnica de Validación “Juicio de expertos”. Para ello contamos con la participación de 7 expertos, quienes nos brindaron sus observaciones y sugerencias respecto a los ítems en las siguientes páginas. Luego de haber conocido el total de acuerdos y desacuerdos de los Jueces se procedió a encontrar el índice de aprobación de cada ítem, el cual está dado por la siguiente fórmula:

$$\text{Índice de Aprobación} = \frac{N^{\circ} \text{ de Acuerdos}}{N^{\circ} \text{ de Acuerdos} + N^{\circ} \text{ de desacuerdos}}$$

La relación de los nombres, así como los datos académicos y profesionales de los 7 expertos que revisaron el instrumento de 3^{er} grado de Educación Secundaria, se presentan a continuación:

Juez 1:

Elmo Ciriaco Guzmán

Magíster, Licenciado en Educación, especialidad Matemática Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente en el área de Matemática en la I.E.P.G Madre Admirable

Juez 2:

Fanin Arteaga Medina

Licenciada en Educación, especialidad Matemática - Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente en el área de Matemática en la I.E.P.G Madre Admirable

Juez 3:

Janiret Veronica Farro Masquez

Licenciada en Educación, especialidad de Matemática – Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente en el área de Matemática en la I.E.P.G Madre Admirable

Juez 4:

Rosa Haydee Zegarra Flores

Licenciada en Educación, especialidad de Matemática - Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente en la especialidad de Matemática – Física en el IPNM.

Docente de Matemática - Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico

Juez 5:

Ana Cecilia Holgado Vargas

Licenciado en Educación, especialidad Matemática - Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente en la especialidad de Matemática - Física en el IPNM.

Juez 6:

Paul León Lizárraga

Licenciado en Educación, especialidad Matemática - Física.

Actualmente desempeña el cargo de coordinador de Matemática en el Colegio Sagrado Corazón Sophianum.

Juez 7:

Esteban Melchor Paulino Jiménez

Magister en Educación, especialidad Matemática - Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente de Matemática en la Universidad Cesar Vallejo

Los jueces determinaron sus acuerdos como se muestra en la información y valoración obtenida que se plasmó en la siguiente tabla:

Tabla 18.
Análisis de los informes entregados por los jueces y la clasificación del investigador.

ITEM	JUECES							TOTAL		ÍNDICES DE ACUERDOS	DECISIÓN
	J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	ACUERDO	DESACUERDO		
1 a	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	6	1	0,86	Aceptado
1 b	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
1 c	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado

	d	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	6	1	0,86	Aceptado
	a	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
2	b	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	c	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	d	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	6	1	0,86	Aceptado
	a	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	b	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	6	1	0,86	Aceptado
3	c	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	d	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	a	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	b	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
4	c	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	d	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	a	✓	✓	✓	✓	x	✓	✓	6	1	0,86	Aceptado
	b	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
5	c	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
	d	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado

Fuente: Criterios establecidos por el grupo investigador (2019).

A partir de la lectura de la tabla de análisis, se puede afirmar que todos los indicadores fueron aprobados, por eso, en este caso, no se vio la necesidad de reformular ningún ítem. Sin embargo, se ha mejorado la redacción de los enunciados referidos a cada ítem de nuestro instrumento, pretendiendo cumplir con las perspectivas de cada juez y, de esta manera, poder evaluar el nivel de desarrollo de cada una de las dimensiones de la variable.

Dado que el índice de acuerdo en cada ítem supera el 0,80, afirmamos que el instrumento es válido.

Las observaciones hechas por el quinto juez fueron que no hay mucha claridad en los indicadores, por tal motivo se pide corregir la redacción y ser más específicos en la interpretación del problema.

Por ende, en base a ser mínimas las observaciones de los expertos, se puede decir que la validez por el criterio del Juicio de Expertos fue favorable al obtener un resultado mayor a 0,80 en la mayoría de los ítems, asegurando así que el instrumento de evaluación es válido.

3.9 Confiabilidad

Para comprobar la fiabilidad de la prueba “Algebrízate con C.R.E.A” es necesario aplicar una prueba piloto que tiene como finalidad asegurar las condiciones del trabajo de investigación.

Según Hernandez (2011) la confiabilidad del instrumento es el nivel con el que se aplica de manera recurrente al mismo sujeto con el objetivo de obtener resultados iguales o similares. Es por eso que la confiabilidad indica hasta donde los resultados que se obtienen con la aplicación del instrumento sean favorables y eficaces, ya que si se aplican nuevamente es posible alcanzar resultados semejantes.

Para verificar la fiabilidad del instrumento se utiliza el coeficiente Alfa de Cronbach; ya que posee preguntas de respuesta aleatoria, en este caso el alfa de Cronbach determina el grado de estabilidad y consistencia de los puntajes de cada ítem.

A continuación, se presenta la fórmula de la técnica:

$$\alpha = \frac{k}{k - 1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_T^2} \right]$$

Donde:

k : El número de ítems.

$\sum S_i^2$: Sumatoria de varianzas de los ítems.

S_T^2 : Varianza de la suma de los ítems.

α : Coeficiente de Alfa de Cronbach

El instrumento fue aplicado a 21 estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria del Colegio IEP Annie’s School del distrito de San Juan de Miraflores, pertenecientes a la UGEL 01. Se eligió a estos estudiantes por poseer características similares en, edad, contexto social y cultural.

Luego que se sometieron los resultados al coeficiente Alfa de Cronbach se pudo comprobar que este instrumento es confiable porque se obtuvo una fiabilidad total de 0,939 superando de esta manera el valor mínimo aceptable de 0.7.

III. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el presente capítulo se muestran, el análisis de los resultados obtenidos luego de haber aplicado la prueba “Algebrízate con CREA” a 180 estudiantes del 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07, para determinar el nivel de razonamiento algebraico elemental.

Así mismo, para la presentación de los resultados se ha utilizado una estadística descriptiva, mediante tablas de frecuencia y gráficos presentados en barras, que permite representar la información en forma clara y ordenada, así como interpretarla rápidamente y de manera visual, facilitando su posterior análisis.

Cada una de las tablas está distribuida por valores, puntaje, frecuencia y porcentajes; siendo el porcentaje la representación de la cantidad de estudiantes que se ubican en cada barra.

En esta presentación se observa 2 tablas y 1 gráfico que representan al razonamiento algebraico elemental (R.A.E). Además, se van a mostrar 8 tablas y 4 gráficos que corresponde a los resultados obtenidos de sus dimensiones: Comprensión, Representación, Empleo de modelos matemáticos y Análisis del cambio.

En la interpretación se trabajó los siguientes niveles: Nivel 0, donde existe una ausencia de razonamiento algebraico; Nivel 1, donde se evidencia un incipiente nivel de algebrización; Nivel 2, donde el nivel de algebrización es intermedio y Nivel 3, donde se observa un nivel consolidado de algebrización. Asimismo, se ha recomendado las posibles acciones a realizar en las escuelas para mejorar teniendo como agente principal al docente.

Cada una de las tablas específica en qué nivel se encuentran los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria en relación a las dimensiones.

Tabla 19.

Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física.

Niveles	Intervalos	f_i	%	Porcentaje Acumulado
Nivel 0	[1 - 20]	141	78,3	78,3
Nivel 1	[21 - 40]	34	18,9	97,2
Nivel 2	[41 - 60]	5	2,8	100
Nivel 3	[61 - 80]	0	0,0	100
Total		180	100.0	

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

Tabla 20.

Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física.

Media	15,39
Mediana	13,00
Moda	10
Desviación estándar	9,300

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

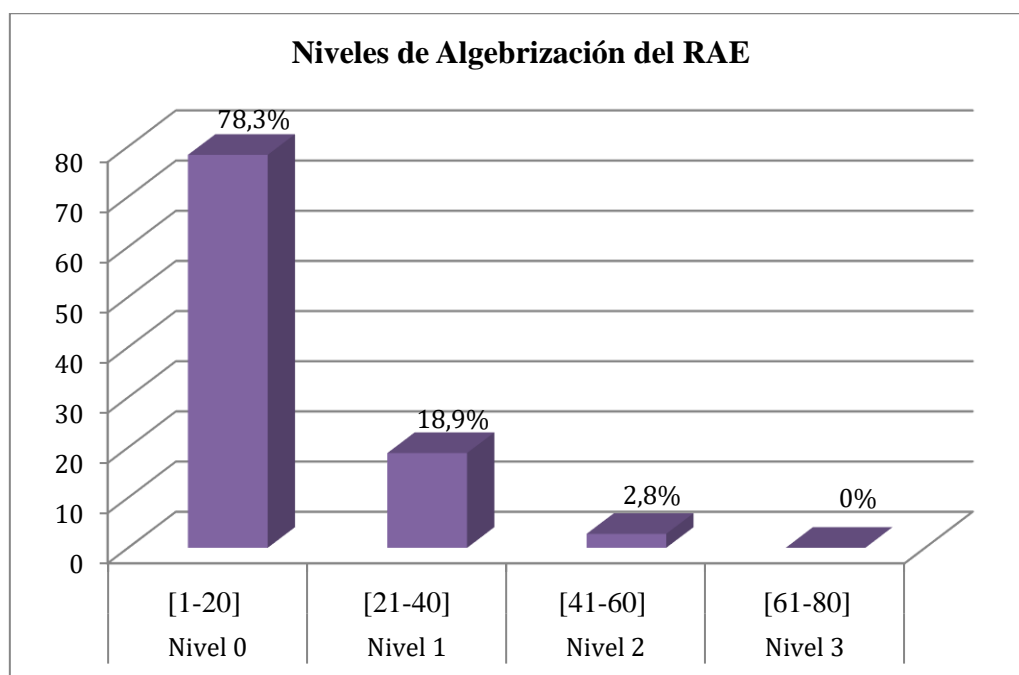


Figura 15. Resultados de los niveles de algebrización del Razonamiento Algebraico Elemental de la prueba CREA aplicada a estudiantes 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Interpretación:

En la tabla 19 y figura 15 se muestra los resultados de los niveles de algebrización en la prueba C.R.E.A (Global) de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, donde se evidencia:

Del total de estudiantes evaluados ningún participante se encuentra en el Nivel 3, el 2,8% equivale a 5 estudiantes que se ubican en el Nivel 2, 18,9% equivale a 34 estudiantes que se ubican en el Nivel 1. Finalmente, 78,3% equivale a 141 estudiantes que se ubican en el Nivel 0.

En términos generales, se puede evidenciar que los estudiantes evaluados han obtenido un puntaje promedio de 15,39; lo cual los ubica en el Nivel 0, esto indica que presenta un ligero dominio de las matemáticas, las operaciones se dan de manera extensiva, el lenguaje empleado es por lo particular de manera numéricas y con poca intervención de símbolos. De la misma manera en la tabla 20, se puede evidenciar que las medidas de tendencia central corresponden a ser parte del Nivel 0 y la desviación estándar es de 9,3, esto quiere decir que el grupo es heterogéneo. Las pruebas evaluadas tienen una calificación mínima de 2 y un máximo de 56.

Se observa que ningún estudiante evaluado de tercero de secundaria se encuentra en el Nivel 3 es decir, que alcanzan un progreso adecuado de los procesos de razonamiento algebraico elemental al desarrollar situaciones donde se operan variables, su lenguaje es de manera simbólico – literal, usan los símbolos de manera analítica.

Del mismo modo podemos apreciar que el 2,8 % de los estudiantes, se encuentran en el Nivel 2, esto quiere decir, que los procesos de razonamiento algebraico se encuentran en pleno desarrollo, ya que son capaces de iniciar el proceso de solución de los problemas aplicando algunas generalizaciones, las variables no se operan de forma canónica a la expresión sino de forma simbólico – literal, ligados a la información del contexto e incluyendo variaciones de tiempo.

También se observa que el 18,9 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 1 esto quiere decir, que relacionan pocas de las fórmulas matemáticas pertinentes para resolver problemas contextualizados, aplican relaciones y propiedades de las operaciones planteadas, el lenguaje empleado es natural, numérico y pueden intervenir símbolos, pero no de forma eficaz, logran obtener resultados empleando estrategias aritméticas o con procedimientos extensivos.

Así mismo el 78,3 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 0 esto quiere decir, que no han logrado relacionar adecuadamente los procesos del razonamiento algebraico elemental para resolver problemas, el lenguaje simbólico – literal no es el pertinente a las situaciones presentadas, las soluciones realizadas a los tratamientos de las ecuaciones no son suficientes para la toma de decisiones justificadas.

Los resultados expuestos en el párrafo anterior, nos indican que la mayoría de los estudiantes evaluados se encuentran en el Nivel 0. Esto quiere decir que, los estudiantes muestran soluciones e interpretaciones numéricas. Ello significa que, con regularidad, emplean cálculos aritméticos y se les dificulta aplicar generalizaciones a dichos cálculos. Para desarrollar el razonamiento algebraico elemental.

Respecto a lo anteriormente mencionado, se recomienda potenciar sus saberes previos para imaginar la situación problemática; comunicar sus conocimientos en un lenguaje entendible, ya sea verbal, escrito o gráfico; verificar sus procedimientos y resultados; y utilizar sus conocimientos para aplicarlos a situaciones reales. De esta manera logrará el estudiante dominar de manera óptima el razonamiento aritmético y algebraico, logrando un desarrollo del razonamiento algebraico elemental pleno.

Tabla 21.

Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Comprensión del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física.

Niveles	Intervalos	f_i	%	Porcentaje Acumulado
Nivel 0	[1 - 5]	88	48,9	48,9
Nivel 1	[6 - 10]	65	36,1	85
Nivel 2	[11 - 15]	19	10,6	95,6
Nivel 3	[16 - 20]	8	4,4	100
Total		180	100,0	

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

Tabla 22.

Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Comprensión del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física.

Media	5,23
Mediana	5,00
Moda	2
Desviación estándar	3,329

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

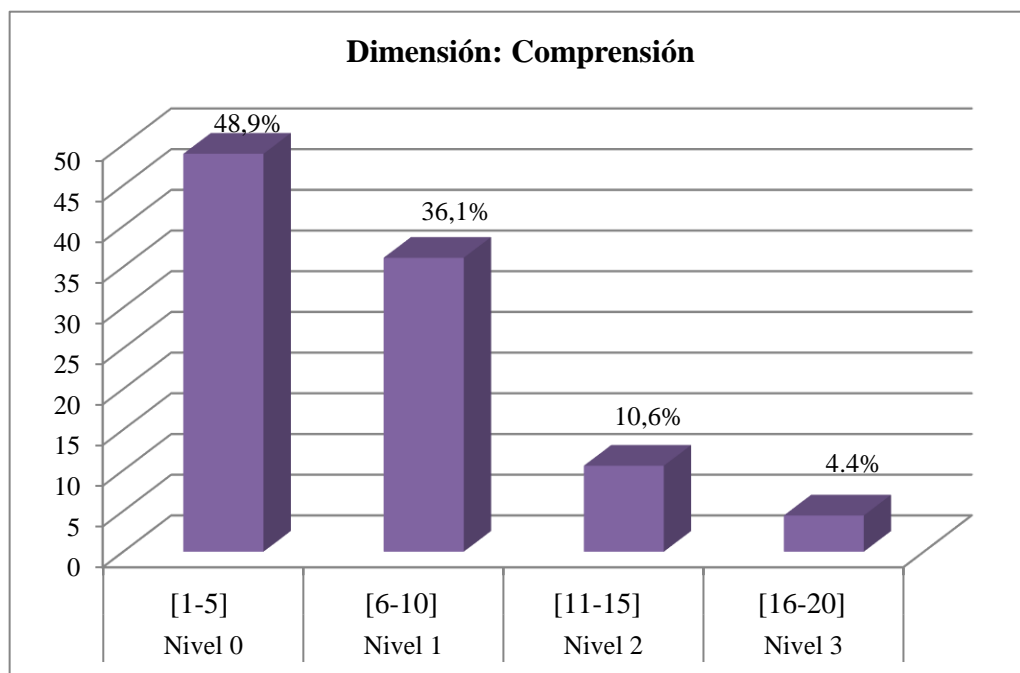


Figura 16. Frecuencia de la dimensión Comprensión del Razonamiento Algebraico Elemental de las pruebas CREA aplicada a estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Interpretación:

En la tabla 21 y figura 16 se muestra los resultados sobre la dimensión Comprensión de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, donde se evidencia:

El 4.4 % equivale a 8 estudiantes que se ubican en el Nivel 3, el 10,6 % equivale a 19 estudiantes que se ubican en el Nivel 2, el 36,1 % equivale a 65 estudiantes que se ubican en el Nivel 1. Finalmente, 48,9 % equivale a 88 estudiantes que se ubican en el Nivel 0.

En términos generales, se puede evidenciar que los estudiantes evaluados han obtenido un puntaje promedio de 5,23; lo cual los ubica en el Nivel 0, esto indica que presenta un ligero dominio de las matemáticas, las operaciones se dan de manera extensiva, el lenguaje empleado es por lo particular de manera numéricas y con poca intervención de símbolos. De la misma manera en la tabla 22 se puede evidenciar que la desviación estándar es de 3,3 y las medidas de tendencia central corresponden al Nivel 0 esto quiere decir que el grupo es heterogéneo. Las pruebas evaluadas tienen una calificación mínima de 0 y un máximo de 17.

Se observa que el 4,4 % de los estudiantes de tercero de secundaria se encuentra en el Nivel 3 es decir, que alcanza un nivel consolidado de la dimensión Comprensión, ya que logran realizar la traducción de los datos de una situación real a través de expresiones algebraicas o interpretan las expresiones verbales para realizar su respectiva gráfica.

Del mismo modo podemos apreciar que el 10,6 % de los estudiantes, se encuentran en el Nivel 2, esto evidencia que el desarrollo de la dimensión Comprensión ha alcanzado un nivel intermedio, es decir, el estudiante alcanza un progreso adecuado, pero aún tiene dificultades en traducir los datos de una situación a expresiones algebraicas o interpretarlos para realizar su respectiva gráfica. En ocasiones realiza inferencias poco pertinentes de los datos o situaciones planteadas.

También se observa que el 36,1 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 1 esto quiere decir, que se evidencia que el desarrollo de la dimensión Comprensión ha alcanzado un nivel incipiente, es decir, el estudiante aún muestra dificultades en las interpretaciones entre las expresiones, traducir los datos de una situación o expresión verbal a expresiones algebraicas, además de interpretarlos para realizar su respectiva gráfica.

Así mismo el 48,9 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 0 esto quiere decir, que tiene un desarrollo mínimo de la dimensión Comprensión, porque el estudiante muestra resistencia en traducir los datos de una situación a expresiones algebraicas o interpretarlos para realizar su respectiva gráfica. También existen casos con ausencia de este proceso de manera textual.

Los resultados expuestos en el párrafo anterior, nos indican que la mayoría de los estudiantes evaluados se encuentran en el Nivel 0 Esto quiere decir que, los estudiantes muestran traducciones e interpretaciones erróneas. Ello significa que, con regularidad, omiten datos importantes a los planteamientos y se les dificulta la realización o planteamiento de dichas traducciones. Para desarrollar la comprensión en el razonamiento algebraico elemental.

Respecto a lo anteriormente mencionado, se recomienda potenciar sus saberes previos para entender e imaginar la situación problemática; reconocer los datos distractores; establecer relaciones de equivalencia entre los datos de cada problema; determinar la ruta o proceso matemático a realizar. De esta manera el estudiante podrá dominar de manera óptima el proceso de comprensión en diversos problemas e

incrementará su razonamiento aritmético y algebraico, logrando un desarrollo del razonamiento algebraico elemental.

Tabla 23.

Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Representación del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física.

Niveles	Intervalos	f _i	%	Porcentaje Acumulado
Nivel 0	[1 - 5]	119	66,1	66,1
Nivel 1	[6 - 10]	48	26,67	92,77
Nivel 2	[11 - 15]	12	6,66	99,43
Nivel 3	[16 - 20]	1	0,56	99,99
Total		180	99,99	

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

Tabla 24.

Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Representación del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física.

Media	3,93
Mediana	4,00
Moda	4
Desviación estándar	2,717

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

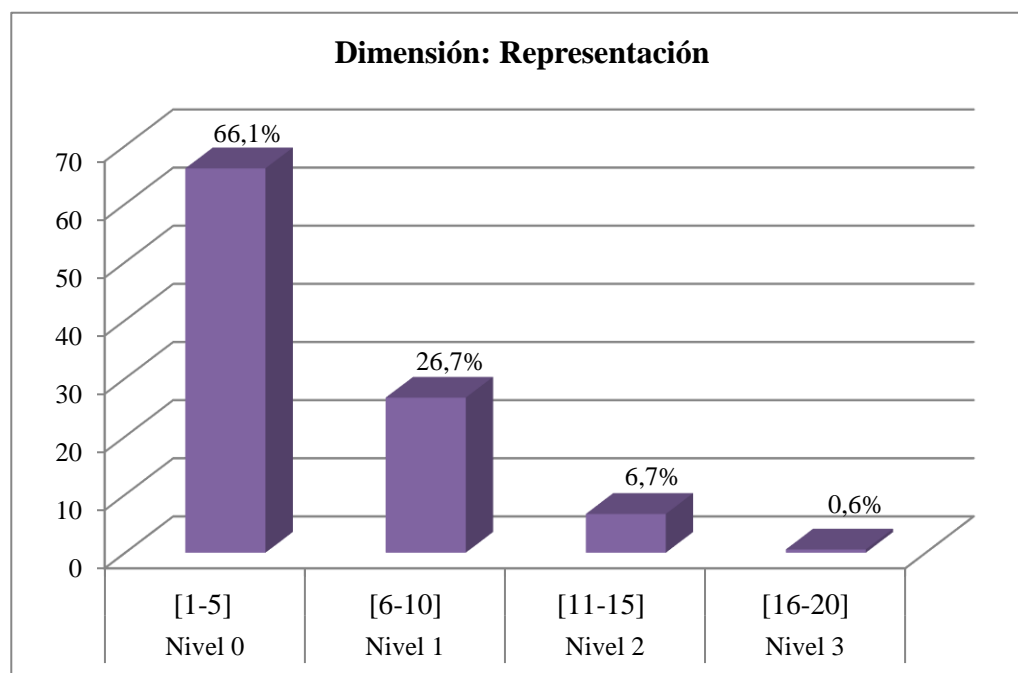


Figura 17. Frecuencia de la dimensión Representación del Razonamiento Algebraico Elemental de las pruebas CREA aplicada a estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Interpretación:

En la tabla 23 y figura 17, se muestra los resultados de la dimensión Representación de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los colegios públicos de que conforman los centros de práctica continua de la especialidad Matemática Física ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

El 66.1% equivale a 119 estudiantes que se ubican en el Nivel 0, el 26.7% equivale a 48 estudiantes que se ubican en el Nivel 1, el 6,7% equivale a 12 estudiantes que se ubican en el Nivel 2, finalmente el 0,6% equivale a 1 estudiante que se ubica en el Nivel 3.

En términos generales, se puede evidenciar que los estudiantes evaluados han obtenido un puntaje promedio de 3,93; ubicándolos en el Nivel 0, esto indica que presentan un ligero dominio de las matemáticas, emplean un lenguaje numérico sin la intervención de símbolos. De igual manera en la tabla 24 se evidencia que la desviación estándar es de 2,717; por lo tanto, es un grupo heterogéneo. Asimismo, las medidas de tendencia central corresponden al Nivel 0.

Se visualiza que el 0,6% de los estudiantes de tercero de secundaria se encuentran en el Nivel 3, es decir, que alcanzan un nivel consolidado de la dimensión Representación y análisis de situaciones y estructuras matemáticas, ya que logran realizar la expresión matemática de una situación planteada además de en realizar los términos de una progresión o simbolizar a través de tablas las representaciones entre los datos.

Del mismo modo podemos apreciar que el 6,7% de los estudiantes, están ubicados en el Nivel 2, evidenciando que el desarrollo de la dimensión de Representación y análisis de situaciones y estructuras matemáticas ha alcanzado un nivel intermedio, es decir, el estudiante alcanza un progreso adecuado, pero con dificultades al realizar la expresión matemática de una situación planteada, generalizar los términos de una progresión o simbolizar a través de tablas las representaciones entre los datos.

También se observa que el 26,7% de los estudiantes se encuentra en el Nivel 1 esto quiere decir, que se evidencia que el desarrollo de la dimensión Representación y análisis de situaciones y estructuras matemáticas, es decir, el estudiante aún muestra dificultades en realizar la expresión matemática de una situación planteada,

generalizar los términos de una progresión o simbolizar a través de tablas las representaciones entre datos.

Así mismo el 66,1% constituye 119 estudiantes que se encuentran en el nivel 0. Esto quiere decir que, los estudiantes tienen un desarrollo mínimo de la dimensión Representación y análisis de situaciones y estructuras matemáticas, ya que aún no logran realizar expresiones matemáticas de una situación planteada, generalizar términos de progresiones o simbolizar a través de tablas de representación entre datos.

Los resultados expuestos en el párrafo anterior, nos indica que la gran mayoría de los estudiantes evaluados se encuentran en el Nivel 0. Esto quiere decir que no hay una gran deficiencia para seleccionar, interpretar, traducir un problema así mismo no reflexiona sobre conclusiones matemáticas.

Respecto a lo anteriormente, se recomienda realizar tareas que generen manifestar expresiones verbales a expresiones matemáticas con situaciones del contexto real para que al estudiante le resulte interesante aprender los contenidos ya que le resultará útil para la vida cotidiana. Además de involucrar situaciones con contenidos algebraicos a temprana edad de tal manera que el estudiante domine expresar situaciones del contexto al lenguaje matemático de manera óptima, logrando así un mayor nivel.

Tabla 25.

Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Empleo de modelos matemáticos del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física.

Niveles	Intervalos	f_i	%	Porcentaje Acumulado
Nivel 0	[1 - 5]	130	72,2	72,2
Nivel 1	[6 - 10]	36	20,0	92,2
Nivel 2	[11 - 15]	10	5,6	97,8
Nivel 3	[16 - 20]	4	2,2	100,0
Total		180	100,0	

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

Tabla 26.

Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Empleo de modelos matemáticos del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física.

Media	3,53
Mediana	3,00
Moda	2
Desviación estándar	3,029

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

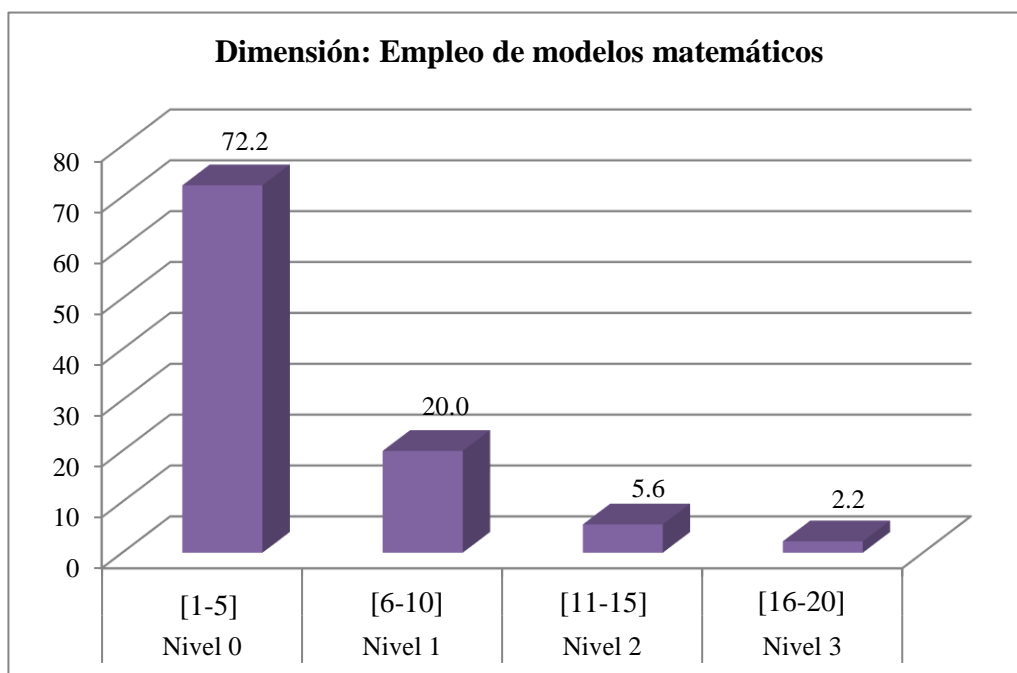


Figura 18. Frecuencia de la dimensión Empleo de modelos matemáticos del Razonamiento Algebraico Elemental de las pruebas CREA aplicada a estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Interpretación:

En la tabla 25 y figura 18, se muestra los resultados de la dimensión Representación de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los colegios públicos de que conforman los centros de práctica continua de la especialidad Matemática Física ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

El 2,2 % equivale a 4 estudiantes que se ubican en el Nivel 3, el 5,6% equivale a 10 estudiantes que se ubican en el Nivel 2, 20 % equivale a 36 estudiantes que se ubican en el Nivel 1. Finalmente, 72,2 % equivale a 130 estudiantes que se ubican en el Nivel 0.

De manera general, se puede evidenciar que los estudiantes evaluados han obtenido un puntaje promedio de 3,53; lo cual los ubica en el Nivel 0, esto indica que presenta una dificultad en su desarrollo de problemas matemáticos, obteniendo así un ligero dominio de las matemáticas, las operaciones se dan de manera extensiva, el lenguaje empleado es por lo particular de manera numéricas y con poca intervención de símbolos. De la misma manera se puede evidenciar que la desviación estándar es

de 3,3, esto significa que el grupo es heterogéneo, porque obtuvieron diversos puntajes desde un mínimo de 0 y un máximo de 17.

Se observa que el 2,2 % de los estudiantes de tercero de secundaria se encuentra en el Nivel 3 es decir, que alcanza un nivel consolidado de la dimensión Empleo de modelos matemáticos, ya que logran aplicar una variedad de estrategias heurísticas basadas en las dimensiones de comprensión y representación.

Del mismo modo podemos apreciar que el 5,6 % de los estudiantes, se encuentran en el Nivel 2, esto evidencia que el desarrollo de la dimensión Empleo de modelos matemáticos ha alcanzado un nivel intermedio, es decir, el estudiante alcanza un progreso adecuado, pero aún tiene dificultades en aplicar una variedad de estrategias heurísticas basadas en el álgebra considerando las dimensiones de comprensión y representación.

También se observa que el 20 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 1 esto quiere decir, que se evidencia que el desarrollo de la dimensión Empleo de modelos matemáticos ha alcanzado un nivel incipiente, es decir, el estudiante aún muestra dificultades en aplicar diversas heurísticas basadas en el álgebra considerando las dimensiones de comprensión y representación.

Así mismo el 72,2 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 0 esto quiere decir, que tiene un desarrollo mínimo de la dimensión Empleo de modelos matemáticos, ya que el estudiante logra desarrollar los distintos problemas llegando a la respuesta, pero aún no logra aplicar las diversas estrategias heurísticas basadas en el álgebra considerando las dimensiones de comprensión y representación.

Los resultados expuestos en el párrafo anterior, nos indican que la mayoría de los estudiantes evaluados se encuentran en el Nivel 0, esto quiere decir que muestran una ausencia del razonamiento algebraico. Ello significa que, con regularidad, realizan la solución del problema, pero en las operaciones emplean un lenguaje natural, numérico y pueden intervenir símbolos.

Respecto a lo anteriormente mencionado, se recomienda potenciar las dimensiones de comprensión y representación para que con ayuda de ambas dimensiones se pueda diseñar o presentar diversas estrategias para desarrollar un problema. De esta manera el estudiante podrá dominar de manera óptima el proceso de Empleo de modelos matemáticos en diversos problemas e incrementará su razonamiento aritmético y algebraico, logrando un desarrollo del razonamiento algebraico elemental.

Tabla 27.

Resultados obtenidos de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Análisis del cambio del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática – Física.

Niveles	Intervalos	f _i	%	Porcentaje Acumulado
Nivel 0	[1 - 5]	144	80,0	80,0
Nivel 1	[6 - 10]	31	17,2	97,2
Nivel 2	[11 - 15]	3	1,7	98,9
Nivel 3	[16 - 20]	2	1,1	100,0
Total		180	100,0	

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

Tabla 28.

Medidas de dispersión de los resultados obtenidos según su puntaje de la prueba “Algebrízate con CREA” en la dimensión de Análisis del cambio del Razonamiento Algebraico Elemental aplicada a los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática – física.

Media	2,69
Mediana	2,00
Moda	1
Desviación estándar	2,559

Fuente: Prueba “Algebrízate con CREA” (2019).

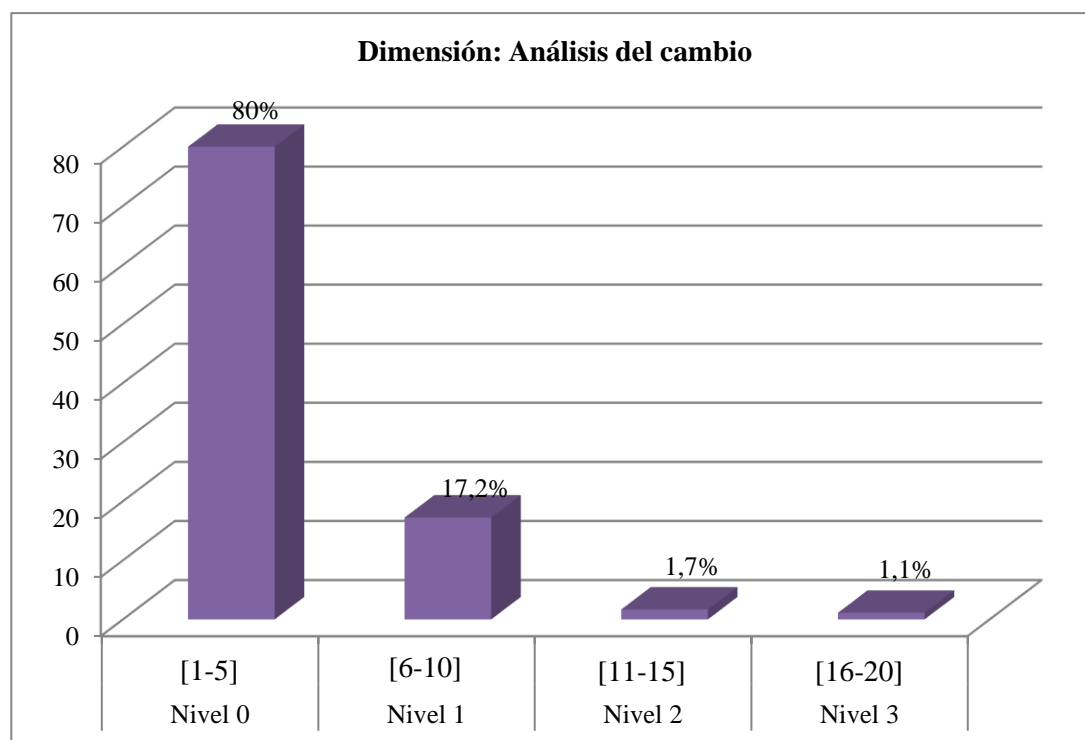


Figura 19. Frecuencia de la dimensión Análisis del cambio del Razonamiento Algebraico Elemental de las pruebas CREA aplicada a estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de los estudiantes de la especialidad de matemática física del IPNM ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Interpretación:

En la tabla 27 y figura 19 mostrada observamos los resultados de la dimensión de Análisis de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, donde se evidencia:

Que solo el 1,1 % de los estudiantes que realizaron la prueba están ubicados en el Nivel 3 esto es equivalente a 2 estudiantes, el 1,7 % de los estudiantes que realizaron la prueba se encuentran ubicados en el Nivel 2 estos representan a 3 estudiantes de la muestra, por otro lado, el 17,2% de los estudiantes que tomaron a prueba se encuentra en el Nivel 1 los cuales son equivalentes a 31 estudiantes y por último, el 80% de los estudiantes que resolvieron la prueba se encuentran ubicados en el Nivel 0 lo cual equivale a 144 estudiantes pertenecientes a la muestra.

Se demuestra que los estudiantes que realizaron la prueba en promedio han obtenido un puntaje de 3,93; lo cual, los ubica en el Nivel 0; esto evidencia que presentan un mínimo conocimiento de las matemáticas ya que no logran plantear una situación similar a la que se presenta en un problema, analizar la situación planteada, establecer conclusiones o argumentar afirmaciones a través de conocimientos matemáticos. De la misma manera se puede evidenciar que la desviación estándar es de 3.3, esto quiere decir que el grupo es heterogéneo. Las pruebas evaluadas tienen una calificación mínima de 0 y un máximo de 17.

Se observa que solo el 1,1 % de los estudiantes de tercero año de Secundaria están ubicados en el Nivel 3 es decir, estos estudiantes alcanzan un nivel óptimo y consolidado de la dimensión Análisis del cambio en diversos contextos, ya que logra justificar la validez de sus afirmaciones a través de relaciones algebraicas y resolver nuevas situaciones que surgen a raíz de un problema planteado.

De la misma forma, se muestra que el 1,7 % de los estudiantes, se encuentran en el Nivel 2, esto evidencia que solo 3 estudiantes han alcanzado un nivel intermedio con respecto a la dimensión Análisis del cambio, es decir, el estudiante pueda alcanzar un progreso adecuado, pero aún tiene dificultades para justificar la validez de sus afirmaciones a través de conocimientos matemáticos y en ocasiones realiza inferencias poco pertinentes de los datos o de las situaciones planteadas.

Además, se observa que el 17,2 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 1 esto quiere decir, que el desarrollo de la dimensión Análisis de cambio en diversos

contextos ha alcanzado un nivel incipiente, es decir, el estudiante aún muestra dificultades al momento de justificar la validez de sus afirmaciones con respecto a una situación planteado mediante conocimientos matemáticos donde pueda deducir la resolución de una nueva situación a partir de un problema trabajado.

Por otro lado, el 80 % de los estudiantes se encuentra en el Nivel 0 esto quiere decir, que los estudiantes evidencian un desarrollo mínimo de la dimensión Análisis del cambio en diversos contextos, ya que aún no puede justificar la validez de sus afirmaciones mediante relaciones algebraicas y presenta dificultad en argumentar y justificar relaciones entre los datos algebraicos que se presentan en los problemas planteados y se analiza para dar solución a una nueva situación.

Los resultados expuestos en el párrafo anterior, nos indican que la mayoría de los estudiantes evaluados se encuentran en el Nivel 0 Esto quiere decir que, en las pruebas se observa errores al justificar y argumentar sus respuestas en relación a la utilización de reglas generales, relaciones en funciones de los datos y analizar nuevas situaciones problemáticas. Esto significa que, la mayoría de los estudiantes presenta una ausencia del razonamiento algebraico ya que no intervienen estructuras algebraicas en las operaciones que realizan, el lenguaje que utilizan se limita a un lenguaje aritmético y no logran establecer una regla general para resolver nuevas situaciones y argumentar las relaciones entre los datos encontrados eso limita su razonamiento algebraico elemental.

Respecto a todo lo mencionado, se recomienda potenciar sus conocimientos previos para que el estudiante pueda analizar y comprender la situación planteada mediante relaciones algebraicas, que se dan al transformar datos a gráficos o reglas generales, esto implica además poder formular preguntas a partir de una situación dado, donde se puede evidenciar el dominio y la comprensión del campo temático trabajado en cada situación planteada. De esta manera el estudiante podrá dominar de manera óptima el proceso de análisis de cambio en diversos problemas donde se emplean el razonamiento algebraico, logrando un desarrollo del razonamiento algebraico elemental.

Conclusiones

El presente trabajo de investigación nos ha permitido recoger información acerca del razonamiento algebraico elemental de los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07. A continuación se presentan las conclusiones:

El 48,9 %, que constituye a 88 estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, se ubican en el nivel 0 de la dimensión comprensión perteneciente al razonamiento algebraico elemental; por consiguiente, los estudiantes muestran resistencia al momento de traducir los datos de una situación cotidiana a expresiones algebraicas. La mayoría de los estudiantes lograron discernir entre datos distractores e información precisa, también llegaron a responder a las interrogantes planteadas en esta dimensión, pero su respuesta era muy escasa en cuanto a procesos algebraicos o generalizaciones.

El 66,1 %, que constituye a 119 estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, se encuentran en el nivel 0 de la dimensión representación perteneciente al razonamiento algebraico elemental; por consiguiente, los estudiantes presentan deficiencias para seleccionar diversas representaciones y simbolizar los datos mediante tablas o modelos algebraicas. La mayoría de los estudiantes lograron realizar sus manifestaciones de manera aritmética, pero se les dificultó el paso a la algebrización.

El 72,2 %, que constituye a 130 estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, se encuentran en el nivel 0 de la dimensión empleo de modelos matemáticos perteneciente al razonamiento algebraico elemental; por consiguiente, los estudiantes aún no pueden aplicar las diversas estrategias heurísticas existentes. La mayoría de los estudiantes lograron resolver algunas de las situaciones con sus estrategias basadas en la comprensión y representación de relaciones cuantitativas.

El 80 %, que constituye a 144 estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física,

se encuentran en el nivel 0 de la dimensión análisis del cambio perteneciente al razonamiento algebraico elemental; por consiguiente, los estudiantes aún no pueden aún no puede justificar la validez de sus afirmaciones mediante relaciones algebraicas y presentan dificultad en argumentar y justificar relaciones entre los datos algebraicos que se presentan en los problemas planteados y se análisis. La mayoría de los estudiantes logró interpretar las representaciones y formular sus argumentos ante situaciones contextualizadas, pero no son sustentados en conceptos matemáticos.

El 78,3%, es decir, 141 estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, se ubican en el Nivel 0 de algebrización; por consiguiente, los estudiantes no han logrado relacionar adecuadamente los procesos del razonamiento algebraico elemental.

A partir de los resultados obtenidos de la prueba Algebrízate con C.R.E.A aplicadas a estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física, se genera la necesidad de diseñar una propuesta metodológica basada en actividades didácticas que enfatizen en las cuatro dimensiones de manera unificada.

Recomendaciones

A partir de las conclusiones presentadas, se plantea un conjunto de recomendaciones extraídas de la propuesta metodológica “Algebrízate con C.R.E.A” elaborada para fortalecer las dimensiones Comprensión, Representación, Empleo de modelos matemáticos y Análisis del cambio del Razonamiento Algebraico Elemental, en los estudiantes de 3er grado de Educación Secundaria de los centros de práctica continua de la especialidad Matemática – Física ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.

Se sugiere a los docentes conocer las dificultades de los estudiantes en las cuatro dimensiones del Razonamiento Algebraico Elemental y se propone que el álgebra se lleve desde el último ciclo del nivel primaria, y de esta manera empezar desde temprana edad el paso de la aritmética al álgebra.

Se propone trabajar con los estudiantes la identificación, manipulación de letras, y posteriormente relacionar aquellos términos con variables ya establecidas. A partir de esta actividad, expliquen la relación entre variables y, por último, hallar los modelos matemáticos a partir demostraciones propuestas por el docente.

Realizar juegos lúdicos en el cual los estudiantes apliquen las estrategias de modelación matemática y realicen sus propias conjeturas algebraicas de situaciones contextualizadas.

Justificar los pasos aplicados en la solución de problemas contextualizados, a partir de exposiciones o proyectos de mejora a la comunidad. Empleando los procesos del R.A.E y presentando el valor de significancia a las generalizaciones.

Referencias

- Aké L. (2010). Una aproximación al Razonamiento Algebraico Elemental desde el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático.
Recuperado de:
https://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Lilia_Ake_TFM_2010.pdf
- Cai, J. and Knuth, E. (2011). Early algebrization. A global dialogue from multiple perspectives. Berlin: Springer-Verlag.
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. Investigación en: Educación Matemática XVI (pp. 75 – 94).
- Cardona M. (2007). Desarrollo del Pensamiento Algebraico en alumnos de octavo grado del CHE a través de la resolución de problemas. (Tesis para obtener el grado de magister en matemática educativa). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.
- De la Fuente, A. (2016). Construcción del lenguaje algebraico en un entorno de resolución de problemas. El rol del conocimiento del profesor. (Tesis para obtener el grado de doctor en educación). Universidad Autónoma de Barcelona.
- Ferreira, N.; Rechimont, E.; Parodi, C.; Castro, N. (2010). De la aritmética al álgebra. Experiencia de trabajo con estudiantes universitarios. UNION.Revista Iberoamericana de Educación Matemática, La laguna, n. 21, p. 59-67.
- García, J., Segovia I. & Lupiáñez J. (2013). El uso de las letras como fuente de errores de estudiantes universitarios en la resolución de tareas algebraicas. Bolema: Boletín de Educación Matemática, vok 28, núm 50.
- García, J. (2018). Niveles de algebrización que alcanzan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de tareas estructurales de números racionales. (Tesis para obtener el grado de magister en enseñanza de las matemáticas) Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2012). Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental.
Recuperado de:
http://bibliotecadigital.udea.edu.co/dspace/bitstream/10495/7527/1/CastroWalter_2012_RazonamientoAlgebraicoElemental.pdf

- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebraización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32 (1), pp. 199-219
- Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de Matemáticas.
Recuperado de:
<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v31n57/0103-636X-bolema-31-57-0090.pdf>
- Godino, J. D. & Font (2003). Razonamiento Algebraico y su didáctica para maestros
Recuperado de:
https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- González E. (2012). Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el planteamiento y resolución de problemas. (Tesis para obtener el grado de magister en enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales). Universidad Nacional de Colombia.
- Gurría, A. (2015). PISA 2015 Resultados Claves.
Recuperado de:
<https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>
- Hernández, R. Fernandez, C. y Baptista, P. (2018). “Metodología de la Investigación”. México. Editorial Mc Graw Hill
- Kieran (2004). Una aproximación al Razonamiento Algebraico Elemental.
Recuperado de:
https://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Lilia_Ake_TFM_2010.pdf
- Kaput J. J (2000). Integración del Pensamiento Algebraico en la Educación Básica.
- Martinez (2014). El Enfoque Ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la Matemática.
Recuperado de: <http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n2/v10n2a2.pdf>
- Ministerio de Educación (2018). Resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes.
Recuperado de:
http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2019/05/PptReg_ECE2018_1501_Lima-Metropolitana.pdf

Ministerio de Educación (2018). ¿Qué logran nuestros estudiantes en matemática?, pp. 18 – 22.

Recuperado de:

<http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2019/04/Informe-Matem%C3%A1tica-ECE2018-2S.pdf>

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.3

Ochoa (2015) Técnicas de muestreo no probabilístico.

Recuperado de: <https://Dialnet.uni.rioja.es>

Radford (2000). Evaluación y desarrollo del Razonamiento Algebraico Elemental en maestro de formación.

Recuperado de:

<https://Evaluación-y-desarrollo-del-razonamiento-algebraico-elemental-en-maestros-en-formación.pdf>

Schliemann, A. L. (2007) Early algebra and algebraic reasoning. In: LESTER, F. (Ed) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Charlotte, N. C: Information Age Publishing, Inc. y NCTM, 2007, v. 2, p. 669)

Vergel, R. (2015). ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? Uno: Revista de didáctica de las matemáticas. Núm 68.

Apéndices

PRUEBA: “ALGEBRÍZATE CON C.R.E.A”

APELLIDOS Y NOMBRES: _____ GRADO: 3º AÑO
DOCENTES: Yessica Cardenas – Susán Cruz - Lizeth Delgado – Graciela Marcelo
FECHA: __/__/2019

- 1) El fin de semana se realizan las compras en casa de Mathias. En la lista de compras es indispensable las frutas, ya que son parte del consumo diario de la familia al ser saludables y beneficiosas para la salud. Si el domingo se encontró las siguientes ofertas en el supermercado:

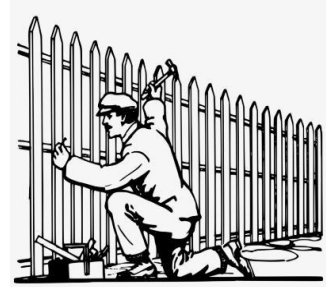


OFERTAS EN EL SUPERMERCADO

- ★ 2 kg de piña más 3 kg de naranja a solo S/ 12.
- ★ 3 kg de piña más 2 kg de naranja a solo S/ 13.

- ¿Cuál es el precio por kilo de piña y naranja?
- a. Identifica y representa los datos del problema.
- b. ¿Cuál es la expresión matemática que representa las ofertas a pagar?
- c. Calcula el precio por kilo de piña y naranja considerando la oferta 1 y 2
- d. Si el precio por kilo de piña es S/ 3,50 y el kilo de naranja es S/ 2,60.
¿En cuánto varía el precio de las frutas según las ofertas?

2) El señor Luis desea cercar el huerto de la institución educativa, dicho huerto tiene un terreno de forma rectangular. Para realizar el cercado del terreno dispone de 480 m de alambre, el cual se usará para rodear el terreno en tres vueltas. Si la diferencia entre las dimensiones del terreno es de 20 m, ¿cuáles podrían ser las medidas de este terreno?



a. Establece los datos de la situación presentada.

b. Expresa la desigualdad entre las vueltas de alambre dadas al perímetro del terreno y la cantidad de alambre que se dispone.

c. ¿Cuál es la medida máxima del ancho del terreno?

d. Si la medida del ancho del huerto es máxima y su largo se duplica. ¿Será posible dar tres vueltas con el mismo alambre de púas al terreno? Justifica tu respuesta.

- 3) Los estudiantes del municipio escolar quieren sembrar árboles alrededor de su institución educativa, por lo que se disponen a ejecutarlo a partir del 5 de agosto, para ello, invitan a su director para el inicio de la siembra del primer árbol. Cada inicio de semana (lunes) se duplicará el número de árboles sembrados hasta el 26 de agosto. ¿Cuántos árboles se deben sembrar al inicio de la primavera?



- a. Realiza la representación matemática de la situación presentada.

- b. ¿Cuál es la expresión matemática que se forma a partir de los datos del ejercicio anterior?

- c. ¿Cuántos árboles se sembrarán para el inicio de la primavera (23 de setiembre)?

- d. Si el primer día se siembran 3 árboles ¿Qué cantidad de árboles se siembran en el inicio de la primavera? Fundamenta tu respuesta.

- 4) El periódico estudiantil realizó una investigación referida a la estatura de los estudiantes durante la primera infancia, a partir de todo lo investigado se emitió el siguiente reporte: *“En el Perú la altura promedio en centímetros de los niños cuyas edades son de 6 a 10 años forman una función lineal con sus edades en años. La estatura de un niño de 6 años es 112 cm y la altura de un niño de 7 años es 118 cm”*



- a. ¿Cuál es la regla que relaciona la edad y la estatura de los niños entre 6 y 10 años?
- b. ¿Cómo se puede graficar esta relación en un plano cartesiano?
- c. ¿Cuál será la estatura de un niño cuando tenga 10 años?
- d. ¿Se puede calcular con la regla anterior la estatura de una persona de 20 años? ¿Por qué?

- 5) En un huerto se recolectó cierta cantidad de manzanas delicia y el doble más 20 kg de manzanas Golden. Luego se llenaron cajones con 10 kg de manzanas en cada una de ellas. Cada cajón con manzanas delicia se vendió a S/ 30 y cada cajón con manzanas Golden a S/ 35. Si por la venta total de manzanas se recibieron S/ 570, ¿cuántos kilos de manzanas se recolectaron en total?



- a. Identifica y representa los datos del problema.
- b. Expresa la igualdad que muestre la relación entre el precio de las manzanas delicia, las manzanas Golden y la venta total.
- c. Calcula los kilos de manzana que se recolectaron en total.
- d. ¿Cuántos cajones obtendrán si deciden llenarlas con 25 kg de manzanas en cada una de ellas?



ALGEBRIZALOS

**CON
CREA**

Para lograr el razonamiento algebraico elemental en los estudiantes es necesario que se desarrollen de manera adecuada los procesos de comprensión, representación, empleo de modelos matemático y análisis del cambio. Para ello, es necesario contar con estrategias que faciliten cada uno de los procesos y preparen en el estudiante los requisitos necesarios para poder entender un problema cotidiano.

1. Fundamentación

Para mejorar las dificultades en el proceso de empleo de modelos matemáticos y análisis, es necesario realizar actividades específicas en el proceso de comprensión y representación. Ante esta realidad encontrada se propone emplear estrategias didácticas para desarrollar las cuatro dimensiones de manera conjunta.

Bajo esta perspectiva se trabaja basándose en un Enfoque Ontosemiótico donde el primer objetivo es que el estudiante vincule su contexto con su proceso de aprendizaje y al mismo tiempo se pueda relacionar con estas actividades de manera vivencial. Por ello se propone un conjunto de sesiones el cual se basa en la modelización matemática; para lo cual el primer paso es reconocer un problema del mundo real, es aquí donde aplicaremos las preguntas o actividades necesarias para desarrollar eficazmente el proceso de comprensión; el segundo paso es la realización de suposiciones, la cual está ligada a los diversos tipos de representaciones que pueden ser realizadas por los estudiantes para plantear una situación; el tercer paso es realizar la formulación matemática, en donde lo importante es vincular los procesos anteriores para transformar los datos numéricos a expresiones algebraicas; el último paso es la validación de la solución, aquí no solo se trata de comprobar la respuesta hallada, sino, es poder justificar pertinentemente su respuesta o algoritmos aplicados ante un problema de su entorno social.

2. Objetivos

El objetivo principal de esta propuesta es poder dar a conocer estrategias didácticas que faciliten el desarrollo de cada uno de los procesos ya mencionados y así generar de manera vivencial y lúdica el gusto por las matemáticas, formando así un hábito que permita al discente la comprensión de situaciones reales. Así también, proveer a docentes o estudiantes de educación, herramientas que involucren a los estudiantes y fortalezcan su acompañamiento pedagógico.

3. Contenidos a Desarrollar

- Ecuaciones Lineales
 - ✓ Igualdad
 - ✓ Ecuaciones de primer grado con una variable de coeficiente natural.
 - ✓ Ecuaciones de primer grado con una variable de coeficiente racional.
- Inecuaciones
 - ✓ Desigualdad
- Progresión
 - ✓ Progresión Geométrica
- Sistema de ecuaciones.
 - ✓ Métodos algebraicos
 - ✓ Métodos gráficos
- Función lineal
 - ✓ Regla de correspondencia
 - ✓ Método tabular
 - ✓ Método gráfico
- Función cuadrática

4. Metodología

La metodología con la que se pretende trabajar es tener como principal actor al estudiante y que este se relacione activamente en su contexto, en el que se desenvuelve, con su aprendizaje, frente a esto se realizarán 4 fases que son parte de la modelación matemática, con la intención de desarrollar las cuatro dimensiones del razonamiento algebraico elemental. La aplicación de esta metodología será según el contexto en que se desarrolle la sesión. Estos momentos son los siguientes:

a) Reconocer un problema del mundo real:

En este momento el estudiante reconoce un problema real y enlaza sus conocimientos previos con los nuevos conocimientos; la estrategia a seguir implica examinar y recolectar datos necesarios para el planteamiento de la situación presentada. Esta fase se relaciona con el proceso de comprensión del razonamiento algebraico elemental. Se recomienda lo siguiente:

- Presentarles imágenes concretas y reales en relación con el problema.
- Presentarles videos interactivos en relación al contexto problemático.

b) Hacer suposiciones o experimentar:

Es en este momento donde se plantean diversas estrategias para escoger la más pertinente, la estrategia constituye en obtener información que responda a las condiciones del problema y a la vez implica realizar diversas manifestaciones a partir de la traducción realizada anteriormente. Esta fase se relaciona con el proceso de representación del razonamiento algebraico elemental. Se recomienda lo siguiente:

- Plantearles posibles rutas o estrategias a seguir.
- Presentarles interrogantes que estimulen su creatividad.
- Fomentar la investigación y la lectura de anotaciones previas.

c) Realizar la formulación matemática:

En este momento, los estudiantes ponen en práctica las posibles estrategias, y logran expresar sus hallazgos mediante relaciones matemáticas, las cuales son constituidas como modelos. En este momento el docente tiene la opción de intervenir si observa que el modelo empleado por los discentes no coincide con lo previsto. Esta fase se vincula con el proceso de empleo de modelos matemáticos del razonamiento algebraico elemental. Se recomienda lo siguiente:

- Presentarles interrogantes que estimulen sus procesos algebraicos.

d) Validación de la solución:

En este momento los estudiantes interactúan con los resultados de sus compañeros, comprueban sus procesos y los confrontan con los datos del problema. En esta etapa se debe contestar de manera crítica y reflexiva al problema basándose en los modelos matemáticos usados anteriormente también se propone aplicar sus conocimientos a un nuevo contexto. Esta fase se vincula con el proceso de análisis del cambio del razonamiento algebraico elemental. Se recomienda lo siguiente:

- Proponer la exposición de sus conclusiones y procesos.
- Proponer diversas situaciones que comprometa a diferentes áreas.

A continuación, se presentan alrededor de 10 sesiones de aprendizaje teniendo en cuenta las 4 fases de modelación (Reconocer un problema del mundo real, Hacer suposiciones o experimenta, Realizar la formulación matemática y Validación de la solución):

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01

TITULO: “Parque de Atracciones”

I. DATOS GENERALES

1. Área : Matemática
2. Grado : 3^{ro} de secundaria
3. Tiempo : 90 minutos
4. Tema : Ecuaciones – ecuación lineal

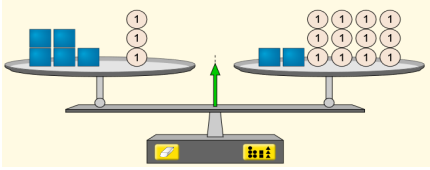
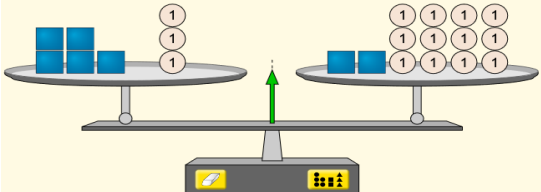


II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establece relaciones entre datos y condiciones de equivalencia en un problema.</i>
	Representación	<i>Expresa con representaciones simbólicas el planteamiento de ecuaciones, a partir de una expresión verbal.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Selecciona métodos gráficos y simbólicos para determinar términos de una igualdad o ecuación lineal</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica su respuesta empleando la relación de equivalencia en una ecuación lineal.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia a ecuaciones. Evalúa si estas condiciones se reproducen en una expresión algebraica.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa el significado de la ecuación, la interpreta y explica en el contexto de la situación, usando lenguaje algebraico y haciendo uso de conexiones entre representaciones gráficas, tabulares y simbólicas.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina de manera apropiada estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar el valor de los términos de una expresión algebraica.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre la relación entre los datos y sus afirmaciones mediante ejemplos, propiedades matemáticas o el razonamiento inductivo y deductivo</i>
SE DESENVUELVE EN ENTORNOS VIRTUALES GENERADOS POR LAS TIC	Gestiona información del entorno virtual.	<i>Aplica herramientas de cálculo cuando resuelve problemas matemáticos utilizando hojas de cálculo y base de datos.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<p>➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia</p> <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ <i>Llegar puntual a la I.E</i> ★ <i>Levantar la mano para pedir la palabra.</i> ★ <i>Respetar las opiniones de los demás.</i> ★ <i>Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada.</i> </div> <p>➤ Se pegan piezas de rompecabezas para completar una imagen.</p> <div style="border: 1px dashed gray; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>María tiene clips y cajitas en una balanza equilibrada. Si se sabe que todos los clips tienen el mismo peso, las cajas tienen un peso insignificante y cada una contiene la misma cantidad de clips. ¿Cuántos clips hay en cada caja?</p>  </div> <p>➤ Se realizan las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Qué se entiende por balanza equilibrada?</i> → <i>¿Cuántas cajas llenas de clips tenemos en el lado izquierdo?</i> → <i>¿Cuántos clips sueltos?</i> → <i>¿Cuántas cajas y clips tenemos en el lado derecho?</i> → <i>¿Qué pasaría si quitas una caja en alguno de los lados?</i> → <i>¿Cómo podemos resolver el problema?</i> <p>➤ Se procede al desarrollo de la situación inicial con ayuda del simulador PHET.</p>	<p>Situación</p> <p>Balanza</p>	<p>5 min</p>
	CONFLICTO COGNITIVO	<p>➤ Se realiza la siguiente pregunta:</p> <div style="border: 1px dashed gray; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>María tiene clips y cajitas en una balanza equilibrada. Si se sabe que todos los clips tienen el mismo peso, las cajas tienen un peso insignificante y cada una contiene la misma cantidad de clips. ¿Cuántos clips hay en cada caja?</p>  </div>	<p>PHET</p> <p>Plumón pizarra</p>	<p>15 min</p>

	<p>PROPÓSITO</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se les pregunta: ¿qué tema trabajaremos el día de hoy? ➤ Se presenta el propósito de la clase: <ul style="list-style-type: none"> “Identificar las partes de una ecuación lineal y representarlas con el algeblock, se evaluará con una lista de cotejo” 		
<p>P R O C E S O</p>	<p>CONSOLIDACIÓN DEL APRENDIZAJE</p>	<p><u>RECONOCER UN PROBLEMA DEL MUNDO REAL (comprensión)</u></p> <p style="text-align: center;"><u>EN BUSCA DE ATRACCIONES</u></p> <p>Los parques de Lima cuentan con múltiples espacios de esparcimiento, acantilados, bellas esculturas e incluso lagunas artificiales. Surco, Miraflores o Magdalena son solo algunos de los distritos donde encontrarás estas atracciones.</p> <p><u>Actividad desafiante:</u></p> <p>Un grupo de 5 estudiantes planifican una visita al parque de las aguas, teniendo como presupuesto 150 soles. El día de la visita pagan para el ingreso 4 soles, los juegos inflables 5 soles y los de ronda 6 soles por persona. Luego de disfrutar en los juegos del parque y tomarse fotos para el recuerdo deciden usar el dinero que les queda en alimentos. ¿Cuánto dinero les queda para comida?</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente pide analizar la actividad desafiante. ➤ La docente plantea las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> → ¿De qué trata el problema? <i>R.E: De la visita de 5 estudiantes al parque de las aguas, sus gastos y el dinero asignado a sus alimentos.</i> → ¿Qué datos presenta el problema? <i>R.E: La cantidad de personas, el dinero de los estudiantes para la visita al parque, los gastos en las actividades por cada persona.</i> → ¿Qué nos piden en el problema? 		<p>15 min</p> <p>10 min</p>

		<p><i>R.E: el dinero que les queda para su alimentación.</i></p> <p><u>HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)</u></p> <p>➤ La docente realiza algunas preguntas para identificar el objetivo de la actividad desafiante: → ¿Cómo podemos hallar la cantidad de dinero restante? <i>R.E: la diferencia entre la cantidad total de dinero total y los gastos.</i> → ¿Cuánto gastaron al final del día? ¿Cómo podemos hallar el gasto de todos? <i>R.E: multiplicar el precio de las actividades por la cantidad de estudiantes que fueron al parque, sumar todos los gastos.</i></p> <p><u>REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)</u></p> <p>➤ Los estudiantes presentan sus resultados en la pizarra y comparten sus soluciones con sus compañeros. Gastos de la visita al parque de las aguas: Entrada: $s/4$ (5personas) =20 Inflables: $s/5$ (5personas) =25 Ronda : $s/6$ (5personas) =30 Comida: X <u>Planteamiento</u> $20+25+30 + X = 150$ $75+ X =150$ $X = 150 - 75$ $X = 75$ <u>Respuesta</u> Les quedo 75 soles para sus gastos de alimentación.</p> <p><u>VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)</u></p> <p>➤ La docente presenta 5 expresiones verbales, con el objetivo de utilizar sus conocimientos de expresiones algebraicas para plantear una ecuación.</p>	15 min	
TRANSFERENCIA (aplicación)			20 min	

	EVALUACIÓN	<p>→ El duplo de un número aumentado en su séxtuplo es igual al cuádruple de 40. Calcula dicho número. <i>R.E:</i> $2X + 6X = 4(40) \rightarrow 8X = 160 \rightarrow X = 20$</p> <p>→ El triple de un número aumentado en 5, equivale a 29. Calcula dicho número. <i>R.E:</i> $3X + 5 = 29 \rightarrow 3X = 29 - 5 \rightarrow 3X = 24 \rightarrow X = 8$</p> <p>→ El triple de un número disminuido en 8, equivale a 29. Calcula dicho número. <i>R.E:</i> $3X - 8 = 28 \rightarrow 3X = 28 + 8 \rightarrow 3X = 36 \rightarrow X = 12$</p> <p>→ La suma de dos números consecutivos pares aumentado en 10 es igual a 28. Determina el valor de dichos números. <i>R.E:</i> $X + (X + 2) + 10 = 28 \rightarrow 2X + 12 = 28 \rightarrow 2X = 16 \rightarrow X = 8 \wedge x + 2 = 10$</p> <p>→ En el juego de los inflables, del parque de las aguas, hay el triple del número de niñas que de niños y la mitad de adultos que de niños si en total hay 35 personas, ¿Cuántos adultos hay? <i>R.E:</i> <i>niñas:</i> $3x$; <i>niños:</i> x; <i>adultos:</i> $\frac{x}{2}$ $3x + x + \frac{x}{2} = 45 \rightarrow \frac{9x}{2} = 45 \rightarrow 9X = 90 \rightarrow X = 10$ <i>Hay 5 adultos.</i></p>		
S A L I D A	METACOGNICIÓN	<p>➤ Finalmente, la docente pide a las estudiantes que sigan repasando</p> <p>➤ Se realizan preguntas de meta cognición → ¿Por qué es importante lo que aprendí? → ¿Qué dificultades tuve para aprender? → ¿Cómo las supere? → ¿Dónde puedo emplear la formulación de ecuaciones lineales en la vida cotidiana?</p> <p>➤ Se entrega aleatoriamente Ticket de salida a los estudiantes para que compartan sus respuestas con sus compañeros.</p> <div data-bbox="676 1697 1129 1912" data-label="Form"> <p style="text-align: center;">TICKET DE SALIDA</p> <p>1. Pregunta o duda que quiero resolver:</p> <hr/> <p>2. Cosas que me gustaron de la clase:</p> <hr/> <p>3. Cosas que aprendí:</p> <hr/> </div> <p>➤ Se agradece a los estudiantes por la atención prestada y se despide cordialmente de ellos.</p>		10 min

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 02

TITULO: "Parque de Atracciones"

I. DATOS GENERALES

1. Área : Matemática
2. Grado : 3^{ro} de secundaria
3. Tiempo : 90 minutos
4. Tema : Ecuaciones – ecuación lineal



II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia.</i>
	Representación	<i>Expresa con representaciones gráficas y tabulares un sistema de ecuaciones.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Selecciona métodos gráficos y tabulares para determinar términos de un sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica su respuesta empleando la relación de correspondencia entre dos o más sistemas de ecuaciones.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia a ecuaciones. Evalúa si estas condiciones se reproducen en una expresión algebraica.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa el significado de la ecuación, la interpreta y explica en el contexto de la situación, usando lenguaje algebraico y haciendo uso de conexiones entre representaciones gráficas, tabulares y simbólicas.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina de manera apropiada estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar el valor de los términos de una expresión algebraica.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre la relación entre los datos y sus afirmaciones mediante ejemplos, propiedades matemáticas o el razonamiento inductivo y deductivo</i>
SE DESENVUELVE EN ENTORNOS VIRTUALES GENERADOS POR LAS TIC	Gestiona información del entorno virtual.	<i>Aplica herramientas de cálculo cuando resuelve problemas matemáticos utilizando hojas de cálculo y base de datos.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO															
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ Llegar puntual a la I.E ★ Levantar la mano para pedir la palabra. ★ Respetar las opiniones de los demás. ★ Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada. </div>		5 min															
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS CONFLICTO COGNITIVO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se presenta a los estudiantes el cuadrado mágico <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px;">4</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">9</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">2</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">→ 15</td> </tr> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px;">3</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">5</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">7</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">→ 15</td> </tr> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px;">8</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">1</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">6</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">→ 15</td> </tr> <tr> <td style="width: 30px; height: 30px;">↓ 15</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">↓ 15</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">↓ 15</td> <td style="width: 30px; height: 30px;">↘ 15</td> </tr> </table> </div>	4	9	2	→ 15	3	5	7	→ 15	8	1	6	→ 15	↓ 15	↓ 15	↓ 15	↘ 15	Situación Balanza
4	9	2	→ 15																
3	5	7	→ 15																
8	1	6	→ 15																
↓ 15	↓ 15	↓ 15	↘ 15																
	PROPÓSITO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se les pregunta: ¿qué tema trabajaremos el día de hoy? ➤ Se presenta el propósito de la clase: <p style="text-align: center;">“Identificar las partes de una ecuación lineal y representarlas con el algeblock, se evaluará con una lista de cotejo ””</p>																	
P R O C E S O		<p><u>RECONOCER UN PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPENSIÓN)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se presenta la siguiente situación problemática <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><u>VOCES POR EL CLIMA</u></p> <p>El parque ecológico más grande de Sudamérica, “Voces por el clima” se inauguró el 21 de diciembre del 2015 en el distrito de Surco. Este parque surgió por la necesidad de contar con un espacio dedicado exclusivamente a la educación ambiental con énfasis en el cambio climático, lo cual motivó al MINAM y a la Municipalidad para unir esfuerzos y construir este parque temático.</p> <p><u>Actividad desafiante:</u></p> <p>Los estudiantes del colegio sagrado corazón (Aplicación IPNM y CHALET) visitan el parque de voces por el clima. Si en total asisten 1230 estudiantes, y se sabe que el número de estudiantes del CHALET supera en 450 al número de estudiantes del colegio Aplicación, ¿cuántas estudiantes del colegio aplicación fueron a la visita?</p> </div>		10 min															

	<p>CONSOLIDACIÓN DEL APRENDIZAJE</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente pide analizar la actividad desafiante. ➤ La docente plantea las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿De qué trata el problema?</i> R.E: De la visita de estudiantes al parque de las voces en Surco. → <i>¿Qué datos presenta el problema?</i> R.E: La cantidad total de estudiantes de dos colegios (Aplicación IPNM y CHALET) → <i>¿Qué nos piden en el problema?</i> R.E: la cantidad de estudiantes del colegio Aplicación IPNM que asistieron al parque de las voces. <p><u>HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente realiza algunas preguntas para identificar el objetivo de la actividad desafiante: <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Cómo podemos hallar la cantidad de estudiantes del colegio Aplicación IPNM?</i> → R.E: Hallar la cantidad de estudiantes del CHALET, determinar la diferencia entre el total y la cantidad de estudiantes del CHALET. → <i>¿Cómo se puede determinar la cantidad de estudiantes del CHALET</i> → R.E: Plantear una ecuación a partir de los datos del problema. <p><u>REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Los estudiantes presentan sus resultados en la pizarra y comparten sus soluciones con sus compañeros. <p style="text-align: center;">Estudiantes que fueron a la visita del parque de las voces: Estudiantes del IPNM: X Estudiantes del CHALET: X+450 Total de estudiantes:1230</p> <p style="text-align: center;"><u>Planteamiento</u> $x+(x + 450) = 1230$ $2x +450=1230$ $2x= 1230 - 450$ $2x=780$ $x= 390$</p> <p style="text-align: center;"><u>Respuesta</u> Asistieron 390 estudiantes del colegio Aplicación IPNM</p> <p><u>VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se agrupa a los estudiantes en equipos de 3 integrantes. (representante del grupo, secretaria y moderador de tiempo y material). 	<p>10 min</p>	<p>15 min</p>
	<p>TRANSFERENCIA (aplicación)</p>	<p>15 min</p>	<p>15 min</p>	

	EVALUACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente entrega una ficha “cuántas ecuaciones puedes formular” y el material “ecuarjetas” a cada moderador de grupo. Se dan las siguientes indicaciones: <ul style="list-style-type: none"> → <i>El material está conformado por tarjetas (variables, números y signos)</i> → <i>En cada ecuación creada se debe involucrar diversos niveles. Es decir sencillas y cada vez más complejos.</i> → <i>Se entrega la ficha donde los estudiantes formulan sus ecuaciones y la resuelven (Anexo 2)</i> → <i>Deben escoger un ejercicio creado por el grupo para dejarlo como desafío a sus compañeros.</i> ➤ La docente supervisa el trabajo en equipo, revisa los ejercicios desafíos y evalúa con una lista de cotejo. ➤ Finalizado el tiempo para esta actividad, la docente pide a cada grupo presentar su ejercicio desafío y entregar su ficha grupal. <p style="margin-left: 40px;">Se agrupa los 5 desafíos y se les indica a los estudiantes resolver dichos desafíos en sus cuadernos.</p>		15 min
S A L I D A	METACOGNICIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Finalmente, la docente pide a las estudiantes que sigan repasando ➤ Se realizan preguntas de meta cognición <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Por qué es importante lo que aprendí?</i> → <i>¿Qué recursos o métodos utilicé para solucionar el problema?</i> → <i>¿Qué dificultades tuve para aprender?</i> → <i>¿Cómo las supere?</i> → <i>¿Qué otro método para resolver sistema de ecuaciones lineales aprendí hoy?</i> → <i>¿Dónde puedo emplear sistema de ecuaciones lineales en la vida cotidiana?</i> ➤ Se entrega aleatoriamente Ticket de salida a los estudiantes para que compartan sus respuestas con sus compañeros. Se agradece a los estudiantes por la atención prestada y se despide cordialmente de ellos. 		10 min

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03

TITULO: "Horneando pasteles"

I. DATOS GENERALES

1. Área : Matemática
2. Grado : 3^{ro} de secundaria
3. Tiempo : 90 minutos
4. Tema : Inecuación Lineal


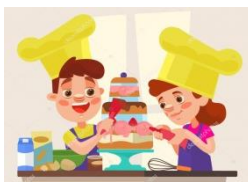


II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establece relaciones entre datos y condiciones de equivalencia en un problema.</i>
	Representación	<i>Expresa con representaciones simbólicas el planteamiento de inecuaciones, a partir de una expresión verbal.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Selecciona métodos simbólicos para determinar términos de una desigualdad o inecuación lineal</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica su respuesta empleando la relación de equivalencia en una inecuación lineal.</i>


COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Establece relaciones entre datos, valores desconocidos y la transforma a expresiones algebraicas a inecuaciones de la forma ($ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$ y $ax \leq b \forall a \neq 0$)</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa, usando lenguaje matemático y representaciones gráficas para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente para solucionar inecuaciones lineales.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre las propiedades que sustentan la desigualdad o la simplificación de expresiones algebraicas para solucionar inecuaciones lineales.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ Llegar puntual a la I.E ★ Levantar la mano para pedir la palabra. ★ Respetar las opiniones de los demás. ★ Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada </div> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se pegan piezas de rompecabezas para completar una imagen. 		5 min
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se realizan las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> → ¿Qué representan una balanza? → ¿Para qué sirve una balanza? → ¿Qué sucede si quitamos el peso en uno de los platillos? ¿Seguirá igual? ➤ Se presenta una situación problemática: 	Balanza	
	CONFLICTO COGNITIVO	<div style="border: 2px solid green; border-radius: 25px; padding: 20px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><u>Horneando</u></p> <p>Ana y Luis preparan pasteles. Si el triple de lo que prepara Ana más lo de Luis es mayor que 51 y, si además el doble de Ana menos lo de Luis es 24, ¿Cuál es la cantidad mínima de pasteles que pueden hacer juntos?</p>  </div>	Situación	5 min
	PROPÓSITO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se plantean las siguientes preguntas para generar respuestas que guíe al tema de la clase. <ul style="list-style-type: none"> → ¿De qué se trata el problema? → ¿Qué datos nos presentan? → ¿Qué nos preguntan o que desean que determinemos? ➤ Destaca las distintas ideas de las estudiantes relacionadas con el tema a realizarse. ➤ Se realiza la siguiente pregunta: ¿Qué tema trabajaremos el día de hoy? ➤ Se presenta cuál es el propósito de la clase: <ul style="list-style-type: none"> “Establecer relaciones entre datos y transfórmalas a inecuaciones lineales “evaluará con una lista de cotejo”” 		5 min

P R O C E S O	CONSOLIDACIÓN DEL APRENDIZAJE	<p><u>RECONOCER UNA PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPRENSIÓN)</u></p> <p>➤ Se realizan las siguientes preguntas y se realiza el desarrollo del problema:</p> <p>→ <i>¿Qué plantearías para resolver el problema?</i> <i>R.E: Una ecuación</i></p> <p>→ <i>¿Qué es una ecuación?</i> <i>R.E: Es una igualdad entre expresiones que contiene una o más variables</i></p> <p>→ <i>¿Cómo está conformada una ecuación?</i> <i>R.E: Expresiones algebraicas (un conjunto de números, variables y signos)</i></p>	5 min
		<p><u>HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)</u></p> <p>➤ La docente realiza algunas preguntas para identificar el objetivo d la actividad desafiante:</p> <p>→ <i>¿Cuáles son las incógnitas planteadas?</i> <i>Cantidad de pasteles de Ana: x</i> <i>Cantidad de pasteles de Luis: y</i></p> <p>→ <i>¿Cuáles son las expresiones de verbales planteadas por el problema?</i> <i>El triple de lo que prepara Ana más lo de Luis es mayor que 51.</i> <i>El doble de Ana menos lo de Beatriz es 24</i></p> <p>➤ Los estudiantes con ayuda de la docente realizan el paso de una expresión verbal a una ecuación e inecuación lineal.</p> <p>→ <i>El triple de lo que prepara Ana más lo de Luis es mayor que 51: $3x + y > 51$</i></p> <p>→ <i>El doble de Ana menos lo de Luis es 24: $2x - y = 24$</i></p>	10 min
		<p><u>REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)</u></p> <p>➤ Los estudiantes representan la ecuación e inecuación del problema planteado anteriormente.</p> <p>$3x + y > 51$ $2x - 24 = y$</p> <p>➤ Los estudiantes proceden a resolver las expresiones planteadas.</p> <p>→ <i>Reemplazar el valor de y en la inecuación.</i> $3x + 2x - 24 > 51$</p> <p>→ <i>Resolver la inecuación despejando la variable y respetando el cambio de signo al cambiar de un miembro al otro.</i></p> <p style="text-align: center;">$5x - 24 > 51$ $5x > 51 + 24$ $5x > 75$ $x > 75/5$</p>	15 min

	<p>TRANSFERENCIA (aplicación)</p>	<p style="text-align: center;">$x > 15$</p> <p>→ El valor expresado por x indica que la cantidad de pasteles por Ana es mayor a 15, esto quiere decir que la mínima cantidad de pasteles horneados por Ana es 16.</p> <p>→ La cantidad se reemplaza en la ecuación para obtener la cantidad de pasteles venidos por Luis.</p> $2(16) - 24 = y$ $32 - 24 = y$ $8 = y$ <p>→ Finalmente se halla el valor mínimo de pasteles preparados por Ana y Luis.</p> <p>Ana: 16 Luis: 8 Total: 24 pasteles</p> <p>Respuesta La cantidad mínima que hornearon Ana y Luis fue de 24 pasteles</p> <p><u>VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)</u></p> <p>➤ La docente presenta 5 situaciones cotidianas con el objetivo de utilizar sus conocimientos sobre el planteo de inecuaciones y su solución.</p> <p>→ Lorena tiene 20 años menos que Andrea. Las edades de ambas, suman menos de 86 años. La edad de Lorena es:</p> <p>Lorena: $y = x - 20$ Andrea: x Ambas: $x + y < 86$</p> $x + x - 20 < 86$ $2x - 20 < 86$ $x < 66/2$ $x < 33$ $x = 32$ <p>Lorena: $y = 32 - 20$ $y = 12$</p> <p>Respuesta: Lorena tiene 12 años</p> <p>→ Si al doble de la edad de Mirtha se le resta 17 años, resulta menos de 35, pero si a la mitad de la edad de Mirtha se le suma 3 el resultado es mayor que 15. Mirtha, tiene:</p> <p>Mirtha: x La edad de Mirtha se le resta 17 años, resulta menos de 35:</p> $2x - 17 < 35$ $x < 52/2$ $x < 26$ <p>La mitad de la edad de Mirtha se le suma 3 el resultado es mayor que 15:</p> $x/2 + 3 > 15$ $x/2 + > 12$ $x > 24$	<p>30 min</p>	
--	---------------------------------------	--	---------------	--

	EVALUACIÓN	<p>La edad de Mirtha es menor a 26 pero mayor a 24:</p> $24 > x > 26$ <p>Respuesta: La edad de Mirtha es de 25 años</p> <p>→ Manuel compra dos veces el número de cuadernos de S/.5 que el de S/.8. Si no tiene más de S/.360 para gastar en cuadernos. ¿Cuál será el número máximo de cuadernos de S/.5 que puede comprar?</p> <p>Número de Cuaderno de S/. 5. 00: y Manuel compra dos veces el número de cuadernos de S/.5 que el de S/.8: $2x = y$ Número de cuaderno de S/. 8.00: x Número de Cuadernos: $2(5)x + (8)x < 360$ $10x + 8x < 360$ $18x < 360$ $x < 20$</p> <p>Respuesta: La cantidad máxima de cuadernos de S/. 5.00 es de 40</p>		
S A L I D A	METACOGNICIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Finalmente, la docente pide a las estudiantes que sigan repasando. ➤ Se realiza las siguientes preguntas de metacognición: <ul style="list-style-type: none"> → ¿Por qué es importante lo que aprendí? → ¿Qué dificultades tuve para aprender? → ¿Cómo las supere? → ¿Dónde puedo emplear la formulación de inecuaciones lineales en la vida cotidiana? ➤ Finalmente, la docente entrega un prisma triangular algunas estudiantes de manera voluntaria, deberán mostrar uno de los colores del prisma y según la clase podrán explicar lo aprendido, explicar una parte de lo aprendido ó mencionar qué le cuesta explicar lo aprendido. <div data-bbox="715 1467 1066 1915" style="text-align: center; border: 1px dashed gray; padding: 10px; margin-top: 20px;">  </div>		15 min

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04

TITULO: "Venta de útiles"

I. DATOS GENERALES

1. Área : Matemática
2. Grado : 3^{ro} de secundaria
3. Tiempo : 90 minutos
4. Tema : Inecuación Lineal





II. APRENDIZAJES ESPERADOS


VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establece relaciones entre datos y condiciones de equivalencia en un problema.</i>
	Representación	<i>Expresa con representaciones simbólicas el planteamiento de inecuaciones, a partir de una expresión verbal.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Selecciona métodos simbólicos para determinar términos de una desigualdad o inecuación lineal</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica su respuesta empleando la relación de equivalencia en una inecuación lineal.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Establece relaciones entre datos, valores desconocidos y la transforma a expresiones algebraicas a inecuaciones de la forma $(ax > b, ax < b, ax \geq b$ y $ax \leq b \forall a \neq 0)$</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa, usando lenguaje matemático y representaciones gráficas para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente para solucionar inecuaciones lineales.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre las propiedades que sustentan la desigualdad o la simplificación de expresiones algebraicas para solucionar inecuaciones lineales.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<p>➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia</p> <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ <i>Llegar puntual a la I.E</i> ★ <i>Levantar la mano para pedir la palabra.</i> ★ <i>Respetar las opiniones de los demás.</i> ★ <i>Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada</i> </div> <p>➤ Se observa el siguiente video sobre desigualdades en la vida cotidiana.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Video: Matemáticas discretas - Desigualdad Link: https://www.youtube.com/watch?v=cRxhNGDEL3M Tiempo: 2:05 minutos</p>	Balanza	5 min
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS	<p>➤ Se realizan las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Qué es una desigualdad?</i> → <i>¿Cuál es el signo que simboliza una desigualdad?</i> → <i>¿Cómo se puede representar una desigualdad?</i> <p>➤ Se presenta una situación problemática:</p> <div style="border: 2px solid green; border-radius: 25px; padding: 20px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><u>Venta de útiles</u></p> <p>Tengo cierto número de cuadernos. Si vendiera los $\frac{3}{5}$ de mis cuadernos, me quedarían más de 20 pero si vendiera solo la mitad, me quedaría menos de 30. ¿Cuántos valores podría tomar el número de cuadernos que tengo?</p> <div style="text-align: center;">  </div> </div>	Situación	5 min
	CONFLICTO COGNITIVO			5 min

	<p>TRANSFERENCIA (aplicación)</p>	<p><u>REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)</u></p> <p>➤ Los estudiantes representan la inecuación del problema planteado anteriormente. $x - 3/5x > 20$ $x - x/2 < 30$</p> <p>➤ Los estudiantes proceden a resolver las expresiones planteadas. → <i>Operan la primera expresión algebraica:</i> $x - 3/5x > 20$ $5x - 3x > 100$ $2x > 100$ $x > 100/2$ $x > 50$</p> <p>→ <i>Resuelven la siguiente expresión algebraica:</i> $x - x/2 < 30$ $2x - x < 60$ $x < 60$ <i>Respuesta: Los valores que podría tomar es del 51 hasta el 60.</i></p> <p>➤ La docente realiza la siguiente pregunta: → <i>¿A qué se le llama conjunto solución?</i> <i>Son todos los valores que puede tomar la incógnita en una inecuación, se puede representar en la recta numérica y por medio de intervalos.</i></p> <p><u>VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)</u></p> <p>➤ La docente presenta 5 inecuaciones con el objetivo de utilizar sus conocimientos sobre el conjunto solución y representación de inecuaciones.</p> <p>→ $3x + 1 > 10$ $3x > 9$ $x > 3$ C.S [4 ; 00+></p> <p>→ $2x - 5 < 5$ $2x < 10$ $X < 5$ C.S <-00 ; 5></p> <p>→ $-2x + 5 > 15$ $-2x > 20$ $x < 40$ C.S <-00 ; 39]</p> <p>→ $5x + 10 < 25$ $5x < 15$ $x < 3$ C.S <-00 ; 3[</p> <p>→ $-x + 10 > 11$ $x < 21$ C.S <-00 ; 21[</p>		<p>30 min</p>
	<p>EVALUACIÓN</p>			

<p style="text-align: center;">S A L I D A</p>	<p style="text-align: center;">METACOGNICIÓN</p>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Finalmente, la docente pide a las estudiantes que sigan repasando. ➤ Se realiza las siguientes preguntas de metacognición: <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Por qué es importante lo que aprendí?</i> → <i>¿Qué dificultades tuve para aprender?</i> → <i>¿Cómo las supere?</i> → <i>¿Dónde puedo emplear la representación de inecuaciones lineales en la vida cotidiana?</i> ➤ Finalmente, la docente entrega un prisma triangular algunas estudiantes de manera voluntaria, deberán mostrar uno de los colores del prisma y según la clase podrán explicar lo aprendido, explicar una parte de lo aprendido ó mencionar qué le cuesta explicar lo aprendido. <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>	<p style="text-align: right;">15 min</p>
--	--	---	--

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 05

TITULO: "Competencias deportivas en los panamericanos"



I. DATOS GENERALES

1. Área : Matemática
2. Grado : 3^{ro} de secundaria
3. Tiempo : 90 minutos
5. Tema : Sistema de ecuaciones – Representación gráfica y tabular

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establecer relaciones entre datos, valores desconocidos, variables y transformar estas relaciones a sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Representación	<i>Expresa mediante representaciones numéricas, gráficas o tabulares de un sistema de ecuaciones.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Emplea modelos algebraicos para determinar términos de un sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica la relación entre las variables en un sistema de ecuaciones.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Establece relaciones entre condiciones de equivalencia y las transforma a expresiones algebraicas o gráficas que incluye sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa, con diversas representaciones gráficas y tabulares su comprensión sobre la solución de un sistema de ecuaciones lineales, para interpretar su solución en el contexto de la situación.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos de un sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre la relación de correspondencia entre dos o más sistemas de ecuaciones equivalentes.</i>
TIC	Gestiona información del entorno virtual.	<i>Aplica herramientas de cálculo cuando resuelve problemas matemáticos utilizando hojas de cálculo y base de datos.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ <i>Llegar puntual a la I.E</i> ★ <i>Levantar la mano para pedir la palabra.</i> ★ <i>Respetar las opiniones de los demás.</i> ★ <i>Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada.</i> </div> <ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente plantea la siguiente situación problemática: <div style="border: 1px solid lightblue; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>Una familia desea asistir a ver las competencias deportivas de vóley y natación.</p> <p>La familia conformada por 2 adultos y 5 niños, pagan en total 190 soles para las entradas. Si se animan más miembros de su familia siendo en total 4 adultos y 7 niños, el valor que deben cancelar es de 290 soles</p> <p>¿Cuál es el valor de la entrada de niños y adultos?</p> </div>	Papelote	10 min
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se realizan preguntas sobre la situación planteada: <ul style="list-style-type: none"> → ¿Has asistido a los panamericanos de Lima 2019? → ¿Sabes que representantes peruanos hay en los deportes de vóley y natación? → ¿Te agrada las nuevas instalaciones donde se realizaron los deportes? 		
	CONFLICTO COGNITIVO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Destaca las distintas ideas de las estudiantes relacionadas con el tema a realizarse. ➤ Se realiza la siguiente pregunta: ¿Qué tema trabajaremos el día de hoy? ➤ Se presenta cuál es el propósito de la clase: <p style="text-align: center;"><i>“Interpreta problemas sobre sistema de ecuaciones lineales mediante actividades lúdicas”</i></p>		
	PROPÓSITO	<p><u>RECONOCER UNA PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPRENSIÓN)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> → Se realizan las siguientes preguntas y se realiza el desarrollo del problema: → <i>¿Cómo podemos resolver esta situación?</i> → P.R: Mediante un sistema de ecuaciones, dando un valor a la incógnita de cada precio por niño y adulto. → <i>¿Cuáles son las variables en la situación planteada?</i> → P.R: El números de entradas de niños y de adultos 		

P R O C E S O	CONSOLIDACIÓN DEL APRENDIZAJE	<p>→ ¿Cómo resolverías el problema y que método se puede utilizar?</p> <p>→ P:R: Se plantea dos ecuaciones una con el dato de 2 adultos y 5 niños y el otro con 4 adultos y 7 niños, luego se comparan estas ecuaciones mediante el método de igualación.</p> <p style="text-align: center;"><u>HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR(REPRESENTACIÓN)</u></p> <p>→ La docente realiza algunas preguntas para identificar el objetivo de la actividad desafiante:</p> <p>→ ¿Cuáles son las incógnitas planteadas? Cantidad de entradas para niños: x Cantidad de entradas para adultos: y</p> <p>→ ¿Cuáles son las expresiones verbales planteadas por el problema? Hay 2 adultos y 5 niños que pagan por sus entradas 190 soles Se animan más familiares, ahora siendo 4 adultos y 7 niños pagaran 260 soles.</p> <p>→ Los estudiantes con ayuda de la docente realizan el cambio del lenguaje matemático a un lenguaje algebraico, utilizando variables.</p> <p>→ 2 adultos y 5 niños que pagan por sus entradas 190 soles: $2y + 5x = 190$</p> <p>→ 4 adultos y 7 niños pagaran 260 soles = $4y + 7x = 290$</p> <p style="text-align: center;"><u>REALIZAR LA FORMULACIÓN MATEMÁTICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)</u></p> <p>→ Los estudiantes representan lo planteado en el problema mediante dos ecuaciones los cuales forman sistema de ecuaciones. $2y + 5x = 190$ $4y + 7x = 260$</p> <p>→ Se entrega a los estudiantes una ficha informativa sobre la teoría de sistema de ecuaciones y los métodos que se emplean para resolverlo.</p> <p style="text-align: center;">SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES</p> <p>Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de dos o más ecuaciones de primer grado, en el cual se relacionan dos o más incógnitas.</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 2x - 2y = 12 \end{cases}$ </div> <div style="margin-right: 10px;">→</div> <div style="font-size: small;">Ejemplo de sistema de ecuaciones</div> <div style="font-size: x-small; margin-left: 10px;">En los sistemas de ecuaciones, se debe buscar los valores de las incógnitas, con los cuales al reemplazar, deben dar la solución planteada en ambas ecuaciones.</div> </div> <p>A cada una de las ecuaciones se les denomina también restricciones o condiciones.</p> <p>Todo sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, x e y, tiene las siguientes representaciones:</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> $\begin{cases} ax - by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ </div> <div style="font-size: 2em; margin-right: 10px;">}</div> <div style="font-size: small;"> $\begin{cases} ax - by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ </div> </div> <p>Donde x e y son las incógnitas, y a, b, c, d, e y f son coeficientes reales (\mathbb{R}).</p> <p>Las incógnitas establecidas en un sistema representan el punto donde se interseccionan las rectas en un plano cartesiano (x, y).</p> <p>→ Se les plantea a los estudiantes el método de sustitución y un ejemplo de cómo aplicar este método para que ellos resuelvan la situación planteada al principio.</p>	10 min
	TRANSFERENCIA (aplicación)	10 min	

METODOS DE RESOLUCION

- Para la interpretación de problemas es muy útil utilizar cualquiera de estos métodos. Veamos con un ejemplo, los distintos tipos de resolución.
- En un evento organizado por los alumnos para recaudar fondos, cobraron \$4 la entrada de los menores de 12 años y \$ 9 la de los mayores. Vendieron 88 entradas y recaudaron \$ 667. ¿Cuántas entradas de cada tipo vendieron?

INTERPRETACION
DEL
PROBLEMA

x → cantidad de entradas vendidas de menores
y → cantidad de entradas vendidas de mayores

$$\begin{cases} x + y = 88 \\ 4x + 9y = 667 \end{cases}$$

METODO DE SUSTITUCION

<ul style="list-style-type: none"> • Despejar una de las incógnitas de una de una de las dos ecuaciones. (Por ej. x) • Reemplazar la incógnita despejada en la otra ecuación. • Resolver la ecuación con una incógnita que nos quedo planteada. (en este caso quedaría para calcular y). • Calcular la otra incógnita. 	<ul style="list-style-type: none"> • $x = 88 - y$ • $4(88 - y) + 9y = 667$ • $352 - 4y + 9y = 667$ • $5y = 667 - 352$ • $y = 315 : 5 \Rightarrow y = 63$ • $x = 88 - 63 \Rightarrow x = 25$ • Respuesta: vendieron 25 entradas de menores y 63 de mayores.
---	---

15 min

→ Luego los estudiantes resuelve la situación en función del método de sustitución.

→ En el sistema se despeja una variable en la primera ecuación para reemplazar la variable en la segunda ecuación.

$$y = \frac{190 - 5x}{2}$$

$$4\left(\frac{190 - 5x}{2}\right) + 7x = 290$$

→ Resolver el sistema de ecuaciones al analizar solo una ecuación para calcular el valor de x y luego calcular la otra variable.

$$380 - 10x + 7x = 290$$

$$120 = 3x$$

$$30 = x \quad y \quad y = 20$$

→ El valor expresado por x indica cual es el costo de la entrada de niños que es 30 soles.

→ La cantidad se reemplaza en la ecuación para obtener el costo de entrada de los adultos es de 20 soles.

$$2y + 5(30) = 190$$

$$2y + 150 = 190$$

$$20 = y$$

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DE CAMBIO)

- La docente forma 6 grupos por colores y les entrega una pista olímpica con problemas de sistema de ecuaciones y les explica el juego lúdico “VUELTA OLÍMPICA DE ECUACIONES”
- Para lo cual la docente dará las siguientes indicaciones:

Instrucciones:

- A cada participante le corresponde una ficha.
- Todos inician en la casilla de inicio.
- Inicia el participante que obtiene el mayor puntaje al lanzar el dado.
- Se avanza según el número que se obtiene al lanzar el dado.
- Si se resuelve correctamente, el participante se mantiene en el mismo casillero que le tocó, si la respuesta es incorrecta se retrocede dos casilleros.
- Si el participante le toca el casillero de la tarjeta x o y deberá resolver un problema.
- Cada ejercicio o problema se debe resolver en tu cuaderno o en una hoja aparte.
- Gana el jugador que llega primero a la meta.


30 min

h

EVALUACIÓN

INICIO META	$\begin{cases} 4x + 3y = 22 \\ 2x + 5y = 18 \end{cases}$	$\begin{cases} x + 4y = -25 \\ -10x + 5y = 5 \end{cases}$	TARJETA Y	$\begin{cases} 3x + 5y = 45 \\ -4x - y = -43 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$	LANZA NUEVAMENTE EL DADO
$\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 3x - y = -3 \end{cases}$	<p style="text-align: center;">“VUELTA OLÍMPICA DE ECUACIONES”</p> <p style="text-align: center;">TARJETAS Y TARJETAS X</p>				$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x + 4y = 0 \end{cases}$	
TARJETA X					$\begin{cases} x + 3y = 10 \\ 3x - 6y = 0 \end{cases}$	
$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$					$\begin{cases} -x + y = -2 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$	
$\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 21 \end{cases}$					TARJETA X	
$\begin{cases} 5x - 3y = 22 \\ x - y = 4 \end{cases}$					$\begin{cases} 5x + 3y = 21 \\ 7x + 8y = 37 \end{cases}$	
LANZA NUEVAMENTE EL DADO	$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$	TARJETA Y	$\begin{cases} 5x - 10y = 25 \\ 8x + 2y = 4 \end{cases}$	$\begin{cases} -x + y = -2 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$	$\begin{cases} -4x + y = 20 \\ 6x - 9y = 0 \end{cases}$	PIERDES UN LANZAMIENTO

- Los estudiantes resuelven en grupo los problemas de la vuelta olímpica de ecuaciones diversos ejercicios de sistema de ecuaciones.
 - Por ejemplo, en una de las tarjetas “y” tiene este tipo de problema:
En el aula de Alberto hay un total de 27 alumnos, habiendo el doble de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase de Alberto?
1º lo primero es despejar una de las variables del sistema:
- $$\begin{cases} x + y = 27 \\ x = 2y \end{cases} \quad \mathbf{x = 27 - y}$$
- 2º Ahora reemplaza el valor de x en la segunda ecuación:
- $$27 - y = 2y$$
- $$27 = 3y \quad \mathbf{y = 9}$$
- 3º El valor obtenido se reemplaza en el sistema para calcular el otro valor:
- $$\mathbf{X = 9(2) = 18}$$
- 4º la solución del sistema es :
- Respuesta:** x= 18 y= 9
- Durante el juego realiza diferentes ejercicios empleando el método de sustitución para reforzar lo aprendido y se indica a los estudiantes que existen más métodos para resolver sistemas de ecuaciones que se verán en las clases posteriores.

S A L I D A	METACOGNIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Al finalizar, la docente entrega a los estudiantes una ficha del semáforo de la metacognición como estrategia para recoger sus aprendizajes al final de la clase. 	10 min
	<ul style="list-style-type: none"> → Los estudiantes escriben en el semáforo (rojo: no comprendieron, amarillo lo que les cuesta y deben repasar y verde lo que aprendió y puede enseñar acerca del tema estudiado) ➤ Se agradece a los estudiantes su atención y participación durante la clase y se despide cordialmente de ellos. 		

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 06

TITULO: "Graficando Trayectorias de Lanzamiento"



I. DATOS GENERALES


1. Área : Matemática
2. Grado : 3^{ro} de secundaria
3. Tiempo : 90 minutos
6. Tema : Sistema de ecuaciones – Representación gráfica y tabular

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia.</i>
	Representación	<i>Expresa con representaciones gráficas y tabulares un sistema de ecuaciones.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Selecciona métodos gráficos y tabulares para determinar términos de un sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica su respuesta empleando la relación de correspondencia entre dos o más sistemas de ecuaciones.</i>

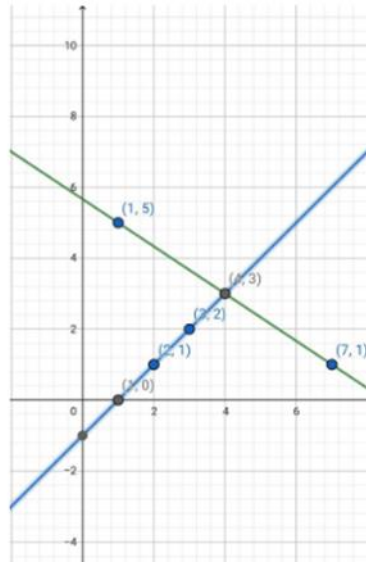
COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Establece relaciones entre condiciones de equivalencia y las transforma a expresiones algebraicas o gráficas que incluye sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa, con diversas representaciones gráficas y tabulares su comprensión sobre la solución de un sistema de ecuaciones lineales, para interpretar su solución en el contexto de la situación.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos de un sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre la relación de correspondencia entre dos o más sistemas de ecuaciones equivalentes.</i>
TIC	Gestiona información del entorno virtual.	<i>Aplica herramientas de cálculo cuando resuelve problemas matemáticos utilizando hojas de cálculo y base de datos.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ Llegar puntual a la I.E ★ Levantar la mano para pedir la palabra. ★ Respetar las opiniones de los demás. ★ Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada. </div> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se pegan piezas de rompecabezas para completar una imagen. ➤ Se realizan las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> → ¿Quién es la persona que aparece al completar el rompecabezas? → ¿Quién es Michael Jordán? ➤ Se presenta el siguiente video de 1:41 min (¿Cómo funciona el recuento de puntos?) https://www.youtube.com/watch?v=jEv27bf1XG8 	Piezas de rompecabezas	5 min
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS			
	CONFLICTO COGNITIVO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se realizan preguntas después del video: <ul style="list-style-type: none"> → ¿Cuándo se anota 1 punto, 2 puntos y 3 puntos? → ¿Qué puntaje será el mayor frecuente en un partido? → ¿Qué puntaje será el menos frecuente en un partido? ➤ Se les pregunta: ¿qué tema trabajaremos el día de hoy? ➤ Se presenta cuál es el propósito de la clase: <i>“Expresar un sistema de ecuaciones mediante representación tabular y transformarlas en representaciones gráficas. ”</i> 	Papelote	
	PROPÓSITO	<p><u>RECONOCER UN PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPRESIÓN)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se presenta la siguiente situación problemática (anexo 1) <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><u>Encestando</u></p> <p>En el campeonato de Básquet, Lucia anotó 17 puntos con una combinación de canastas de 2 y 3 puntos. El número de tiros de 2 puntos que ella anotó es uno más que el número de tiros de 3 puntos. ¿Cuántas canastas de cada tipo anotó Lucia?</p> </div>	Plumón pizarra	

P R O C E S O	CONSOLIDACIÓN DEL APRENDIZAJE	<p>➤ Se realizan siguientes preguntas a manera de lluvia de ideas:</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Qué plantearías para resolver el problema?</i> R.E: <i>Un sistema de ecuaciones.</i> → <i>¿Qué es un sistema de ecuaciones?</i> R.E: <i>Es un conjunto de dos o más ecuaciones de primer grado, en el cual se relacionan dos o más incógnitas.</i> → <i>¿Qué método podríamos utilizar para resolverlo?</i> R.E: <i>Método de igualación, Método de reducción.</i> → <i>¿Cómo está conformada un sistema de ecuaciones?</i> R.E: <i>Dos o más ecuaciones lineales.</i> <p style="text-align: center;"><u>HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)</u></p> <p>➤ La docente realiza algunas preguntas para identificar el objetivo de la actividad desafiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Cuáles son las incógnitas planteadas?</i> Anotaciones de 2 puntos: $2X$ Anotaciones de 3 puntos: $3Y$ → <i>¿Cuáles son las expresiones de verbales planteadas por el problema?</i> <i>Lucia anotó 17 puntos con una combinación de canastas de 2 y 3 puntos.</i> <i>El número de tiros de 2 puntos que ella anotó es uno más que el número de tiros de 3 puntos.</i> 	10 min													
	TRANSFERENCIA (aplicación)	<p>➤ Los estudiantes presentan sus resultados en la pizarra y comparten sus soluciones con sus compañeros.</p> <p>➤ Los estudiantes realizan el paso de una expresión verbal a una ecuación lineal.</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>Lucia anotó 17 puntos con una combinación de canastas de 2 y 3 puntos: $2X + 3Y = 17$</i> → <i>El número de tiros de 2 puntos que ella anotó es uno más que el número de tiros de 3 puntos: $X + 1 = Y$</i> <p style="text-align: center;"><u>REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)</u></p> <p>➤ Los estudiantes representan el sistema de ecuaciones lineales del problema planteado anteriormente.</p> $2x + 3y = 17$ $y = x - 1$ <p>➤ Los estudiantes completan el valor de “y” mediante la representación tabular (reemplazando el valor asignado en “x”) para cada ecuación.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="background-color: #f08080;">x</td> <td style="background-color: #f08080;">...</td> <td style="background-color: #f08080;">-2</td> <td style="background-color: #f08080;">-1</td> <td style="background-color: #f08080;">0</td> <td style="background-color: #f08080;">1</td> <td style="background-color: #f08080;">2</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #f08080;">$y = f(x) = 2x - 3$</td> <td style="background-color: #f08080;"></td> <td style="background-color: #f08080;"></td> <td style="background-color: #f08080;"></td> <td style="background-color: #f08080;"></td> <td style="background-color: #f08080;"></td> <td style="background-color: #f08080;"></td> </tr> </table>	x	...	-2	-1	0	1	2	$y = f(x) = 2x - 3$						
x	...	-2	-1	0	1	2										
$y = f(x) = 2x - 3$																

- Los estudiantes realizan la gráfica del sistema de ecuaciones.



- Los estudiantes emplean el software de geogebra para comprobar su solución.

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)

- La docente presenta un sistema de ecuaciones y se realizan los pasos para desarrollar su representación gráfica.

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

- 1° Como tenemos la “y” despejada en ambas ecuaciones, damos valores a “x”

Utilizamos $x = 1$ y $x = -1$.

Para la primera ecuación tenemos la tabla

x	$y = 2x + 2$	Punto
1	4	(1,4)
-1	0	(-1,0)

Para la segunda ecuación tenemos la tabla

x	$y = 2x + 1$	Punto
1	3	(1,3)
-1	-1	(-1,-1)

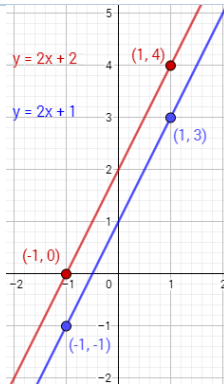
- 2° Ahora representamos los puntos (coordenadas de cada ecuación) en un plano cartesiano. Uniendo los puntos de la siguiente manera:

h

EVALUACIÓN

15 min

15 min



3° La solución del sistema es el punto donde las gráficas se cortan, pero las rectas de este problema no se cortan porque son paralelas (tienen la misma pendiente $m=2$). Por tanto, **el sistema no tiene solución.**

➤ Los estudiantes aplican lo aprendido en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y + x = 3 \end{cases}$$

1° Lo primero que hacemos es despejar la y en ambas ecuaciones.

Primera ecuación:

$$y - 2x = 0 \rightarrow$$

$$y = 2x$$

Segunda ecuación:

$$y + x = 3 \rightarrow$$

$$y = 3 - x$$

2° Ahora vamos a calcular unos cuantos puntos de las dos funciones para representarlas. Utilizaremos $x = 0$ y $x = 2$.

Para la primera función tenemos la tabla

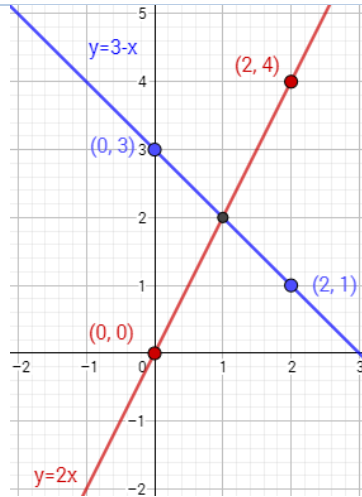
x	$y = 2x$	Punto
0	0	(0,0)
2	4	(2,4)

Para la segunda función tenemos la tabla

x	$y = 3 - x$	Punto
0	3	(0,3)
2	1	(2,1)

3° Ahora representamos los puntos de cada tabla uniéndolos:

15 min



4° La solución del sistema es el punto donde las gráficas se cortan:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

S
A
L
I
D
A

METACOGNICIÓN

- Finalmente, la docente pide a las estudiantes que sigan repasando
- Se realizan preguntas de meta cognición
 - ¿Por qué es importante lo que aprendí?
 - ¿Qué recursos o métodos utilicé para solucionar el problema?
 - ¿Qué dificultades tuve para aprender?
 - ¿Cómo las supere?
 - ¿Qué otro método para resolver sistema de ecuaciones lineales aprendí hoy?
 - ¿Dónde puedo emplear sistema de ecuaciones lineales en la vida cotidiana?
- Se entrega aleatoriamente Ticket de salida a los estudiantes para que compartan sus respuestas con sus compañeros.

TICKET DE SALIDA
1. Pregunta o duda que quiero resolver:
2. Cosas que me gustaron de la clase:
3. Cosas que aprendí:

- Se agradece a los estudiantes por la atención prestada y se despide cordialmente de ellos.

10 min

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 07

TITULO: "Compras locas"

I. DATOS GENERALES

1. Área : Matemática
2. Grado : 3^{ro} de secundaria
3. Tiempo : 90 minutos
4. Tema : Progresión Geométrica



II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Interpreta los datos del problema mediante una sucesión.</i>
	Representación	<i>Expresa el término general de una progresión, considerando los datos del problema.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Calcula el término enésimo de una progresión geométrica.</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica su respuesta empleando la fórmula del término enésimo en una progresión geométrica.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Contrasta reglas de formación de una progresión geométrica en situaciones afines.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Vincula representaciones de tablas y gráficas para expresar relaciones entre términos y valores posicionales de una progresión geométrica.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<p>➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia</p> <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ Llegar puntual a la I.E ★ Levantar la mano para pedir la palabra. ★ Respetar las opiniones de los demás. ★ Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada </div> <p>➤ Los estudiantes leen la siguiente situación:</p> <p style="text-align: center;"><u>COMPRAS LOCAS</u></p> <p>Juan compró 20 objetos: La peculiaridad de ellos es el precio y el orden en el que los adquirió. Se sabe que por el primero pagó S/. 1; por el segundo S/. 2; por el tercero, S/4; por el cuarto, S/. 8, y así sucesivamente. ¿Cuánto pagó por el objeto 20? Escribe una expresión matemática que te permita saber cuánto pagará por cualquier objeto.</p>	Papelógrafo	15 min
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS	<p>➤ Los estudiantes responden las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> → ¿Qué relación encuentras en los precios? → ¿Qué significa sucesivamente? → ¿Qué significa expresión matemática? <p>➤ Se recoge las ideas de los estudiantes anotándolas en la pizarra.</p>	Plumones	
	CONFLICTO COGNITIVO	<p>➤ Los estudiantes responden las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> → ¿Cuánto pagará por el 15avo objeto? → Si decide aumentar tres objetos más ¿Cuánto pagará por cada uno? 	Hojas de colores	
	PROPÓSITO	<p>➤ Los estudiantes responden a través de lluvia de ideas. El docente organiza y sistematiza la información y resalta las ideas fuerza.</p> <p>➤ Los estudiantes responden la siguiente pregunta: ¿Qué tema trabajaremos el día de hoy?</p> <p>➤ Los estudiantes escuchan el propósito de la clase: <i>“Interpreta los datos del problema para expresar el término general de una progresión geométrica, calcular el término enésimo y justificar la respuesta”</i></p>		
		<p><u>RECONOCER UNA PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPRENSIÓN)</u></p> <p>→ ¿Qué datos se conocen? <i>R.E: La cantidad de objetos que compró y el precio que paga por cada objeto.</i></p>	Papelógrafo	5 min



- ¿Qué tienes que averiguar?
R.E: La cantidad que paga por toda la compra.
- ¿Qué estrategia usarás para determinar la fórmula que exprese el monto a pagar por cualquier objeto?
R.E: Realizar una secuencia teniendo en cuenta el monto a pagar por cada objeto y encontrar la relación entre ellos.

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
$S/1$	$S/2$	$S/4$	$S/8$	$S/16$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$

10 min

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)

- La docente realiza algunas preguntas:
 - ¿Qué tipo de secuencia representan los montos a pagar por cada objeto?
R.E: Es una secuencia geométrica
 - ¿Cuál es la razón de esta secuencia?
R.E: Aumentan con una razón de x2 en cada precio.

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
$S/1$	$S/2$	$S/4$	$S/8$	$S/16$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x2}$

CONSOLIDACIÓN DEL APRENDIZAJE

- Los estudiantes con ayuda de la docente realizan la ley de formación de una progresión geométrica. La expresión matemática que permita generalizarla.

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
$S/1$	$S/2$	$S/4$	$S/8$	$S/16$
a_1	$a_1.r$	$a_1.r^2$	$a_1.r^3$	$a_1.r^4$
$a_1.r^{1-1}$	$a_1.r^{2-1}$	$a_1.r^{3-1}$	$a_1.r^{4-1}$	$a_1.r^{5-1}$

$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

15 min

REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)

- Los estudiantes, con ayuda de la ley de formación encuentran.
- Los estudiantes proceden a resolver las expresiones planteadas.
 - Efectúa los cálculos necesarios para obtener el monto a pagar por los objetos.

$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

$$a_{20} = 1 \cdot 2^{(20-1)}$$

$$a_{20} = 1 \cdot 2^{(19)}$$

$$a_{20} = 524 288$$

T_1	T_2	T_3	...	T_{20}
$S/1$	$S/2$	$S/4$...	$S/524 288$

- Empleando la ley de formación calcula cuánto dinero necesitará para el objeto 15

$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

Papelógrafo con problemas

Plumones

	<p>TRANSFERENCIA (aplicación)</p>	$a_{15} = 1.2^{(15-1)}$ $a_{15} = 1.2^{(14)}$ $a_{15} = 16\ 384 \text{ soles}$ <p><u>VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)</u></p> <p>➤ Luego de encontrar la ley de formación se pide a los estudiantes que lo apliquen empleando otros datos.</p> <p>→ Supón que por el primero pagó S/. 1; por el segundo S/. 3; por el tercero, S/9; por el cuarto, S/. 27, y así sucesivamente. ¿Cuánto pagó por el objeto 12?</p> $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ $a_{12} = 1.3^{(12-1)}$ $a_{15} = 1.2^{(11)}$ $a_{15} = 19\ 683 \text{ soles}$ <p>→ Una empresa transnacional decide abonar a una fundación de ayuda a niños lo siguiente: S/ 100 el primer día, S/ 200 el segundo, S/ 400 el tercero, y así sucesivamente, se va duplicando la cantidad de soles cada día. ¿Cuánto le tocará abonar el catorceavo día?</p> $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ $a_{14} = 100 \cdot 2^{(14-1)}$ $a_{14} = 100 \cdot 2^{(13)}$ $a_{14} = 819\ 200 \text{ soles}$ <p>→ Un tipo de bacteria se reproduce por bipartición (división de una cosa en dos partes) cada hora. ¿Cuántas bacterias habrá en la sexta hora?</p> $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ $a_6 = 1.2^{(6-1)}$ $a_6 = 1.2^{(5)}$ $a_6 = 62 \text{ bacterias}$	<p>Hoja de evaluación</p>	<p>30 min</p>
<p>S A L I D A</p>	<p>METACOGNICIÓN</p>	<p>➤ Se realiza las siguientes preguntas de metacognición:</p> <p>→ ¿En qué medida el uso de modelos matemáticos me permite obtener términos de un conjunto de datos?</p> <p>→ ¿Me fue difícil crear un modelo matemático?</p> <p>→ ¿Qué utilidad tiene lo que aprendí?</p> <p>→ ¿Cómo puedo calcular cuantas bacterias habrá después de 6 horas?</p> <p>Finalmente, la docente pide a las estudiantes que sigan repasando acerca de las progresiones geométricas y la suma de términos</p>		<p>10 min</p>

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 08

TITULO: "Negocio de artesanías"

I. DATOS GENERALES

- | | |
|-----------|---------------------------------|
| 1. Área | : Matemática |
| 2. Grado | : 3 ^{ro} de secundaria |
| 3. Tiempo | : 90 minutos |
| 1. Tema | : Progresión Geométrica |



II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Interpreta los datos del problema mediante una sucesión.</i>
	Representación	<i>Expresa el término general de una progresión, considerando los datos del problema.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Calcula el término enésimo de una progresión geométrica y la suma de términos.</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica su respuesta empleando la fórmula del término enésimo en una progresión geométrica.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Contrasta reglas de formación de una progresión geométrica en situaciones afines.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos desconocidos.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Vincula representaciones de tablas y gráficas para expresar relaciones entre términos y valores posicionales de una progresión geométrica.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<p>➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia</p> <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ <i>Llegar puntual a la I.E</i> ★ <i>Levantar la mano para pedir la palabra.</i> ★ <i>Respetar las opiniones de los demás.</i> ★ <i>Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada.</i> </div> <p>➤ Los estudiantes leen la siguiente situación:</p> <p style="text-align: center;"><u>Negocio de artesanías</u></p> <p>Miguel y su esposa necesitan un capital de S/ 1 840 000 a fin de iniciar un gran negocio de artesanías. Para ello, deciden ahorrar un dinero en los meses pares, iniciando en febrero con S/ 150. Se sabe que en los bimestres sucesivos irán duplicando la cantidad con respecto al bimestre anterior. ¿Cuánto dinero reunirán en diciembre del siguiente año? ¿Es suficiente?</p>	Papelógrafo	15 min
	<p>RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS</p> <p>CONFLICTO COGNITIVO</p> <p>PROPÓSITO</p>	<p>➤ Los estudiantes responden las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Cuántos bimestres tiene un año?</i> → <i>¿Existe un patrón de regularidad entre los ahorros bimestrales?</i> → <i>¿Qué tipo de secuencia forman las cantidades de ahorro bimestrales?</i> → <i>¿Cómo determinas lo recaudado hasta el mes de diciembre?</i> <p>➤ Se recoge las ideas de los estudiantes anotándolas en la pizarra.</p> <p>➤ Los estudiantes responden las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Cuánto dinero tendrán ahorrado hasta el mes de diciembre del siguiente año?</i> → <i>¿Les alcanzará o faltará para completar el capital necesario?</i> <p>➤ Los estudiantes responden a través de lluvia de ideas. El docente organiza y sistematiza la información y resalta las ideas fuerza.</p> <p>➤ Los estudiantes responden la siguiente pregunta: <i>¿Qué tema trabajaremos el día de hoy?</i></p> <p>➤ Los estudiantes escuchan el propósito de la clase: <i>“Interpreta los datos del problema para expresar el término general de una progresión geométrica, calcular el término enésimo”</i></p>	<p>Plumones</p> <p>Hojas de colores</p> <p>Papelógrafo</p>	



RECONOCER UNA PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPRESIÓN)

- Se realizan las siguientes preguntas para realizar el desarrollo del problema:
 - ¿Qué datos se conocen?
R.E: El monto inicial, el incremento y el monto que desean.
 - ¿Qué tienes que averiguar?
R.E: Cuando dinero reunirán en diciembre del siguiente año.
 - ¿Qué tipo de secuencia forman las cantidades de ahorro bimestrales?
R.E: Realizar una secuencia teniendo en cuenta el monto a pagar por cada objeto y encontrar

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
S/ 150	S/ 300	S/ 600	S/ 1 200	S/ 2 400

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)

- La docente realiza algunas preguntas:
 - ¿Los montos de ahorro de cada bimestre forman una secuencia? ¿Qué tipo de secuencia es?
R.E: Sí, es una secuencia geométrica.
 - ¿Cuál es el patrón de regularidad? ¿Cuál es la razón de esta secuencia?
R.E: Aumentan con una razón de x2 en cada bimestre.

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
S/ 150	S/ 300	S/ 600	S/ 1 200	S/ 2 400

CONSOLIDACIÓN DEL APRENDIZAJE

- Los estudiantes con ayuda de la docente realizan la ley de formación de una progresión geométrica. La expresión matemática que permita generalizarla.

T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
S/ 150	S/ 300	S/ 600	S/ 1 200	S/ 2 400
a_1	$a_1.r$	$a_1.r^2$	$a_1.r^3$	$a_1.r^4$
$a_1.r^{1-1}$	$a_1.r^{2-1}$	$a_1.r^{3-1}$	$a_1.r^{4-1}$	$a_1.r^{5-1}$

$$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$$

REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMATICOS)

- Los estudiantes, con ayuda de la ley de formación encuentran.
- $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$
- Los estudiantes proceden a resolver las expresiones planteadas.
 - Relaciona los datos y calcula el monto ahorrado en el sexto bimestre y el monto total ahorrado en un año.

5 min

10 min

15 min

Papelógrafo con problemas

Plumones

<p>TRANSFERENCIA (aplicación)</p>	$a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ $a_6 = 150 \cdot 2^{(6-1)}$ $a_6 = 150 \cdot 2^{(5)}$ $a_{20} = 4\ 800 \text{ soles}$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$ $S_6 = \frac{(150 + 4\ 800)}{2} \cdot 6$ $S_6 = \frac{(4\ 950)}{2} \cdot 6$ $S_6 = (2\ 475)6$ $S_6 = 14\ 850 \text{ soles}$ <p>→ ¿Cuánto dinero tendrán ahorrado hasta el mes de diciembre del siguiente año? ¿Es suficiente?</p> $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ $a_{12} = 150 \cdot 2^{(12-1)}$ $a_{12} = 150 \cdot 2^{(11)}$ $a_{12} = 307\ 200 \text{ soles}$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$ $S_{12} = \frac{(150 + 307\ 200)}{2} \cdot 12$ $S_{12} = \frac{(307\ 350)}{2} \cdot 12$ $S_{12} = (153\ 750)12$ $S_{12} = 1\ 844\ 100 \text{ soles}$ <p>El dinero recaudado es suficiente.</p>	<p>30 min</p>
<p>EVALUACIÓN</p>	<p><u>VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)</u></p> <p>➤ Luego de encontrar la ley de formación se pide a los estudiantes que lo apliquen empleando otros datos.</p> <p>→ Supón que por el primer bimestre ahorraron S/. 100; por el segundo S/. 300; por el tercero, S/900; por el cuarto, S/. 2 700, y así sucesivamente. ¿Cuánto tiene ahorrado hasta el sexto bimestre?</p> $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ $a_6 = 100 \cdot 3^{(6-1)}$ $a_6 = 100 \cdot 3^{(5)}$ $a_6 = 24\ 300 \text{ soles}$ $S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$ $S_6 = \frac{(100 + 24\ 300)}{2} \cdot 6$ $S_6 = \frac{(24\ 400)}{2} \cdot 6$ $S_6 = (12\ 200)6$ $S_6 = 73\ 200 \text{ soles}$ <p>Hasta el sexto bimestre tendrá 73 200 soles.</p> <p>→ Una empresa transnacional decide abonar a una fundación de ayuda a niños lo siguiente: S/ 100 el primer día, S/ 200 el segundo, S/ 400 el tercero, y así sucesivamente, se va duplicando la cantidad de soles cada día. ¿Cuánto le tocará abonar el sexto día? ¿Cuánto será lo recaudado hasta el momento?</p> $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$ $a_6 = 100 \cdot 2^{(6-1)}$ $a_6 = 100 \cdot 2^{(5)}$ $a_6 = 3\ 200 \text{ soles}$	<p>Hoja de evaluación</p>

		$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$ $S_6 = \frac{(100 + 3\ 200)}{2} \cdot 6$ $S_6 = \frac{(3\ 300)}{2} \cdot 6$ $S_6 = (1\ 600)6$ $S_6 = 9\ 600 \text{ soles}$		
S A L I D A	METACOGNICIÓN	<p>➤ Se realiza las siguientes preguntas de metacognición:</p> <ul style="list-style-type: none"> → <i>¿Qué conocimiento apliqué en esta actividad?</i> → <i>¿Qué dificultades se me presentaron? ¿Cómo las superé?</i> → <i>¿Qué estrategia apliqué al resolver el problema?</i> <p>Finalmente, la docente pide a las estudiantes que sigan repasando acerca de las progresiones geométricas y la suma de términos</p>		10 min

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 09

TITULO: “ *Conociendo las maravillas de Arequipa mediante las funciones lineales* ”



I. DATOS GENERALES

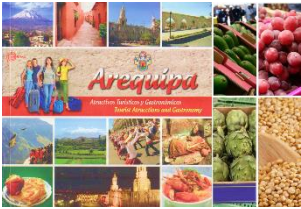



- | | |
|-----------|---------------------------------|
| 1. Área | : Matemática |
| 2. Grado | : 3 ^{ro} de secundaria |
| 3. Tiempo | : 90 minutos |
| 2. Tema | : Funciones lineales |

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establecer relaciones entre datos, valores desconocidos, variables y transformar a funciones lineales.</i>
	Representación	<i>Expresa mediante representaciones numéricas, gráficas y tabulares mediante lenguaje algebraico su comprensión sobre funciones.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Emplea modelos algebraicos para determinar términos de un sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica la expresión gráfica mediante función lineal.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Establecer relaciones de equivalencia entre datos, transforma esas relaciones a funciones lineales y afines.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación de correspondencia en una función lineal y una función afín, en una situación de contexto.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos en una función lineal.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre la relación de correspondencia en una función lineal.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

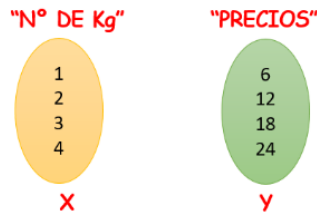
M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia <div style="border: 1px solid purple; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ Llegar puntual a la I.E ★ Levantar la mano para pedir la palabra. ★ Respetar las opiniones de los demás. ★ Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada. </div> ➤ La docente inicia mostrando imagen de lugares turísticos, platos típicos y costumbres de Arequipa, para recoger los conocimientos sobre esta región de los estudiantes. <p>¿Conoce los lugares turísticos de Arequipa? ¿Qué productos agrícolas producen en gran cantidad en la ciudad blanca?</p> 	Papelógrafo	15 min
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente les plantea la siguiente situación: <div style="display: flex; align-items: flex-start;">  <div style="margin-left: 10px;"> <p>Luis está de viaje en la ciudad blanca, y acompaña a su padre a comprar y ha visto que 1kg de palta cuesta 6 soles. Al preguntar como se calcula el precio para diferentes kilos de palta su padre le explica que debe relacionar el número de kilos de palta con el precio final. Ayuda a Luis a representar la relación que hay entre la cantidad de paltas y el precio.</p> </div>   </div> 	Plumones	
CONFLICTO COGNITIVO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se realizan preguntas sobre la situación planteada: <ul style="list-style-type: none"> → ¿Cómo podemos representar esta relación? → ¿Cómo se puede expresar el precio a pagar por las paltas en función a la cantidad de kilos? → ¿Qué es una función? ¿Qué valor depende del otro? 			
PROPÓSITO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Destaca las distintas ideas de las estudiantes relacionadas con el tema a realizarse. ➤ Se realiza la siguiente pregunta: ¿Qué tema trabajaremos el día de hoy? ➤ Se presenta cuál es el propósito de la clase: <p style="text-align: center;"><i>“Establecer relaciones entre datos de dos magnitudes en situaciones y expresarlas en modelos referidos a una función lineal”</i></p> 	Hojas de colores		
		<p><u>RECONOCER UNA PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPRESIÓN)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Se realizan las siguientes preguntas y se realiza el desarrollo del problema: ➤ ¿De qué se trata esta situación? P.R: La compra de palta en la ciudad de Arequipa 	Papelógrafo	5 min

- ¿Cómo podríamos resolver el problema?
P.R: Se tiene que representar la relación entre los datos mediante un gráfico o una tabla.
- ¿Qué relación tienen la cantidad de kilos con el precio a pagar?
P.R: A mayor cantidad de kilos mayor será el precio a pagar

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)

- La docente realiza algunas preguntas para identificar el objetivo de la actividad desafiante:
A través de esta situación se define que es una función. La docente les pide a los estudiantes que representen los valores de forma de conjunto.

Esta situación se puede representar como una función que relaciona la variable "número de kilogramos" y el "precio"



¿Cuáles son las expresiones verbales planteadas por el problema?
1 kilo de palta cuesta 6 soles.

- Los estudiantes con ayuda de la docente realizan el cambio del lenguaje matemático a un lenguaje algebraico, utilizando variables.
1 kilo de palta cuesta 6 soles. $y = 6x$

REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)

- Los estudiantes representan el precio en función de la variable x, así se $Y=F(x)= 6x$ forma la función:
- Luego de obtener la función se coloca los datos en una tabla utilizando el método de tabulación, dando diversos valores a la variable x

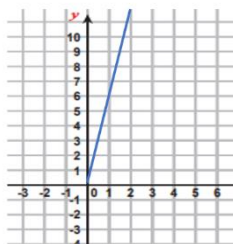
Métodos:

1. Tabulación

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5
y	0	3	6	9	12	15

- Luego se ubica los datos en el plano cartesiano según el método gráfico:

Métodos:
2. Gráfica



10 min

15 min

Papelógrafo
con
problemas

Plumones

**TRANSFERENCIA
(aplicación)**

- Los estudiantes visualizan la función lineal, donde se puede analizar que mediante la gráfica el precio y el costo aumentan.
- Los estudiantes representan lo planteado en el problema mediante dos ecuaciones que forman un sistema de ecuaciones.
 $2y + 5x = 190$
 $4y + 7x = 260$
- Se entrega a los estudiantes una ficha informativa sobre la teoría de sistemas de ecuaciones y los métodos que se emplean para resolverlo.

VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)

- La docente plantea otra situación donde se exprese de manera gráfica su relación

Roció desea invitar a tres amigas al cine y la entrada a Cinemark tiene un costo de 10 soles, si en un futuro invita al cine a todos los compañeros de aula que son 20 ¿Cuánto tendrá que pagar?
¿Mediante una gráfica establece las relaciones entre los datos?

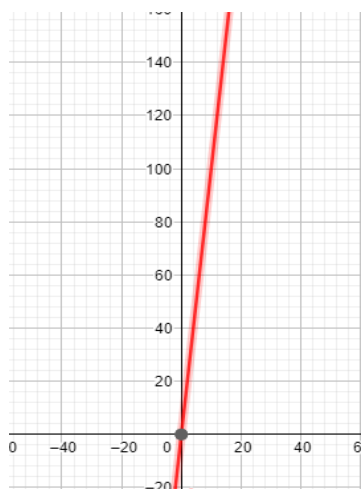
EVALUACIÓN

- 1 paso: identificar las variables:
Costo de entrada :10 soles y cantidad de entradas: 20
Cantidad: X
- 2 paso: identificar la función: $y = 10x$
- Mediante el método de tabulación analizamos los valores que pueden tomar x y F(x):

x	1	2	3	4	...	20
F(x)	10	20	30	40	...	200

$Y = F(x) = 10x$

- Luego se aplica el método gráfico para relacionar estas dos variables, donde una se encuentra en función de otra.



- La función lineal es útil para establecer relaciones entre datos muy extensos o

30 min

Hoja de
evaluación

pequeños se utiliza en áreas comerciales mayormente.

- Luego la docente entrega una ficha con dos problemas que se resolverá en parejas con los métodos explicados anteriormente.

APLICACIÓN DE FUNCIONES

1. Un recipiente vacío comienza a llenarse con agua a ritmo constante. Al cabo de un minuto la altura del nivel del agua es de 3 cm. A los dos minutos, de 6 cm, y así sucesivamente.

a) Escriba una función que represente la altura del nivel del agua, considerando el tiempo transcurrido.

b) ¿Es una función lineal o afin?

c) En esta situación ¿qué significa $f(4)$?

d) Al cabo de 6 minutos, ¿cuál es la altura del nivel del agua?



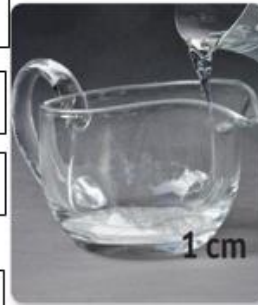
2. Un recipiente que contiene 100 mm de agua (1 cm de altura), comienza a llenarse a un ritmo constante de 3 cm por minuto. Responda:

a) ¿Cuál es la función que representa el nivel del agua en cada instante?

b) ¿Es una función lineal o afin?

c) En esta situación ¿qué significa $f(4)$?

d) A los 6 minutos desde que el recipiente comienza a llenarse, ¿cuál es la altura del nivel del agua?



- La docente monitorea el avance de los estudiantes y atiende a los que presenten dudas.

S
A
L
I
D
A

METACOGNIÓN

- Al finalizar, la docente entrega a los estudiantes una ficha de la escalera de la metacognición como estrategia para recoger sus aprendizajes al final de la clase.

- Se agradece a los estudiantes su atención y participación durante la clase y se despide cordialmente de ellos.

Nuestra escalera de metacognición
Guía para una buena reflexión de nuestro aprendizaje

- ¿Para qué me sirve esto?**
En qué áreas podemos ponerlo en práctica? ¿Cómo lo vamos a utilizar en el día a día? ¿Qué beneficios tiene? ¿Qué dificultades puede haber? ¿Cómo podemos superarlas?
- ¿Para qué me ha servido?**
La utilidad es la misma que en el momento de aprenderlo, pero ahora ya lo sabemos aplicar en situaciones reales.
- ¿Cómo lo he aprendido?**
Trabaje en equipo, con compañeros, escuchando, leyendo, viendo videos, escuchando podcasts, haciendo ejercicios, etc.
- ¿Qué habilidades he desarrollado?**
Habilidades cognitivas, memoria, creatividad, comunicación, etc.
- ¿Qué he aprendido?**
Que aprendo y que puedo aplicar en mi vida.

10 min

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 10

TITULO: "Conociendo las tradiciones del pueblo de Puno mediante funciones cuadráticas"



I. DATOS GENERALES


- | | |
|-----------|---------------------------------|
| 1. Área | : Matemática |
| 2. Grado | : 3 ^{ro} de secundaria |
| 3. Tiempo | : 90 minutos |
| 4. Tema | : Funciones cuadráticas |

II. APRENDIZAJES ESPERADOS

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES
RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL	Comprensión	<i>Establecer relaciones entre datos, valores desconocidos, variables y transformar a funciones lineales.</i>
	Representación	<i>Expresa mediante representaciones numéricas, gráficas y tabulares mediante lenguaje algebraico su comprensión sobre funciones.</i>
	Empleo de modelos matemáticos	<i>Emplea modelos algebraicos para determinar términos de un sistema de ecuaciones lineales.</i>
	Análisis del cambio	<i>Justifica la expresión gráfica mediante función lineal.</i>

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	<i>Establecer relaciones de equivalencia entre datos, transforma esas relaciones a funciones lineales y afines.</i>
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	<i>Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación de correspondencia en una función lineal y una función afín, en una situación de contexto.</i>
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	<i>Selecciona y combina métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos más convenientes para determinar términos en una función lineal.</i>
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	<i>Plantea afirmaciones sobre la relación de correspondencia en una función lineal.</i>

III. SECUENCIA DIDACTICA

M	PROCESOS PEDAGÓGICOS	SECUENCIA METODOLÓGICA	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
I N I C I O	MOTIVACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente saluda cordialmente a las estudiantes y les recuerda las normas de convivencia <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> ★ Llegar puntual a la I.E ★ Levantar la mano para pedir la palabra. ★ Respetar las opiniones de los demás. ★ Mantener el salón y la I.E limpia y ordenada. </div> ➤ La docente les pregunta si alguna vez han viajado a puno y le plantea la siguiente situación: 	Papelógrafo	15 min
	RECUPERACIÓN DE SABERES PREVIOS	 <p>UN VIAJE A PUNO Una nueva compañía de transporte interprovincial ofrece una gran oferta de Arequipa a Puno a solo S/. 30, trasladando a un promedio de 2000 personas al mes, desea incrementar su tarifa en un número entero de nuevos soles. Si la empresa estima que por cada nuevo sol de aumento habrá 100 pasajeros menos. ¿A qué se debe el incremento del pasaje? ¿Cuál será el servicio que ofrece la compañía? ¿Qué estrategias podría plantear la nueva compañía para no perder pasajeros?</p>		
P R O C	CONFLICTO COGNITIVO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente les plantea la siguiente situación: <ul style="list-style-type: none"> → ¿Cómo podemos representar esta relación? → ¿Cómo podemos plasmar la relación mediante una tabla o un gráfico? → ¿Qué relación guarda el precio y el número de personas con el ingreso? → ¿La expresión que se forma entre los datos que función formar? 	Plumones	5 min
	PROPÓSITO	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Destaca las distintas ideas de las estudiantes relacionadas con el tema a realizarse. ➤ Se realiza la siguiente pregunta: ¿Qué tema trabajaremos el día de hoy? ➤ Se presenta cuál es el propósito de la clase: <p style="text-align: center;"><i>“Expresar funciones cuadráticas a partir de sus descripciones verbales, tablas, gráficos y representaciones simbólicas”</i></p> 	Hojas de colores	
		<p><u>RECONOCER UNA PROBLEMA DEL MUNDO REAL (COMPRENSIÓN)</u></p> <ul style="list-style-type: none"> → Se realizan las siguientes preguntas y se realiza el desarrollo del problema: → ¿De qué se trata esta situación? → P.R: sobre una compañía de transporte que ofrece una oferta pero al aumentar su costo disminuye los pasajeros. → ¿A qué se debe el incremento del pasaje? → P.R: Se debe a la demanda de compañías de transporte → ¿Cuál será el servicio que ofrece la compañía? → P.R: Desayuno, televisión, música y servicios higiénicos. → ¿Qué estrategias podría plantear la nueva compañía para no perder pasajeros? → P.R: Generar ofertas si se viaja en mayor cantidad se paga menos. 	Papelógrafo	

E
S
O

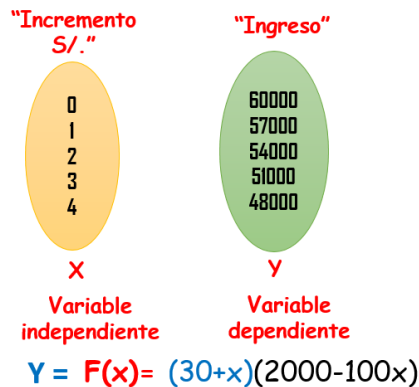
CONSOLIDACIÓN
DEL APRENDIZAJE

HACER SUPOSICIONES O EXPERIMENTAR (REPRESENTACIÓN)

- La docente realiza algunas preguntas para identificar el objetivo de la actividad desafiante:
- *Mediante un gráfico explica la relación entre el número de personas, el precio del pasaje y el dinero que recauda la compañía interprovincial*
- *¿Cuál es la variable independiente y la variable dependiente de esta función?*
- *Variable dependiente: Al dinero que genera la empresa.*
- *Variable independiente: Incremento de la tarifa*
- *¿En cuánto debe aumentar la tarifa para que el ingreso sea el máximo posible?*
- *¿Cuál es la regla de correspondencia?*
- *Determina el dominio y rango de la función.*
- *La docente les pide a los estudiantes que representen los valores de forma de conjunto.*
- *¿Cuáles son las expresiones verbales planteadas por el problema?*
Tarifa aumenta en 1 sol a la cantidad de personas que ingresan.
- Los estudiantes con ayuda de la docente realizan el cambio del lenguaje matemático a un lenguaje algebraico, utilizando variables.
1 sol a la cantidad de personas que ingresan = $(30+x)(2000-100x)$

REALIZAR LA FORMULACION MATEMATICA (EMPLEO DE MODELOS MATEMÁTICOS)

- *Los estudiantes representan el precio en función de la variable x, así se forma la función: $F(x) = (30+x)(2000-100x)$*



Dominio = {0; 1; 2; 3; ... x}

Rango = {60 000; 57 000; ... (30 + x)(2000-100x)}

$F(x) = (30+x)(2000-100x)$

$F(x) = 60\,000 - 1000x - 100x^2$

TRANSFERENCIA
(aplicación)

- *Luego de obtener la función se coloca los datos en una tabla utilizando el método de tabulación, dando diversos valores a la variable x*

10 min

15 min

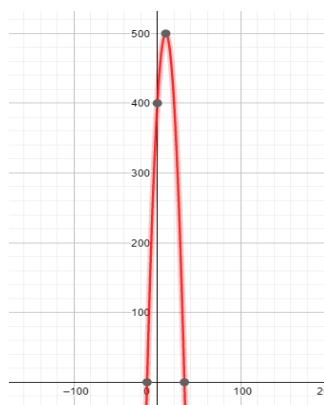
Papelógrafo
con
problemas

Plumones

EVALUACIÓN

INCREMENTO (S/.)	TARIFA	NUMERO DE PERSONAS	INGRESO
0	$30 + 0 = 30$	$2000 - 100(0) = 2000$	$30(2000) = 60\ 000$
1	$30 + 1 = 31$	$2000 - 100(1) = 1900$	$30(1900) = 57\ 000$
2	$30 + 2 = 32$	$2000 - 100(2) = 1800$	$30(1800) = 54\ 000$
3	$30 + 3 = 33$	$2000 - 100(3) = 1700$	$30(1700) = 51\ 000$
4	$30 + 4 = 34$	$2000 - 100(4) = 1600$	$30(1600) = 48\ 000$
5	$30 + 5 = 35$	$2000 - 100(5) = 1500$	$30(1500) = 45\ 000$
6	$30 + 6 = 36$	$2000 - 100(6) = 1400$	$30(1400) = 42\ 000$
7	$30 + 7 = 37$	$2000 - 100(7) = 1300$	$30(1300) = 39\ 000$
x	$30 + x$	$2000 - 100(x)$	$(30+x)(2000-100x)$

→ Luego se ubica los datos en el plano cartesiano según el método gráfico:



- Los estudiantes visualizar la función cuadrática que tiene forma de parábola, donde se puede analizar que mediante crece la gráfica el precio y el costo aumenta.
- Se entrega a los estudiantes una ficha informativa sobre la teoría de funciones cuadráticas.

Características del vértice de una parábola el vértice de la parábola está determinado por $V(h, k)$.

Función $f(x) = ax^2$
Cuando $a > 0$, $b = 0$ y $c = 0$, la ecuación de la función cuadrática es de la forma $f(x) = ax^2$, el vértice de la parábola se encuentra en el origen.

$V(h, k) = V(0, 0)$

La parábola se abre hacia arriba.

Función $f(x) = a(x-h)^2$
Cuando $a > 0$, $b = -2a$ y $c = ah^2$, la ecuación de la función cuadrática es de la forma $f(x) = a(x-h)^2$, el vértice de la parábola se encuentra en el origen.

Si $a > 0$:
La parábola se abre hacia arriba.

Si $a < 0$:
La parábola se abre hacia abajo.

Función $f(x) = ax^2 + bx + c$
La parábola $f(x)$ asociada a $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene por vértice $V(h, k)$.

$V(h, k) = V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

FUNCION CUADRÁTICA

$f(x) = ax^2 + bx + c$

• Cálculo del vértice $V(h, k)$
 $h = -\frac{b}{2a}$, $k = f(h)$

Gráfica de una función

Caso I:
Si $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba.

Caso II:
Si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo.

• h es el mínimo valor de $f(x)$.

• k es el máximo valor de $f(x)$.

La tabulación de datos a partir de una función permite identificar o representar puntos de la función en el plano cartesiano. Así por ejemplo: $f(x) = x^2 - 2x + 2$

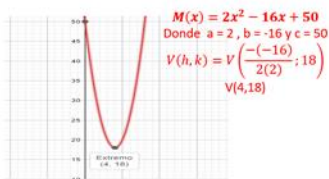
Tabla de valores:

x	f(x)
0	2
1	1
2	2

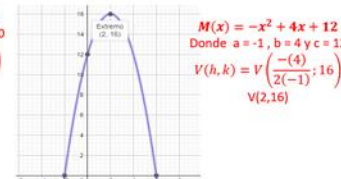
VALIDACIÓN DE LA SOLUCIÓN (ANÁLISIS DEL CAMBIO)

➤ La docente plantea otra situación donde se emplea dos ejemplos más sobre funciones cuadráticas:

1. Se sabe que el costo de producción $M(x)$ en soles por confeccionar "x" mochilas en un día está dado por $M(x) = 2x^2 - 16x + 50$ ¿Cuál es el costo mínimo? Y en este caso ¿Cuántas mochilas se confeccionan al día?



2. Al lanzar una pelota se describe una trayectoria parabólica. Su altura A (en metros), a medida que transcurre el tiempo t (en segundo) desde que es lanzada, se calcula con la expresión $M(x) = -x^2 + 4x + 12$ ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué tiempo alcanza dicha altura?



		<ul style="list-style-type: none"> ➤ A través de la gráfica se puede verificar el punto máximo o mínimo que toma la parábola, donde al desarrollar el gráfico y ubicar el vértice le cual ayudara a calcular el valor máximo o mínimo que se pida en cada problema. 		
S A L I D A	METACOGNICIÓN	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Para finalizar se entrega los tickets de salida como estrategia para recoger sus aprendizajes al final de la clase. ➤ Los estudiantes responden por escrito, y entregan los tickets al salir del aula. <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p style="text-align: center; margin: 0;">TICKET DE SALIDA</p> <p style="margin: 5px 0;">1. ¿Las actividades de hoy me ayudaron a comprender sobre funciones cuadráticas ? ¿Por qué?</p> <p style="margin: 5px 0;">2.¿Qué estrategias utilicé para solucionar los problemas?</p> <p style="margin: 5px 0;">2.¿Dónde puedo emplear las funciones en la vida cotidiana?</p> </div> </div> <ul style="list-style-type: none"> ➤ La docente agradeció la participación de cada estudiante y se retira del aula. 		10 min

MATRIZ DE CONSISTENCIA

TÍTULO: ESTUDIO DESCRIPTIVO SOBRE EL NIVEL DEL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO ELEMENTAL EN LOS ESTUDIANTES DE TERCER GRADO DE SECUNDARIA DE LOS CENTROS DE PRÁCTICA DE LA ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICA FÍSICA DEL INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL MONTERRICO, UBICADOS EN LOS DISTRITOS DE SAN JUAN DE MIRAFLORES, SURCO, CHORRILLOS Y SAN LUIS, PERTENECIENTES A LA UGEL 01 Y UGEL 07.

DISEÑO: Descriptivo simple

DIAGRAMA:

M_1 _____ O

INTEGRANTES:

- CARDENAS ALVARADO, Yessica Sofia
- CRUZ SALAZAR, Susan Nichol
- DELGADO ARHUIRE, Ena Lizeth
- MARCELO MOLINA, Graciela

Ano: 2019

Especialidad: Matemática – Física

ASESOR: Jesús Emilio Campos Alarcón

PROBLEMA	OBJETIVOS	VARIABLE GENERAL	CATEGORÍAS	INDICADORES	PUNTAJE
¿Cuál es el nivel de razonamiento algebraico elemental de los estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de Matemática	Objetivo general Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental en los estudiantes de 3 ^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.	Razonamiento Algebraico Elemental	Comprensión	Establece relaciones entre las expresiones. Traduce los datos del problema a términos algebraicos. Interpreta los datos del problema mediante una sucesión. Interpreta la relación que existe entre las variables de una función encontrando la regla de correspondencia. Traduce los datos del problema a términos algebraicos.	16

Física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07?	<p>Objetivo específico</p> <p>Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de comprensión en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.</p> <p>Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de representación en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.</p> <p>Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de</p>		Representación	<p>Escribe la expresión matemática que relaciona ambas expresiones a través de un sistema de ecuaciones.</p> <p>Expresa la desigualdad que existe entre los datos del enunciado.</p> <p>Expresa el término general de una progresión, considerando los datos del problema.</p> <p>Representa mediante tablas y gráficos la relación entre las variables de una función en un plano cartesiano.</p> <p>Expresa la igualdad empleando los datos del enunciado.</p>	16
			Empleo de modelos matemáticos	<p>Encuentra el precio de las frutas aplicando un sistema de ecuaciones.</p> <p>Calcula las dimensiones máximas del problema empleando una desigualdad.</p> <p>Calcula el término enésimo de una progresión geométrica.</p> <p>Calcula la estatura considerando la regla de correspondencia.</p> <p>Calcula el total de kilogramos empleando una ecuación.</p>	16

	<p>empleo de modelos matemáticos en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.</p> <p>Describir el nivel de razonamiento algebraico elemental, en la subcategoría de análisis del cambio en los estudiantes de 3^{er} grado de Educación Secundaria de los centros de práctica de la especialidad de matemática física del Instituto Pedagógico Nacional Monterrico, ubicados en los distritos de San Juan de Miraflores, Surco, Chorrillos y San Luis, pertenecientes a la UGEL 01 y UGEL 07.</p>		<p>Análisis del cambio</p>	<p>Justifica si existe alguna rebaja por kilo de frutas según las expresiones.</p> <p>Justifica su respuesta empleando un procedimiento algebraico.</p> <p>Justifica su respuesta empleando la fórmula del término enésimo en una progresión geométrica.</p> <p>Argumenta la relación de las edades y estaturas considerando la regla de correspondencia y sus criterios.</p> <p>Justifica la cantidad de cajones a partir del cambio de datos empleando un procedimiento algebraico.</p>	<p>16</p>
--	--	--	----------------------------	---	-----------

