

ESCUELA DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICA PÚBLICA MONTERRICO

PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE



**ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
CON NÚMEROS ENTEROS EN EBR**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE
BACHILLER EN EDUCACIÓN**

**PROGRAMA DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA,
ESPECIALIDAD MATEMÁTICA**

QUISPE RAMOS, Enrique Alexander

RAFAEL DIAZ, Marlon Denher

TACZA TORRES, Nayra Noelia

ASESOR:

CAMPOS ALARCÓN, Emilio Jesús

Lima, 2025



PERÚ

Ministerio de
Educación

Escuela de Educación Superior
Pedagógica Pública Monterrico

Unidad de
Investigación

DECLARATORIA DE ORIGINALIDAD

Yo, Emilio Jesús Campos Alarcón, en mi calidad de asesor (a) de Tesina, del Programa de estudios de Matemática de la Escuela de Educación Pedagógica Pública Monterrico, declaro que la tesina titulada: Estrategias didácticas para la resolución de problemas con números enteros en EBR, de los autores: Enrique Alexander Quispe Ramos, Marlon Denher Rafael Díaz y Nayra Noelia Tacza Torres, tiene un **índice de similitud de 18%**, verificado mediante el software Turnitin:



Identificación de reporte de similitud: oid:3117:318125470

NOMBRE DEL TRABAJO

5. TESINA RAFAEL-QUISPE-TACZA.docx

AUTOR

ENRIQUE QUISPE

RECuento DE PALABRAS

11297 Words

RECuento DE CARACTERES

63757 Characters

RECuento DE PAGINAS

66 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

910.5KB

FECHA DE ENTREGA

Jan 30, 2024 2:31 PM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Jan 30, 2024 2:32 PM GMT-5

● 18% de similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos.

- 17% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 9% Base de datos de trabajos entregados

- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

● Excluir del Reporte de Similitud

- Material bibliográfico
- Material citado

- Material citado
- Coincidencia baja (menos de 16 palabras)

Por tanto, en mi condición de asesor (a), firmo el presente documento en señal de conformidad, indicando que el porcentaje obtenido está dentro del valor de similitud aceptado, cumpliendo así con los requerimientos establecidos por la norma vigente.


Nombre completo del Asesor: Emilio Jesús Campos Alarcón
DNI: 41844076
ORCID: 0000-0001-6140-3872

Lima 8 de agosto de 2025

ÍNDICE

Resumen	3
Abstract.....	4
INTRODUCCIÓN	5
Justificación	8
Objetivo general	9
Objetivos específicos.....	10
1.1 Antecedentes	10
1.2 Resolución de operaciones con números enteros	15
1.2.1 Resolución de problemas.....	15
1.2.2 Números enteros.....	16
1.3 Estrategias didácticas.....	29
1.3.1 Estrategias de traducción de situaciones reales en problemas que involucran números enteros.....	30
1.3.2 Polya como proceso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas	34
CAPÍTULO II METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	36
2.1 Enfoque y diseño.....	36
2.2 Técnica.....	37
2.3 Instrumentos.....	37
2.4 Análisis e interpretación de los resultados	38
CONCLUSIONES	41
REFERENCIAS	42
ANEXO 01: Matriz de Coherencia.....	53
ANEXO 02: Matriz de triangulación.....	54
ANEXO 03: Ficheros electrónicos.....	58

Resumen

El presente trabajo de investigación buscó explicar y analizar estrategias didácticas para mejorar la enseñanza y resolución de problemas con números enteros en la Educación Básica Regular (EBR). Se parte del reconocimiento de las dificultades que enfrentan los estudiantes al realizar operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división, debido a problemas en la interpretación de signos, selección de operaciones y comprensión de problemas verbales. El diseño de la investigación es documental con un enfoque cualitativo, puesto que, se plantean soluciones como la implementación del método de Polya, estrategias semióticas y el uso de tecnologías educativas que promuevan una mejor comprensión y manejo de los números enteros. Además, se resalta la importancia de una enseñanza contextualizada y personalizada que permita abordar las necesidades específicas de los estudiantes. Los resultados de esta investigación reconocieron y enfatizaron que un aprendizaje significativo requiere combinar teoría sólida, estrategias activas y procedimientos claros, lo que no solo facilita la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también potencia su aplicación en problemas prácticos y reales.

Palabras clave: Estrategias didácticas, Polya, números enteros.

Abstract

This research aims to explain and analyze educational strategies to improve teaching and problem solving with integers in Regular Basic Education (RBE). It starts from the recognition of the difficulties that students face when performing basic operations such as addition, subtraction, multiplication and division, due to problems in the interpretation of signs, selection of operations and understanding of verbal problems. The research design is documentary with a qualitative approach due to proposed solutions such as the implementation of the Polya method, semiotic strategies and the use of educational technologies that promote a better understanding and management of integers. In addition, the importance of contextualized and personalized teaching that allows addressing the specific needs of students is highlighted. The results of this research recognized and emphasized that meaningful learning requires combining solid theory, active strategies and clear procedures, which not only facilitates the understanding of mathematical concepts, but also enhances their application in practical and real problems.

Keywords: Teaching strategies, Polya, integers.

INTRODUCCIÓN

En el mundo de las matemáticas, la comprensión y manipulación de los números enteros son pilares fundamentales para el desarrollo de habilidades numéricas. Sin embargo, a pesar de su naturaleza aparentemente simple la resolución de operaciones básicas con números enteros puede representar un desafío significativo para muchos estudiantes de la EBR. Esta dificultad no solo obstaculizaría el aprendizaje temprano en matemáticas, sino que también puede impactar la comprensión de conceptos más avanzados como el conjunto de los números racionales o reales.

El propósito de esta investigación fue describir las estrategias didácticas para la resolución de problemas con números enteros en la EBR. En la presente investigación, se dan a conocer los conceptos o definiciones respecto al aprendizaje de la matemática y números enteros, al igual que se presentan las diferentes estrategias didácticas que ayudan a resolver operaciones básicas como la suma, resta, multiplicación y división de números enteros. Además, se proponen metodologías efectivas para abordar dificultades, con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en este aspecto crucial de las matemáticas.

A través de un análisis detallado y exhaustivo, se buscó proporcionar una visión clara y soluciones prácticas para superar las barreras que impiden una comprensión sólida y fluida de las operaciones con números enteros, sentando así las bases para un aprendizaje matemático más efectivo y accesible para todos los estudiantes.

Delimitación y planteamiento del Problema

El estudio de las matemáticas puede percibirse como una herramienta académica que no solo veremos en el ámbito escolar, ya que se encuentra dentro de diferentes aspectos de nuestra vida diaria como el determinar el precio de un producto, evaluar el tiempo que demoramos en llegar a nuestro destino, calcular el presupuesto de los gastos mensuales, entre otros.

La enseñanza de las matemáticas busca su implementación en los diferentes contextos de la realidad, permitiendo al sujeto lograr de forma efectiva la resolución de problemas y no concentrarse en los conceptos y métodos, sino en sus diferentes interpretaciones, pretendiendo que estos aprendizajes sean manejados por los estudiantes en el momento de enfrentarse a situaciones que necesariamente no tienen una única solución (Hernandez, 2019). Esto nos ayuda a fomentar nuestro pensamiento crítico y lógico al analizar situaciones, tomar decisiones informadas y encontrar soluciones efectivas.

Por otro lado, el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), desarrollado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2023), tiene por objetivo evaluar la capacidad de los estudiantes que han culminado la etapa de enseñanza obligatoria (edad de 15 años), para corroborar que sean capaces de utilizar sus conocimientos y habilidades frente a los desafíos de la vida cotidiana e integrarse a la vida laboral. Tomando los datos del informe PISA 2022 en el área de matemática, Perú obtuvo un puntaje promedio de 391 puntos, ubicándose por debajo del promedio OCDE de 472, y registró que sólo el 34 % de los estudiantes alcanzó al menos el nivel de competencia 2, considerado como el umbral mínimo de desempeño. A nivel

regional, Perú se situó por debajo de Chile (412) y Uruguay (412), y por encima de República Dominicana (339) y Paraguay (338), mientras que a nivel mundial ocupó el puesto 66 de 81 países, siendo Singapur el país con mejor rendimiento con 575 puntos (OCDE, 2023).

De igual manera, la Evaluación Muestral de estudiantes (EM), el cual, es una evaluación estandarizada que se aplica a una muestra representativa de estudiantes del país para medir sus aprendizajes y participan escuelas públicas y privadas. Esta busca evaluar las competencias desarrolladas al finalizar el 6° ciclo, 2° ciclo y 4° ciclo de la educación básica regular, lo que supone que los estudiantes hayan recibido el servicio educativo en condiciones similares y comparables (MINEDU - UMC, 2023).

Actualmente, la Unidad de Medición de la Calidad Educativa – UMC, evalúa de manera censal a los estudiantes de cuarto grado de primaria de educación básica regular (EBR), cuarto grado de educación intercultural bilingüe (EIB) y a segundo grado de secundaria de EBR, a través de la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) (INEI, 2019). Por ello, esta prueba nos indica que los estudiantes aún se encuentran en la etapa de “inicio” respecto al área de matemática. Además, se puede percibir que hubo un descenso en el año 2022 culminando la pandemia, lo que demuestra que no se pudo otorgar una enseñanza adecuada y eficaz durante el tiempo que se estuvo en cuarentena (MINEDU - UMC, 2023).

Una de las dificultades identificadas en la prueba refiere a la comprensión y aplicación de los números enteros en operaciones básicas, es decir, el grupo de números pertenecientes a los números naturales, así como sus elementos opuestos a la recta

numérica incluyendo el cero (0) (MINEDU - UMC, 2024). Se puede comprender el porqué es difícil para algunos estudiantes este tipo de operaciones ya que no existe una representación física o gráfica dentro de la realidad.

Estos resultados, nos ha permitido entender que pese a estar en secundaria, muchos de los estudiantes no necesariamente han logrado desarrollar lo esperado para el ciclo 6 competencia “Resuelve problemas de cantidad” al momento de terminar el año escolar y pasar al siguiente año. Uno de los principales problemas que se han podido percibir en las diferentes pruebas organizadas y evaluadas por el MINEDU han sido las de realizar las cuatro operaciones básicas con números enteros. Debido a lo expresado anteriormente, formulamos la siguiente pregunta: *¿Qué estrategias didácticas ayudan en la resolución de problemas con números enteros en los estudiantes de la EBR?*

Justificación

El trabajo de investigación es documental informativo justificándose teóricamente en diferentes autores, uno de ellos es Sepúlveda et al., (2023) quienes mencionan que las secuencias didácticas ayudan a fortalecer la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos en las diferentes operaciones básicas con números enteros, además brindan definiciones de cómo entendemos el concepto de aprendizaje en las matemáticas y números enteros, al igual que nos proporcionan estrategias de resolución de problemas verbales y operaciones básicas.

La presente investigación aborda las Estrategias didácticas para la resolución de problemas con números enteros en la EBR, la decisión de abordar este tema de investigación se fundamenta en la evidencia que existe en los estudiantes de secundaria

en las dificultades para resolver problemas que involucran las operaciones básicas con números enteros. Esta problemática no solo afecta en una sola competencia, si no repercute en las otras, sin mencionar que se manifiesta en la capacidad de aplicar estos conocimientos y habilidades en su vida cotidiana. La importancia y utilidad de esta investigación radica en la necesidad de identificar y brindar diferentes estrategias didácticas matemáticas efectivas, al igual que dar a conocer a los docentes sobre los diferentes hallazgos, que permitirán proponer nuevos enfoques pedagógicos e innovadores, adaptados a las dificultades que presentan los estudiantes de la EBR en las operaciones básicas con números enteros; estas estrategias no solo beneficiaran en su aprendizaje, sino también fortalecerá sus habilidades para enfrentar y construir nuevos concepto y desafíos matemáticos futuros.

El presente trabajo presenta aportes al campo disciplinar, ya que contribuye a la didáctica de las matemáticas, al proporcionar un cuerpo de conocimientos sobre estrategias efectivas para abordar las dificultades en el aprendizaje de los números enteros, Asimismo, la investigación es viable ya que se han utilizado diferentes recursos bibliográficos como libros digitales, repositorios de diferentes universidades, documentos afines con el objetivo de recabar información teórica para poder sustentar la investigación

Objetivos

Objetivo general

Explicar las estrategias didácticas que ayudan en la resolución de problemas con números enteros en los estudiantes de la EBR.

Objetivos específicos

- Analizar el enfoque de resolución de problemas en la EBR.
- Definir los conceptos de los números enteros, su relación con los números naturales, operaciones básicas y sus propiedades.
- Identificar estrategias didácticas que puedan ser implementadas para superar las dificultades en la resolución de problemas verbales.

- CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

La investigación presenta un problema de interés de la realidad nacional y considera por lo menos tres antecedentes de contexto actual para su fundamentación.

1.1 Antecedentes

Los investigadores Díaz Arcos y Quintana Alanya (2024) realizaron una investigación con el objetivo de analizar cómo los estilos de aprendizaje se relacionan con la capacidad de resolver problemas que involucren números enteros en estudiantes del nivel secundaria. La metodología utilizada fue de enfoque cuantitativo, de tipo básico, con diseño correlacional. La muestra estuvo conformada por estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa Privada San Roque, ubicada en el distrito de Chambará. Se aplicaron cuestionarios validados para identificar los estilos de aprendizaje y pruebas específicas para medir la capacidad de resolución de problemas con números enteros. Los resultados evidenciaron que existe una correlación significativa entre los estilos de aprendizaje predominantes en los estudiantes

(particularmente el estilo activo) y su desempeño en la resolución de problemas matemáticos con números enteros. Esta investigación coincide con la nuestra en cuanto al análisis de los procesos de resolución de problemas en el área de matemática y el enfoque cuantitativo, pero difiere en la variable independiente, que en este caso son los estilos de aprendizaje, así como en el diseño metodológico correlacional.

De igual manera, la investigación realizada por Ticlia (2021) titulada “Estrategias didácticas y la resolución de problemas matemáticos en la educación básica regular: revisiones sistemáticas”, tuvo como objetivo analizar, a través de una revisión sistemática, la relación entre la aplicación de diversas estrategias didácticas y el desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos en estudiantes de educación básica regular en el contexto peruano. La metodología utilizada fue de enfoque cuantitativo, basada en el análisis documental, aplicando criterios PRISMA para la selección de estudios. La muestra documental estuvo conformada por 24 investigaciones publicadas entre los años 2015 y 2020 en bases de datos como Scielo, Redalyc, Dialnet y Google Académico, de un total de 150 trabajos revisados inicialmente. Los resultados evidenciaron que estrategias como el aprendizaje basado en problemas, el uso de material concreto, el método de Pólya, el aprendizaje colaborativo y la incorporación de recursos tecnológicos tienen un impacto positivo en la mejora de las competencias matemáticas vinculadas a la resolución de problemas. Asimismo, el estudio concluye que la integración de estrategias didácticas activas favorece la motivación de los estudiantes y potencia su pensamiento crítico y su desempeño académico. Esta investigación coincide con la nuestra en el interés por el desarrollo de

competencias matemáticas, pero difiere en cuanto al diseño metodológico, dado que se centra en una revisión sistemática de literatura y no en la aplicación directa de una intervención pedagógica.

De igual manera Suyo (2015), en su investigación “Selección de estrategias heurísticas para resolver problemas con números enteros en primer grado de secundaria”, buscó determinar la mejora en la resolución de problemas con números enteros mediante la aplicación de estrategias heurísticas a estudiantes del primer grado de secundaria de una institución educativa estatal en Arequipa. La metodología aplicada fue experimental, con una muestra conformada por estudiantes distribuidos en un grupo de control y un grupo experimental. Los instrumentos utilizados fueron pruebas diagnósticas y evaluaciones finales, que permitieron medir los niveles de desempeño en la resolución de problemas antes y después de la intervención. Como resultados se obtuvo que los estudiantes del grupo experimental, al aplicar estrategias heurísticas como el análisis, la representación gráfica, el ensayo y error y la búsqueda sistemática, evidenciaron mejoras significativas en la comprensión y resolución de problemas con números enteros en comparación con el grupo de control. El autor concluye que la incorporación de estrategias heurísticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje contribuye significativamente al desarrollo del razonamiento lógico-matemático y mejora la capacidad para resolver problemas. Esta investigación coincide con la nuestra en el estudio de la variable dependiente relacionada con la resolución de problemas matemáticos y el enfoque cuantitativo, y difiere en la variable independiente “uso de estrategias heurísticas” y en el diseño experimental implementado.

Por su parte, Velosa et al (2021), en su investigación “Gamificación mediada por Classcraft, una estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas desde el abordaje del conjunto de los números enteros”, tuvo como objetivo buscar fortalecer la capacidad de resolución de problemas matemáticos en el tema de números enteros a través de la implementación de estrategias de gamificación utilizando la plataforma digital Classcraft, aplicada a estudiantes de básica secundaria en una institución educativa de Cartagena (Colombia). La metodología aplicada fue cuasi experimental, con un diseño que incluyó un grupo de control y un grupo experimental. Los instrumentos utilizados fueron pruebas diagnósticas, cuestionarios y evaluaciones finales que permitieron medir los avances en la comprensión y aplicación de los números enteros.

Como resultados se obtuvo que el grupo experimental que trabajó con Classcraft evidenció mejoras significativas en el rendimiento académico y en la motivación hacia la asignatura de matemáticas en comparación con el grupo de control. Los autores concluyen que la gamificación mediada por herramientas digitales favorece el aprendizaje de los números enteros y potencia el desarrollo de habilidades de resolución de problemas. Esta investigación coincide con la nuestra en el estudio de la variable dependiente relacionada con la resolución de problemas matemáticos y el enfoque cuantitativo, y difiere en la variable independiente “uso de gamificación con Classcraft” y en el diseño cuasi experimental implementado.

Un estudio similar es el realizado por Villota et al (2021), en su investigación “Estrategias de aprendizaje para la suma de números enteros: Una mirada desde las plataformas virtuales educativas”, quien busca analizar cómo el uso de plataformas

virtuales educativas contribuye a la enseñanza y aprendizaje de la suma de números enteros en estudiantes de educación básica. La metodología aplicada fue de tipo cuasi experimental, desarrollada con estudiantes de instituciones educativas en el suroccidente colombiano. La muestra estuvo conformada por grupos de estudiantes que trabajaron actividades diseñadas en plataformas virtuales interactivas. Los instrumentos utilizados fueron pruebas diagnósticas, pretest y posttest, que permitieron medir los avances en la comprensión y ejecución de la suma de números enteros. Como resultados se obtuvo que los estudiantes que trabajaron con el uso de plataformas virtuales evidenciaron una mejora significativa en la precisión y comprensión de la operación de suma con números enteros, mostrando además mayor motivación y participación activa. Los autores concluyen que el uso de recursos virtuales facilita el aprendizaje de la suma de números enteros al ofrecer entornos interactivos y dinámicos que potencian la motivación y el desarrollo de habilidades matemáticas. Esta investigación coincide con la nuestra en la variable dependiente centrada en el aprendizaje de los números enteros y el enfoque cuantitativo, y difiere en la variable independiente “uso de plataformas virtuales educativas” y en el diseño cuasi experimental aplicado.

Los autores Fajardo, González y Ledezma (2022) realizaron una investigación titulada “Estrategia didáctica basada en actividades lúdicas para el aprendizaje de los números enteros con estudiantes de séptimo grado” con el objetivo de diseñar y aplicar una estrategia didáctica basada en actividades lúdicas apoyadas en herramientas TIC, con la finalidad de mejorar el aprendizaje de los números enteros en estudiantes de

educación básica. La metodología fue de tipo investigación-acción educativa, con enfoque mixto, y se aplicó a una muestra de 20 estudiantes del séptimo grado de una institución educativa en el departamento de Sucre (Colombia). Se utilizaron instrumentos como pruebas diagnósticas, pretest y postest, los cuales permitieron identificar avances en la comprensión de operaciones con números enteros y en la motivación hacia la asignatura de matemáticas. Los resultados mostraron mejoras significativas en la comprensión de los números enteros y en la motivación de los estudiantes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta investigación coincide con la nuestra en el estudio del aprendizaje de los números enteros y en la aplicación de metodologías activas, aunque se diferencia por el uso de actividades lúdicas como variable independiente y por el contexto cultural en el que fue aplicada.

1.2 Resolución de operaciones con números enteros

1.2.1 Resolución de problemas

Concepto de Matemática. Yirda (2023) nos define que “la matemática es una ciencia lógica deductiva, que utiliza símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos. Esta ciencia enseña al individuo a pensar de una manera lógica y por lo tanto a desarrollar habilidades para resolver problemas y tomar decisiones”.

Pérez y Merino (2021) nos mencionan que “La matemática es la ciencia deductiva que se dedica al estudio de las propiedades de los entes abstractos y de sus relaciones.

Esto quiere decir que las matemáticas operan con números, símbolos, figuras geométricas, etc”.

Se considera que la matemática funciona como un lenguaje con su propio sistema de símbolos y estructuras, lo cual permite expresar ideas matemáticas de forma abstracta y precisa (Prediger et al., 2022). Este enfoque lingüístico potencia la representación de conceptos, la estructuración del razonamiento y el desarrollo del pensamiento matemático, lo que a su vez favorece la construcción de aprendizajes posteriores de forma más sólida (Prediger et al., 2022). Por ello, resulta fundamental realizar un diagnóstico inicial que permita identificar el nivel académico de los estudiantes en las competencias matemáticas, de manera que se puedan diseñar intervenciones didácticas relevantes que promuevan aprendizajes significativos (Ní Ríordáin et al., 2024).

1.2.2 Números enteros

Entendimiento del concepto del número entero. El concepto de número entero no se concibe como un descubrimiento de algo preexistente en la naturaleza, sino como una construcción conceptual elaborada históricamente para responder a necesidades de conteo, medición y representación de cantidades. A lo largo de diversas culturas, los números enteros surgieron progresivamente como una herramienta para resolver problemas de la vida cotidiana y, con el desarrollo del pensamiento matemático, se formalizaron como objetos de estudio abstractos (Boyer & Merzbach, 2011). De acuerdo con Herrera y Zapatera (2019), los objetos matemáticos, entre ellos los números, son construcciones humanas que combinan el razonamiento deductivo con elementos de

intuición y sentido común cuando la deducción por sí sola no es suficiente. Esta perspectiva permite comprender a los números enteros como elaboraciones conceptuales construidas social e históricamente, esto puede apreciarse a través de las aportaciones de diferentes civilizaciones.

En Mesopotamia, hacia el 300 a. C., los babilonios diseñaron un sistema sexagesimal (base 60) que emplearon para registrar cantidades, realizar cálculos complejos y anotar operaciones en tablillas de arcilla, especialmente en contextos astronómicos y administrativos (Katz, 2009). En el antiguo Egipto, el sistema de numeración jeroglífico de base decimal permitió representar cantidades y organizar actividades relacionadas con el comercio y la construcción, favoreciendo el uso práctico de los números enteros (Boyer & Merzbach, 2011). Posteriormente, en la India, entre los siglos V y VI d. C., los matemáticos desarrollaron la notación posicional y el concepto de cero, avances que facilitaron la representación y el manejo eficiente de los números enteros y que sentaron las bases del sistema numérico moderno (Ifrah, 2000).

Para comprender los números enteros y su evolución, sería más preciso estudiar el desarrollo de sistemas numéricos en diferentes civilizaciones y revisar textos matemáticos antiguos que abordan la definición y conceptos relacionados con la aritmética y la numeración.

Los números enteros son un conjunto numérico que incluye todos los números naturales, sus opuestos (negativos) y el cero. Este conjunto se representa matemáticamente como $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$. Los números enteros se utilizan

para representar cantidades que pueden ser tanto positivas como negativas, así como para modelar situaciones donde no hay fracciones o partes fraccionarias involucradas.

En el ámbito matemático, los números enteros son fundamentales en la teoría de números, el álgebra y otras ramas de las matemáticas puras y aplicadas. Estos números son esenciales en problemas de conteo, representación de datos discretos y algoritmos matemáticos. La comprensión de los números enteros es crucial en diversas disciplinas científicas y tecnológicas para abordar problemas que involucran cantidades enteras y situaciones donde se requiere la manipulación de valores completos.

El libro "Introduction to the Theory of Numbers" (Niven, Zuckerman & Montgomery, 1956) aborda una variedad de temas fundamentales en esta rama de las matemáticas centrándose en proporcionar una introducción completa y accesible a conceptos clave y teoremas relacionados a los números enteros del cual mencionaremos algunos:

- Teorema Fundamental de la Aritmética: Establece que cada número entero mayor que 1 puede ser factorizado de manera única como un producto de números primos. La "factorización única" significa que, aparte del orden de los factores, no hay otra manera de descomponer el número. Este teorema es esencial en la teoría de números y forma la base para muchos resultados importantes.
- Función Phi de Euler: Denotada como $\phi(n)$, cuenta la cantidad de números enteros positivos menores que n que son coprimos (tienen el máximo común divisor igual a 1) con n . La fórmula general para $\phi(n)$ es compleja, pero para números primos p , $\phi(p) = p - 1$.

- Problemas Diophantinos: Son ecuaciones polinómicas o algebraicas que involucran soluciones enteras. Llevan el nombre del matemático griego Diophantus. Un ejemplo clásico es la ecuación de Fermat $x^n + y^n = z^n$, donde x , y , y z son números enteros y n es un entero mayor que 2. Pierre de Fermat conjeturó que no hay soluciones enteras para $n > 2$, y esta conjetura se conoce como el Último Teorema de Fermat.
- Teorema de Wilson: El Teorema de Wilson establece una condición necesaria y suficiente para que un número entero positivo p sea primo. La condición es que $(p - 1)! + 1$ sea divisible por p . En otras palabras, si $(p - 1)! + 1$ es divisible por p , entonces p es primo; y si p es primo, entonces $(p - 1)! + 1$ es divisible por p .

Comprender el concepto de opuesto o inverso aditivo en números enteros.

El opuesto aditivo, también conocido como inverso aditivo, de un número entero es otro número entero que, cuando se suma al número original, produce la suma igual a cero. En otras palabras, si " a " es un número entero, entonces su opuesto aditivo se denota como " $-a$ ".

Aquí hay un ejemplo para ilustrar el concepto:

- Para el número 3, su opuesto aditivo es -3, ya que la suma es cero.

Este concepto es fundamental en los números enteros y proporciona una noción de "cancelación" en la suma. Si tienes un número entero " a " y le sumas su opuesto aditivo " $-a$ ", obtendrás cero. La existencia de opuestos aditivos es una característica importante que distingue a los números enteros de los números naturales.

Operaciones con números enteros. Las operaciones con números enteros comprenden la suma, la resta, la multiplicación y la división, considerando la aplicación de la regla de signos. De acuerdo con el Currículo Nacional de la Educación Básica, estas operaciones se introducen formalmente desde el primer año de secundaria como parte del desarrollo de la competencia “Resuelve problemas de cantidad” (MINEDU, s.f.). No obstante, diversos estudios han identificado que este tipo de operaciones puede representar una dificultad para algunos estudiantes, especialmente cuando no han consolidado conocimientos aritméticos básicos durante la etapa de primaria (Pérez, 2023). Estas operaciones son:

Suma de números enteros. Es una operación matemática fundamental que consiste en combinar dos o más números para obtener un total. Según Cid et al (2007) la adición de números enteros sigue reglas que dependen del signo ya que cuando los sumandos tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se conserva dicho signo; en cambio, si los signos son diferentes, se calcula la diferencia entre los valores absolutos y se asigna el signo del número con mayor valor absoluto. Esta explicación resulta clave para la enseñanza formal de los enteros en el nivel secundario, ya que permite comprender la lógica detrás de las reglas operativas más allá de la mera memorización.

Esto se puede entender visualmente dentro de la recta numérica mediante desplazamientos hacia la derecha (si el número es positivo) o hacia la izquierda (si el número es negativo) de acuerdo a su valor absoluto.

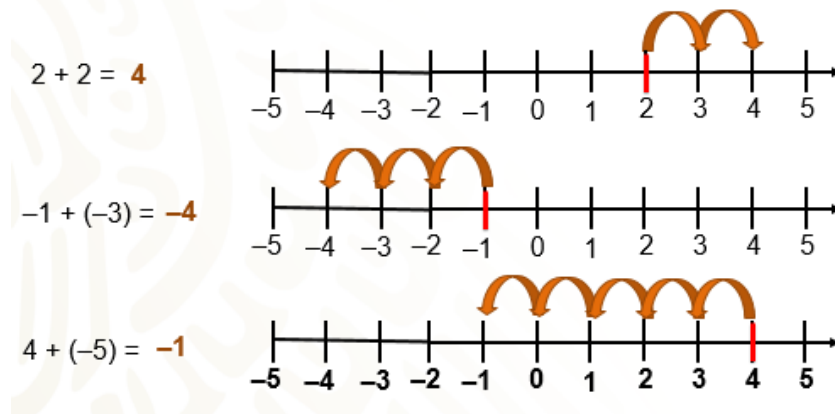


Figura 1: ABC Color. (2024, 7 de enero). Recta numérica: multiplicación y división. ABC Escolar.

Existen axiomas son afirmaciones fundamentales que se asumen como verdaderas sin necesidad de demostración dentro de un sistema matemático y proporcionan la base sobre la cual se construye la teoría de los números reales y enteros.

Aquí están los axiomas para las adiciones:

- Axioma de Cierre: La suma de dos números reales es un número real. Si a y b son números reales, entonces $a + b$ es también un número real.
- Axioma de Identidad Aditiva: Existe un número real, llamado el elemento neutro aditivo (o la identidad aditiva), denotado por 0, tal que $a + 0 = a$ para cualquier número real a .
- Axioma del Elemento Opuesto: Para cada número real a , existe un número real b (denotado como $-a$) tal que $a + (-a) = 0$.

También existen las propiedades de la adición que son características fundamentales que describen cómo se comporta la operación de la suma en este conjunto numérico de los enteros, tales como:

- Propiedad Conmutativa: La propiedad conmutativa de la adición establece que el orden en que se suman dos números enteros no afecta el resultado. $a + b = b + a$
- Propiedad Asociativa: La propiedad asociativa de la adición establece que el resultado de sumar tres números enteros no depende de cómo se agrupen. $(a + b) + c = a + (b + c)$
- Propiedad del Elemento Neutro Aditivo: Existe un elemento neutro aditivo en los números enteros, que es el número cero (0). La suma de cualquier número entero con cero es igual al número entero original. $a + 0 = a$
- Propiedad del Elemento Opuesto: Para cada número entero a , existe un elemento opuesto aditivo, denotado como $-a$, tal que la suma de a y su opuesto aditivo es igual a cero: $a + (-a) = 0$
- Propiedad de la Adición de Cero: Sumar cero a cualquier número entero no cambia el valor del número entero: $a + 0 = a$

Estos axiomas y propiedades son fundamentales para el desarrollo de la aritmética y la teoría de números enteros. Además, se combinarán con otros axiomas y reglas lógicas para construir un sistema coherente y completo de aritmética.

Resta de números enteros. Esta operación representa la diferencia entre dos números y, en el caso de los enteros, se fundamenta en la adición y en el concepto de opuesto aditivo. En los primeros niveles educativos, la resta suele asociarse a la acción

de quitar o eliminar elementos de un conjunto; sin embargo, al trabajar con números enteros es necesario enfatizar que la operación $a - b$ se entiende como la suma del primer número con el opuesto aditivo del segundo, es decir, $a + (-b)$. Esta definición permite operar coherentemente dentro del conjunto de los números enteros y facilita la transición del cálculo concreto a los procedimientos formales (Cid et al, 2007; Alsina, 2007).

Es decir, $a - b = a + (-b)$, donde:

- a es el minuendo (el número al que se le resta)
- b es el sustraendo (el número que se resta).
- $-b$ es el opuesto aditivo de b .

La resta no tiene axiomas separados, ya que generalmente se define en términos de la adición y los axiomas asociados con ella. La resta de $a - b$ se interpreta como la suma de a y el opuesto aditivo de b , es decir, $a + (-b)$. Por lo tanto, los axiomas asociados con la resta son, en realidad, los axiomas de la adición y los axiomas de los números enteros.

Multiplicación de números enteros. La multiplicación es una operación aritmética que consiste en sumar un número (multiplicando) consigo mismo un número determinado de veces (multiplicador) que dará como resultado el producto. Está definida como la relación: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$. Siendo $(a, b), (c, d) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se tiene $[(a, b)] \cdot [(c, d)] = [(a \cdot c + b \cdot d, a \cdot d + b \cdot c)] = [(ac + bd, ad + bc)]$ (Meneses, 2020).

Al tratarse de números enteros, la operación sigue reglas específicas que se derivan de las propiedades de la multiplicación y el comportamiento de los números positivos y negativos que llamamos Ley de Signos. Esto nos explica que la multiplicación de dos números con signos iguales siempre dará como resultado un producto positivo, pero si los dos factores poseen signos diferentes entonces el producto será negativo.

La recta numérica proporciona una representación visual intuitiva de cómo la multiplicación de números enteros afecta la posición en la recta. Los desplazamientos a la derecha indican productos positivos, mientras que los desplazamientos a la izquierda indican productos negativos. Este enfoque puede ayudar a comprender la Ley de Signos de la multiplicación de manera más concreta y visual.

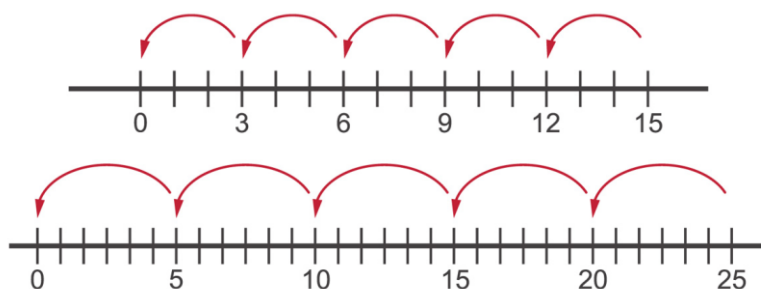


Figura 2: ABC Color. (2024, 7 de enero). Recta numérica: multiplicación y división. ABC Escolar.

En el contexto de la multiplicación en números enteros, hay varios axiomas o propiedades fundamentales que se consideran fundamentales. Estos son:

Cerradura bajo la multiplicación: La multiplicación de dos números enteros siempre produce otro número entero: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \times b \in \mathbb{Z}$

Propiedad asociativa de la multiplicación: El resultado de la multiplicación de tres números enteros no depende de cómo se agrupen los factores: $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Existencia de un elemento neutro: Existe un número entero, denotado como 1, tal que cualquier número entero multiplicado por 1 es igual a ese número entero: $\forall a \in \mathbb{Z}, a \times 1 = a$

Propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma: La multiplicación se distribuye sobre la suma de dos números enteros:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Propiedad conmutativa de la multiplicación: El orden de los factores no afecta el resultado de la multiplicación: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, a \times b = b \times a$

Propiedad del cero: Cualquier número multiplicado por cero (0) es igual a cero:

$$\forall a \in \mathbb{Z}, a \times 0 = 0$$

Estas propiedades son esenciales para manipular y comprender la multiplicación en el conjunto de números enteros. Proporcionan reglas fundamentales que se utilizan ampliamente en álgebra y otras ramas de las matemáticas.

División de números enteros. La división es una operación aritmética que, dada una cantidad total (dividendo), se distribuye en partes iguales entre un número dado de grupos (divisor). El resultado de la división es la cantidad en cada grupo, llamada cociente, y, si la distribución no es exacta, puede haber un remanente o residuo.

La ley de signos en la división está relacionada con el signo del cociente y el residuo cuando se dividen números enteros. La regla básica es la siguiente: Dada la

división de dos números enteros a y b (donde b no es igual a cero), se obtiene un cociente q y un residuo r , y la ecuación es: $a = b \times q + r$. Por lo que la ley de signo se aplica de la misma manera que la multiplicación, cuando se multiplican dos números con signos iguales, el producto siempre es positivo; sin embargo, cuando los dos números tienen signos diferentes, el producto es negativo.

En el conjunto de los números enteros, la división es una operación más complicada que la suma y la multiplicación debido a la posibilidad de obtener cocientes no enteros o residuos. Sin embargo, hay algunos principios básicos que se pueden considerar como "axiomas" o propiedades fundamentales de la división en números enteros. Estos principios pueden variar en su formulación exacta, pero aquí presento algunos de los conceptos fundamentales:

- Cerradura bajo la división: La división de dos números enteros es válida siempre que el divisor no sea cero: $\forall a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \Rightarrow a / b \in \mathbb{Z}$ o $a \bmod b = 0$. Esto implica que la división por cero no está definida.
- Existencia de un elemento neutro: Existe un número entero que, cuando se divide por cualquier número entero no nulo, da como resultado ese número entero: $\forall a \in \mathbb{Z}, a / 1 = a$.
- Propiedad de la identidad: La identidad de la división establece que cualquier número entero dividido por sí mismo da como resultado 1: $\forall a \in \mathbb{Z}, a / a = 1$.
- Propiedad de la cancelación: Si se multiplica el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número entero no nulo, la fracción resultante es equivalente: $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, b \neq 0, ac / bc = a / b$.
- Propiedad Reflexiva: Cualquier número es divisible por sí mismo: $\forall a \in \mathbb{Z}, a \mid a$.

- Propiedad Transitiva: Si a es divisible por b y b es divisible por c , entonces a es divisible por c : $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (b|a \text{ y } c|b) \Rightarrow c|a$.
- Propiedad de la Multiplicación: Si a es divisible por b , entonces el producto de a por cualquier número entero c también será divisible por b : $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (b|a) \Rightarrow (b|ac)$.
- Propiedad de la Suma: Si a y b son divisibles por c , entonces la suma de a y b también es divisible por c : $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}, (c|a \text{ y } c|b) \Rightarrow (c|a + b)$.

Estos principios reflejan aspectos fundamentales de la división en números enteros. Sin embargo, cabe destacar que la división en números enteros no siempre da como resultado números enteros, ya que puede producir coeficientes fraccionarios o decimales. En esos casos, se extiende el conjunto de números para incluir los racionales o los reales.

Comprender la relación entre números enteros y números naturales. La relación entre números naturales y números enteros se puede entender al extender la operación suma y la relación de orden a los números enteros, junto con sus propiedades y el funcionamiento del producto creando el dominio de integridad, una nueva estructura que sintetiza las propiedades formales del nuevo conjunto e incluye las naturales como su propio subconjunto, del cual es una extensión (Rico, 2019). Esto es impulsado por las necesidades prácticas y teóricas en diversos campos como el comercio, la astronomía, la física y las matemáticas. Una definición breve de ambos son las siguientes:

- Números Naturales ($\mathbb{N}$): Son “aquellos que se obtienen a partir de 0 e incrementando 1 en cada paso que, por tanto, obedecen a la inducción matemática. Si n es un número finito, $n+1$, al que se llama sucesor de n es también finito y distinto de n (...) Esto es, los

números finitos son aquellas clases que no son semejantes a las partes de sí mismas que se obtienen quitando términos singulares.” (Russell, 1973, pp. 491-493).

- Números Enteros ($\mathbb{Z}$): Este conjunto constituye una ampliación de los números naturales, ya que incluye no solo los números naturales positivos, sino también sus opuestos (números negativos) y el cero. Matemáticamente se representa como $\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$, y surge de la necesidad de expresar de manera formal situaciones que implican pérdidas o cantidades menores que cero, extendiendo así el sistema numérico (Godino et al, 2007).

Sin embargo, Whitehead y Russell (1910 - 1913) en el libro "Principia Mathematica" no abordan específicamente la relación entre los números enteros y los números naturales de la manera en que estos términos se utilizan comúnmente ya que no los presentan como conceptos separados. Su enfoque es más abstracto y se centra en la construcción formal de los números naturales y los enteros a partir de principios lógicos, derivando los números naturales a través de la teoría de conjuntos y la lógica de primer orden y utilizando conceptos como números cardinales y ordinales que representan el orden o posición de un elemento en una serie, del cual son derivados para formar pares ordenados y lograr representar los números enteros positivos y negativos.

En otras palabras, los números naturales son un subconjunto de los números enteros que surgieron como respuestas a necesidades prácticas y conceptuales en la evolución de las matemáticas y la sociedad. Cada número natural tiene una correspondencia directa en el conjunto de números enteros, ya que simplemente se añaden los números negativos y el cero. Esto refleja la capacidad humana para

desarrollar conceptos abstractos que son fundamentales en nuestra comprensión del mundo y en la resolución de problemas prácticos.

1.3 Estrategias didácticas

Problemas Verbales con números enteros

Sánchez (2003), nos menciona que los problemas verbales son aquellos que, a partir de un enunciado y una base de datos, el estudiante lograra entender desde la comprensión y las diferentes herramientas lógicas formales, el análisis del texto con el fin de lograr su interpretación. Asimismo, según Pérez y Hernández (2015), estos problemas requieren que el estudiante comprenda el enunciado, identifique las relaciones cuantitativas y traduzca el lenguaje verbal a expresiones matemáticas operativas, lo cual implica no solo habilidades matemáticas, sino también competencias de comprensión lectora.

Dificultades al resolver problemas verbales que requieren operaciones con números enteros

En el transcurso de la investigación, se han identificado diversas dificultades que los estudiantes podrían enfrentar al abordar situaciones problemáticas mediante la resolución de problemas verbales. En este sentido, según García (2022), los errores más frecuentes están relacionados con la interpretación del signo negativo y con la aplicación inadecuada de las reglas operativas, lo cual dificulta la resolución de situaciones problemáticas contextualizadas que implican sumas y restas con enteros. En la misma

línea, Carreño (2020), encontró que muchos estudiantes de séptimo grado tienen dificultades para identificar la información relevante, interpretar correctamente el signo “-” y traducir adecuadamente el enunciado verbal a la representación algebraica correspondiente, lo cual afecta la resolución de sumas, restas y comparaciones con enteros. Estas dificultades se agravan cuando los estudiantes no logran vincular el lenguaje verbal del enunciado con las representaciones simbólicas matemáticas, afectando así su desempeño y comprensión global del problema.

Por lo que podemos decir que, esta identificación sistemática de dificultades subraya la imperiosa necesidad de implementar estrategias pedagógicas específicas que promuevan una comprensión más profunda de los problemas verbales y fomenten habilidades avanzadas de resolución de problemas entre los estudiantes. Además, se resalta la importancia de intervenciones tempranas y personalizadas para abordar estas dificultades.

1.3.1 Estrategias de traducción de situaciones reales en problemas que involucran números enteros

La enseñanza de problemas verbales con números enteros se fortalece cuando las situaciones planteadas son realistas y consistentes con la operación matemática requerida. En este sentido, según Enzinger et al. (2020), la redacción y evaluación de problemas contextuales requiere que los docentes consideren tanto el realismo del contexto como la coherencia entre la operación y la situación planteada, ya que centrarse en un aspecto sin el otro conduce a problemas poco auténticos o inconsistentes. Por ello,

se debe promover estrategias para que los estudiantes traduzcan apropiadamente una situación real al formato simbólico de los enteros, y así favorezcan una conexión más significativa entre la vida cotidiana y la resolución matemática. A continuación se presentan estrategias para mejorar la traducción de situaciones:

Comprensión lectora. Según la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), entidad responsable de los Informes PISA, la competencia lectora es “la capacidad individual para comprender, utilizar y analizar textos escritos con el fin de lograr sus objetivos personales, desarrollar sus conocimientos y posibilidades y participar plenamente en la sociedad” (OCDE, 2009). Asimismo, podemos decir, que la comprensión lectora en matemáticas se refiere a la habilidad de entender, interpretar y analizar textos matemáticos, que pueden incluir problemas, enunciados, instrucciones, teoremas, definiciones y otros tipos de información relacionada con conceptos matemáticos, aunque habitualmente la comprensión lectora se asocia con la lengua y la literatura, en el contexto de las matemáticas, esta habilidad es esencial para poder abordar problemas y situaciones matemáticas de manera efectiva.

Estrategias de comprensión. Teniendo en cuenta el Cuaderno de trabajo empleado para el cuarto grado de Educación Secundaria para el año 2020, algunas de las estrategias y técnicas que ayudan a los estudiantes a entender y procesar la información matemática que se presenta en textos, enunciados de problemas, libros de texto y otros recursos escritos son las siguientes:

Lectura analítica. La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear. La estrategia de parafraseo se emplea como un enfoque para mejorar la comprensión, consistente en expresar la información con palabras diferentes pero manteniendo el significado original. Al utilizar esta técnica, se busca expresar conceptos de manera clara y personal, lo que facilita la asimilación de la información al adaptarla a un lenguaje más accesible o familiar, el párrafo promueve una comprensión más profunda al requerir que el individuo procesa la información y la exprese con sus propias palabras, consolidando así su comprensión del contenido. Veamos un ejemplo:

Hacer esquemas. Crear esquemas es una estrategia efectiva para mejorar la comprensión de la información, ya que estos son representaciones visuales simplificadas de la estructura y relación entre conceptos clave, asimismo, tener en cuenta, que cada persona puede tener su propio estilo de esquematización, así que se ajusta estos pasos según las preferencias y necesidades.

Resolución de problemas. En este artículo Furth menciona lo siguiente respecto a la resolución Problemas: de Piaget a otros autores:

La resolución de un problema es un acto de conocimiento, es decir una actividad, en contraste con otras actividades como la motivación, la percepción, las operaciones sensoriomotoras y las operaciones concretas; sin embargo, cada una de estas son indispensables para que el sujeto se enfrente a la resolución de problemas. (Furth, 1971,

pág 133). Entonces podemos decir, que la resolución de problemas matemáticos es el proceso de aplicar el razonamiento lógico y las habilidades matemáticas para encontrar soluciones a situaciones o preguntas planteadas en un contexto matemático.

Estrategias de resolución. Teniendo en cuenta el Cuaderno de trabajo empleado para el cuarto grado de Educación Secundaria para el año 2020, las estrategias para resolver problemas pueden facilitar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, y una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representarlo mediante un organizador visual. Es por ello, que presentamos las siguientes:

Diagramas tabulares. Organizan la información de manera tabular para facilitar la comprensión y la toma de decisiones en el proceso de resolución de problemas, también, nos pueden ayudar a resolver problemas que muestran características que relacionan dos grupos de datos.

Diagrama de flujos. Es una herramienta gráfica que se utiliza para representar visualmente la secuencia de pasos o procesos en un sistema, especialmente en la resolución de problemas.

Uso de símbolos y notación. Asegurarse de que los estudiantes comprendan la notación matemática relacionada con los números enteros, como el uso de "+" y "-" y la colocación de paréntesis y fomenta el uso de símbolos para representar conceptos específicos (por ejemplo, "+" para ganancias y "-" para pérdidas).

Modelado visual, historias y contextos significativos. Emplea diagramas y representaciones visuales para ilustrar problemas con números enteros. Por ejemplo, usa rectas numéricas para representar sumas y restas y utiliza colores o formas

distintivas para resaltar las operaciones positivas y negativas. Asimismo, crea problemas que tengan contextos del mundo real para hacer que los números enteros sean más significativos para los estudiantes y usa historias que involucren situaciones de deudas, ganancias, temperatura, elevación, etc.

1.3.2 Polya como proceso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas

Según Pérez y Ramírez (2011), este método no solo busca que los estudiantes encuentren respuestas, sino que fomenta habilidades de pensamiento crítico y lógico al hacer énfasis en la reflexión y la toma de decisiones en cada fase, ya que Polya promueve una comprensión profunda de los conceptos matemáticos, ayudando a los estudiantes a desarrollar autonomía en su aprendizaje y aplicar su conocimiento en distintos contextos, fortaleciendo así su competencia matemática. Asimismo, Schoenfeld (1985), resalta que el método de Polya, al dividir la resolución de problemas en pasos claros, permite a los estudiantes desarrollar no solo habilidades técnicas, sino también un enfoque reflexivo y autónomo para enfrentar desafíos matemáticos.

Proceso didáctico de George Polya (1945). El autor plantea una serie de pasos con preguntas que permite al estudiante estimular su pensamiento y razonamiento mientras resuelve situaciones problemáticas, y para ello se debe realizar esta serie de 4 pasos:

1. Comprender el problema: Este paso inicial es de gran importancia, el estudiante debe entender claramente que se le está pidiendo antes de proponer alguna operación para solucionar el problema, formular y responder preguntas como: *¿Cuál es la incógnita?, ¿Qué datos aporta el enunciado?, ¿Cuál es la condición?,*

¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿Es insuficiente? Una vez resueltas estas cuestiones, es necesario determinar si los datos dados en el problema son suficientes para la resolución del problema y si alguna información del mismo es irrelevante.

2. Concebir el plan: En esta etapa el estudiante utiliza sus conocimientos, imaginación y creatividad para elaborar una estrategia que le permita encontrar la o las operaciones necesarias para resolver el problema; es importante utilizar aquellos problemas que no tienen un único camino para encontrar la solución. El docente puede plantear las siguientes preguntas: *¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿O has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿Conoces algún problema relacionado con este? ¿Puedes decir el problema de otra forma? ¿Puedes expresarlo con tus propias palabras?*
3. Ejecutar el plan: En este paso el estudiante debe implementar la o las estrategias que escogió para solucionar completamente el problema. El autor sugiere que se debe brindar un tiempo prudente para ejecutar el plan; si no se alcanza el éxito, se debe dejar el problema a un lado y continuar con otro para retomarlo más adelante.
4. Examinar la solución: Este último paso es muy importante, ya que el estudiante tiene la posibilidad de revisar su trabajo y asegurarse de no haber cometido algún error; se puede orientar con preguntas como: *¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema? ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?* Si al resolver los problemas los estudiantes

emplean en forma consciente y cuidadosa cada uno de los anteriores pasos, aprenderán a diseñar y poner en práctica estrategias que les permitan alcanzar el éxito.

Sepúlveda et al., (2023) mencionan que las secuencias didácticas ayudan a fortalecer la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos en las diferentes operaciones básicas con números enteros, brindando resultados positivos y significativos en el aprendizaje de los estudiantes y que se pueden aplica en las diferentes áreas de las matemáticas.

CAPÍTULO II METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo se describe y detalla el marco metodológico que orientó el desarrollo de la presente investigación, definiendo y mencionando el enfoque y diseño seleccionados para alcanzar los objetivos propuestos y responder a la pregunta de investigación.

2.1 Enfoque y diseño

Según Sampieri (2024), el enfoque cualitativo se guía por áreas o temas significativos de investigación, donde en lugar de que la claridad sobre las preguntas de investigación e hipótesis preceda a la recolección y el análisis de los datos, los estudios cualitativos pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y el análisis de los datos. El presente estudio posee un enfoque cualitativo,

ya que busca comprender a fondo las estrategias didácticas que ayudan en la resolución de problemas con números enteros en los estudiantes de la EBR.

Asimismo, presenta un diseño documental, ya que según Tejada (2020), se centra en analizar y sintetizar información existente en diversas fuentes bibliográficas para comprender las estrategias didácticas que ayudan en la resolución de problemas con números enteros en los estudiantes de la EBR. Además, es de tipo informativo, ya que se encarga de mostrar la información relevante sobre un tema específico que proviene de diversas fuentes, en la cual se encuentran estudios en un área del conocimiento específico.

2.2 Técnica

Según Maturrano y Faustino (2021), el fichaje facilita la recolección y redacción de información, hacen más sencillo ordenar y seleccionar los datos, y permiten organizar un archivo de trabajo. Además, conservan los datos para investigaciones futuras y facilitan su acceso cuando sea necesario. Al ser esta una investigación documental utilizamos esta técnica para facilitar el recojo de información.

2.3 Instrumentos

En esta investigación se empleó como instrumento ficheros y registro de páginas. Según Tejada (2020), el fichero es considerado un archivo que contiene fichas, las cuales están ordenadas sobre diversos temas que se tratarán en la investigación. En tanto, el registro de páginas electrónicas describe de manera precisa el contenido de las diversas

páginas que se emplean en nuestra investigación e incluyen las direcciones de acceso. Ambos instrumentos son de utilidad para la presente investigación en la medida en que estos instrumentos permiten organizar y analizar datos numéricos para probar hipótesis y obtener resultados medibles. Estos datos pueden provenir de encuestas, experimentos, análisis de contenido o fuentes secundarias, y se utilizan para identificar tendencias, patrones y relaciones entre variables.

2.4 Análisis e interpretación de los resultados

Respecto al objetivo general, el análisis de las fuentes revisadas permite identificar que las estrategias didácticas eficaces para la enseñanza de los números enteros integran enfoques lúdicos, participación activa de los estudiantes y están centradas en la contextualización del aprendizaje. Según Salas y Morales (2022), el uso de situaciones cotidianas vinculadas al entorno del estudiante facilita la comprensión de los números, al brindar un marco de referencia real y aplicable. Asimismo, Delgado y Rodríguez (2023), mencionan que estas estrategias, enmarcadas dentro de enfoques pedagógicos, permiten que los estudiantes construyan significados a partir de la exploración, el error y el diálogo. En síntesis, las estrategias didácticas más efectivas comparten un enfoque centrado en el estudiante, lo cual contribuye al desarrollo del pensamiento lógico-matemático desde una perspectiva dinámica y participativa.

Respecto al primer objetivo específico, el análisis de las fuentes revisadas sobre el enfoque de resolución de problemas en la Educación Básica Regular (EBR), este se presenta como un componente fundamental para el desarrollo del pensamiento

matemático y la formación de estudiantes autónomos y críticos. Según el Minedu (2022), este enfoque no se limita a la resolución mecánica de ejercicios, sino que promueve un proceso activo de comprensión, planificación, ejecución y verificación de estrategias. En particular, según Zapata y Morales (2021), la EBR peruana ha adoptado el enfoque por competencias, en el cual la resolución de problemas es vista como una situación desafiante que parte de contextos reales y exige la movilización de saberes previos, habilidades y actitudes. En ese sentido, el enfoque de resolución de problemas representa una herramienta didáctica poderosa para lograr aprendizajes profundos y duraderos en matemática.

Respecto al segundo objetivo específico, el análisis de las fuentes revisadas sobre conceptos de los números enteros, su relación con los números naturales, operaciones básicas y sus propiedades, nos permitió identificar una serie de conceptos clave relacionados con la definición y enseñanza, así como su vinculación con los números naturales y las operaciones fundamentales. Según NCTM (2020), los números enteros forman parte de la estructura del sistema numérico y se entienden como una extensión del conjunto de los números naturales, tal como se plantea en la teoría de conjuntos y en la construcción axiomática de los números. Asimismo, según Cantoral (2008), desde la teoría socioepistemológica del conocimiento matemático, este tránsito de los naturales a los enteros se justifica por la necesidad de representar fenómenos del entorno como deudas, temperaturas bajo cero o cambios de nivel. Godino et al. (2007), mencionan que en cuanto a las operaciones básicas, la teoría estructural del álgebra elemental sostiene que los números enteros conservan propiedades como la conmutatividad y asociatividad

en la suma y multiplicación, y que la existencia del elemento opuesto para la suma es lo que diferencia a $\mathbb{Z}$ de $\mathbb{N}$. Estas propiedades, al ser tratadas desde una perspectiva formal, permiten a los estudiantes comprender los números enteros no solo como cantidades, sino como objetos matemáticos que se comportan dentro de un sistema cerrado y coherente.

Respecto al tercer objetivo específico, el análisis de las fuentes revisadas sobre la identificación de estrategias didácticas para superar las dificultades en la resolución de problemas verbales, revela que diversos estudios proponen enfoques centrados en la comprensión estructural del problema. Según Rico y Castro (2021), la estrategia del "análisis semántico de problemas" permite que los estudiantes clasifiquen y comprendan la estructura de los enunciados, favoreciendo una mejor planificación de la solución. Asimismo, Karp y Bush (2019), identificaron que el uso de diagramas, esquemas y tablas facilita la organización de la información, especialmente en problemas con múltiples datos y condiciones. Finalmente, según Litwin (2020), el enfoque de resolución de problemas basado en contextos significativos y cercanos a la realidad del estudiante ha mostrado efectos positivos en su motivación y desempeño, al permitir que transfieran sus conocimientos a situaciones prácticas.

Finalmente, esta investigación destaca la importancia de tener una comprensión teórica sólida de los números enteros, el uso de estrategias pedagógicas activas y la implementación de procedimientos claros para el aprendizaje de las operaciones con números enteros. Asimismo, al integrar estos elementos, se asegura no solo la adquisición de conceptos, sino también la capacidad de aplicarlos de manera efectiva en

situaciones concretas, favoreciendo una participación activa y una comprensión clara de las operaciones.

CONCLUSIONES

En este apartado, se hacen explícitas las conclusiones en relación con el trabajo investigativo llevado a cabo.

Los estudiantes deben construir una comprensión sólida de los números enteros, no solo como símbolos, sino como representaciones de cantidades y situaciones de la vida real. Asimismo, las operaciones básicas con números enteros y sus propiedades deben ser exploradas de manera activa, utilizando diversos recursos y representaciones (números líneas, fichas de colores, etc.) para facilitar la abstracción.

Los problemas verbales con números enteros suelen representar un desafío para muchos estudiantes. Por ello, es crucial que las estrategias didácticas se enfoquen en desarrollar habilidades de comprensión lectora, análisis de la información y selección de la operación adecuada.

La superación de las dificultades en la resolución de problemas verbales requiere estrategias didácticas que promuevan la comprensión profunda del enunciado, el uso de representaciones visuales como diagramas o esquemas, y la vinculación del problema con situaciones reales. Estas estrategias permiten a los estudiantes desarrollar un pensamiento más estructurado y significativo, facilitando la traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático y mejorando así su desempeño en este tipo de tareas.

REFERENCIAS

ABC Color. (2025, 7 de enero). *Recta numérica: multiplicación y división*. ABC Escolar.

<https://www.abc.com.py/escolar/primer-ciclo/matematica/2025/01/07/recta-numerica-multiplicacion-y-division/>

Adrián, Yirda . (Última edición: 14 de junio de 2023 a las 5:28 pm). *Definición de Matemática*. <https://conceptodefinicion.de/matematica/>.

Aguilar, M., Rosas, A., & Molina, J. (2021). *Avances en Matemática Educativa. Teorías Diversas*. Editorial Lectorum.
<https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/Archivos/ProgramaEditorial/AvaME/AMEANo8.pdf#page=128>

Alsina, Á. (2007). *Didáctica de la matemática en educación primaria*. Síntesis.

Amaya García, L. J. (2022). *Dificultades en el aprendizaje de los números enteros en estudiantes de grado séptimo*. *Voces y Realidades Educativas*, 9(1), 27- 41.
<https://vocesyrealidadeseducativas.com/ojs/index.php/vyc/article/view/86>

Andueza-Correa, A., (2023). ¿Cómo ayudaste al estudiantado a resolver su dificultad?: Análisis de las estrategias empleadas por tutores y tutoras de escritura. *Revista Electrónica Educare*, 27(1), 1-19.

Arenas, D. y Ayala, L. (2022). *Uso de herramientas TIC como estrategia didáctica para potenciar la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas de*

los números enteros con los estudiantes de sexto del Colegio San Vicente de Paúl de San Gil. <https://hdl.handle.net/10901/23831>

Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (2011). *A history of mathematics*. John Wiley & Sons.

Cantoral, R. (2008). *Teoría socioepistemológica del conocimiento matemático*. México: Cinvestav.

Carreño Gómez, O. (2020). *Dificultades en la comprensión de problemas matemáticos con números enteros (Trabajo de grado, Universidad Externado de Colombia)*. DOI:10.57998/bdigital/handle.001.2689

Cid Castro, J. D., Godino, J. D., & Batanero, C. (2007). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/2_Sistemas_numericos.pdf

Delgado, R., & Rodríguez, M. (2023). *Estrategias participativas en la enseñanza de la matemática en secundaria*. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 31(1), 45–60.

Díaz, M., & Quintana, K. (2024). *Estilos de aprendizaje y resolución de problemas con números enteros en los estudiantes de la I.E.P. San Roque – Chambará – 2022* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Centro del Perú]. Repositorio institucional de la UNCP. <http://hdl.handle.net/20.500.12894/11027>

Díaz-Pinzón, J. (2021). *Análisis de los resultados de la prueba PISA 2018 en matemáticas para América*. Revista de Investigaciones Universidad del Quindío, 33(1), 104-114.

Dueñas, L., Meza, R. & Meza, K. (2022). *Jamboard y aprendizaje de operaciones básicas con números enteros en estudiantes del CEBA N° 32011 Hermilio Valdizán, Huánuco* 2021.
<https://repositorio.unheval.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13080/7811/2ED.AN016D96.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Fajardo L, González J & Ledezma G. (2022). *Estrategia didáctica basada en actividades lúdicas para el aprendizaje de los números enteros con estudiantes de séptimo grado* . Repositorio de la Fundación Universitaria Los Libertadores.
<https://repository.libertadores.edu.co/server/api/core/bitstreams/21205162-ae1a-4fdb-96cc-45f90362de6e/content>

Furth, H. (1971). *Las ideas de Piaget*. Buenos Aires: Ed. Kapelusz.
<https://docplayer.es/14811683-Resolucion-de-problemas-de-piaget-a-otros-autores.html>

Gallardo E. (2017) *Metodología de la investigación 1era edición Manual autoformativo interactivo*.
http://repositoriodemo.continental.edu.pe/bitstream/20.500.12394/4278/1/DO_UC_EG_MAI_UC0584_2018.pdf

- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). *Fundamentos de la didáctica de las matemáticas*. Granada: Universidad de Granada. Disponible en: <https://www.ugr.es/~jgodino/>
- Godino, J. D., Batanero, C., Burgos, M., & Gea, M. M. (2021). *Una perspectiva ontosemiótica dos problemas e métodos de pesquisa em educação matemática*. Revemop, 3, 1-30. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202107>
- Hernández Martínez, K. V. (2019). *Importancia de las tecnologías de la información y la comunicación (Tic) en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación básica primaria*. Pasto, Nariño: Universidad nacional abierta y a distancia UNAD. <https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/27378/kvhernandezm.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. PNA 13(4), 197-220. <https://doi.org/10.30827/pna.v13i4.8226>
- Ifrah, G. (2000). *The universal history of numbers: From prehistory to the invention of the computer*. Wiley.
- Instituto Nacional de Estadística e Informática (2019). *Indicadores de Resultados Educativos según la Evaluación Censal de Estudiantes 2018*. Lima: INEI. https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/publicaciones_digitales/Est/Lib1680/cap08.pdf

Katz, V. J. (2009). *A history of mathematics: An introduction*. Addison-Wesley.

Loayza-Maturrano, Edward Faustino (2021). El fichaje de investigación como estrategia para la formación de competencias investigativas. *Educare et Comunicare*, 9 (1), 67-77. <https://www.aacademica.org/edward.faustino.loayza.maturrano/22.pdf>

Meneses, J. (2020). *Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Juan Pablo I. Paideia Surcolombiana*, (25), 15–30. <https://doi.org/10.25054/01240307.1722>

Ministerio de Educación del Perú. (s.f.). *Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular*.

Ministerio de Educación del Perú. (2022). *Enseñar y aprender matemática desde el enfoque de resolución de problemas*. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/8910>

Ministerio de Educación del Perú – Unidad de Medición de la Calidad Educativa (2023). *Reporte nacional: Evaluación Muestral de Estudiantes 2022*. Lima: MINEDU. <https://umc.minedu.gob.pe/resultados-em-2022/>

Ministerio de Educación del Perú – Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. (2024). *El Perú en PISA 2022. Informe nacional de resultados*. Lima: MINEDU. <https://umc.minedu.gob.pe/resultadospisa2022/>

- Molina, A., Adamuz, N. & Bracho, R. (2020). La resolución de problemas basada en el método de Polya usando el pensamiento computacional y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria. *Aula abierta*, 49 (1), 83-90.
<https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/198459/83-90.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Moreano Villena, G., Ramos Ascencio, S., Darcourt Márquez, A. L., La Riva, D., Marcos Balabarca, M., Loyola Ochoa, J. C., ... y Olivas Ylanzo, J. H. (2022). *El Perú en PISA 2018: informe nacional de resultados*.
- National Council of Teachers of Mathematics – NCTM. (2020). Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All. Reston, VA: NCTM.
<https://www.nctm.org/Store/Products/Principles-to-Actions--Ensuring-Mathematical-Success-for-All/>
- Ní Ríordáin, M., Neville, C., & Daly, M. (2024). *Language-responsive mathematics teaching and AEN learners in a CLIL context*. *Frontiers in Education*, 9, 1456255.
<https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1456255>
- Niven, I., Zuckerman, H. S., & Montgomery, H. L. (1956). *Introduction to the Theory of Numbers*. Wiley.
- OECD Education GPS. (2023). *Country profile: Peru – PISA 2022*.
<https://gpseducation.oecd.org/CountryProfile?primaryCountry=PER&topic=PI>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2023). *Resultados de PISA 2022 (Volumen I): El rendimiento de los estudiantes en*

- matemáticas, lectura y ciencias*. Nota de país: Perú. OECD Publishing. Recuperado de <https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2022-results-volume-i-and-ii-country-notes/>
- Prediger, S., Erath, K., Weinert, H., & Quabeck, K. (2022). *Only for multilingual students at risk? Differential effects of language-responsive mathematics instruction in a cluster-randomized controlled trial on fractions*. Journal for Research in Mathematics Education, 53(4), 255–276. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-01>
- Peirce, Ch. S. (1977). *Semiotic and Significs: The Correspondence Between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby*, Ch. S. Hardwick (ed.). Bloomington, IN y Londres: Indiana University Press.
- Pérez, L., & Hernández, M. (2015). *Comprensión de problemas aritméticos verbales: del texto al modelo matemático*. Revista de Didáctica Matemática, 21, 21–35.
- Pérez Martínez, F. J. (2023). *Dificultades en el aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas de los alumnos de la ESO y su relación con la discalculia* [Trabajo de fin de máster, Universidad Europea de Madrid]. Universidad Europea de Madrid. <https://titula.universidadeuropea.com/handle/20.500.12880/8256>
- Pérez Porto J. y Merino M. Actualizado el 4 de mayo de 2021. Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones. Disponible en <https://definicion.de/matematicas/>

- Pérez Y Ramírez, R. (2011). *Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Fundamentos teóricos y metodológicos*. Revista de Investigación, Vol. 35 (n.º 73), pp. 169–193
- Rico, Luis (2019). Significar y comprender los sistemas numéricos. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 100, pp. 153-158 .
- Rico, L., & Castro, E. (2021). *Resolución de problemas verbales y comprensión estructural en el aula de matemáticas*. Revista Educación Matemática, 33(2), 75–92. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/matematica/article/view/49231>
- Ruiz C. y Valenzuela M. (2022). *Metodología de la investigación Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2022-04280 ISBN: 978-612-48962-1-7*.
- Russell, B. (1973). *Principia Mathematica* (3.^a ed., Vol. I). Cambridge University Press.
- Salas, J., & Morales, T. (2022). Contextualización de problemas matemáticos en el aula de primaria. Perspectivas Educativas, 40(3), 103–118. Recuperado del repositorio institucional.
- Sánchez, H. (2003). *La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*. Madrid: CCS. p. 170.
- Sánchez y Reyes (1987). *Metodología y Diseño de la Investigación Científica*, Lima UNMSM
- Sepúlveda Dia, E, Torres Delgado, L y Vidal Velásquez, Y. (2023). *Secuencia didáctica: fortalecimiento de las competencias en la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos en la resolución de problemas de suma y resta de números enteros*

a través de una estrategia pedagógica basada en aprendizaje significativo y la herramienta tecnológica Wix, en los estudiantes de grado 702 del colegio Estanislao Zuleta Institución Educativa en el periodo 2022-2023". Universidad de Cartagena. <https://hdl.handle.net/11227/16697>

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. San Diego: Academic Press.

Suyo Huillca, B. (2015). *Selección de estrategias heurísticas para resolver problemas con números enteros en primer grado de secundaria*. [Tesis de licenciatura inédita]. Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa. <https://hdl.handle.net/11042/5959>

Tejada, M (2020) *Manual investigaciones con fines de graduación y titulación - EESPPM* pp 63.

Ticlia, L. (2021). *Estrategias didácticas y la resolución de problemas matemáticos en la educación básica regular: revisiones sistemáticas* [Tesis doctoral, Universidad César Vallejo]. Repositorio institucional de la Universidad César Vallejo. <https://hdl.handle.net/20.500.12692/56468>

Valle, D. (2019). *El módulo de números enteros y la mejora del rendimiento académico del área de matemática en los estudiantes del primer grado de secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2018*. [Tesis de maestría inédita]. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. <https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/3773/TM%20CE->

[Em%204724%20V1%20-%20Valle%20Carbajal%20Dimas.pdf?sequence=1&isAllowed](#)

Vargas, N., Niño, J. & Fernández, F. (2020). *Aprendizaje basado en proyectos mediados por tic para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas*. Boletín Redipe, 9 (3), 167-180.

<https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/943>

Velosa, A., Barrantes, A., & Espinel, L. (2021). *Gamificación mediada por Classcraft, una estrategia para el fortalecimiento de la resolución de problemas desde el abordaje del conjunto de los números enteros* [Trabajo de grado, Universidad de Cartagena]. Repositorio institucional de la Universidad de Cartagena.

<https://hdl.handle.net/11227/14745>

Villota, J., Lizcano, L. y Villota, M. (2021). *Estrategias de aprendizaje para la suma de números enteros: Una mirada desde las plataformas virtuales educativas*. Horizontes pedagógicos, 23(1), 2–12.

<https://doi.org/10.33881/0123-8264.hop.23102>

Westreicher G. (2023). *Matemáticas*. Economipedia. Recuperado de:

<https://economipedia.com/definiciones/matematicas.html>

Enzinger, N. M., Tobias, J. & Olanoff, D. (2020). Prospective teachers' attention to realism and consistency with negative integers, addition, and temperature. Perspectives on Integer Thinking.

Whitehead, A. N., & Russell, B. (1910-1913). *Principia Mathematica* (Vols. 1-3). Cambridge University Press.

Zapata, F., & Morales, C. (2021). *Enfoques didácticos en la enseñanza de la matemática: de lo instrumental a lo reflexivo*. *Revista Iberoamericana de Educación*, 86(2), 159–176. <https://rieoei.org/RIE/article/view/4562>

ANEXOS

ANEXO 01: Matriz de Coherencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	UNIDAD DE ANÁLISIS	CATEGORÍAS	TÉCNICA E INSTRUMENTOS
¿Qué estrategias didácticas ayudan en la resolución de problemas con números enteros en los estudiantes de la EBR?	<i>General:</i> Describir las estrategias didácticas que ayudan en la resolución de problemas con números enteros en los estudiantes de la EBR. <i>Específicos:</i> - Definir los conceptos de los números enteros, su relación con los números naturales, operaciones básicas y sus propiedades. - Proponer estrategias didácticas que puedan ser implementadas para superar las dificultades en la resolución de problemas verbales. - Detallar el proceso didáctico de Polya como método efectivo más usado frente a la enseñanza de la matemática.	Resolución de operaciones con números enteros.	Concepto de Matemática.	Técnica: Fichaje Instrumento: Fichas
			Entendimiento del concepto de números enteros.	
			Problemas verbales con números enteros.	
		Estrategias de aprendizaje.	Método Polya como proceso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas.	

ANEXO 02: Matriz de triangulación

UNIDAD DE ANÁLISIS: Operaciones con números enteros				
CATEGORÍA	FUENTE A	FUENTE B	FUENTE C	CONVERGENCIA / DIVERGENCIAS
CONCEPTO DE MATEMÁTICA	Guillermo (2023) nos menciona que las matemáticas “son una ciencia formal, que estudia la relación entre entes o elementos abstractos, como son los números, los signos y las figuras”	Yirda (2023) nos define que “la matemática es una ciencia lógica deductiva, que utiliza símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos”	Perez y Merino (2021) nos mencionan que “La matemática es la ciencia deductiva que se dedica al estudio de las propiedades de los entes abstractos y de sus relaciones. Esto quiere decir que las matemáticas operan con números, símbolos, figuras geométricas, etc”.	Convergencia: La matemática es una ciencia formal que se ocupa de entidades abstractas y utiliza un método deductivo. Divergencia: Niven, Zuckerman & Montgomery se centran en propiedades aritméticas de los números enteros, mientras que Whitehead y Russell buscan construir un sistema lógico completo, y Rico se enfoca en las relaciones estructurales entre diferentes conjuntos numéricos.

ENTENDIMIENTO DEL CONCEPTO DE NÚMEROS ENTEROS.	El libro "Introduction to the Theory of Numbers" (Niven, Zuckerman & Montgomery, 1956) aborda una variedad de temas fundamentales en esta rama de las matemáticas centrándose en proporcionar una introducción completa y accesible a conceptos clave y teoremas relacionados a los números enteros.	Whitehead y Russell (1910 - 1913) en el libro "Principia Mathematica" no abordan específicamente la relación entre los números enteros y los números naturales de la manera en que estos términos se utilizan comúnmente ya que no los presentan como conceptos separados.	La relación entre números naturales y números enteros se puede entender al extender la operación suma y la relación de orden a los números enteros, junto con sus propiedades y el funcionamiento del producto creando el dominio de integridad, una nueva estructura que sintetiza las propiedades formales del nuevo conjunto e incluye las naturales como su propio subconjunto, del cual es una extensión (Rico, 2019).	Convergencia: Las tres fuentes coinciden en la idea de que los números enteros y naturales son conceptos fundamentales en las matemáticas, que sirven como base para construir sistemas numéricos más complejos y para desarrollar las operaciones aritméticas básicas. Divergencia: Mientras Whitehead y Russell buscan minimizar el papel de la intuición, Niven, Zuckerman y Montgomery la utilizan de manera más abierta.
--	---	---	--	---

PROBLEMAS VERBALES CON NÚMEROS ENTEROS.	Sánchez (2003) nos menciona que “Los problemas verbales son aquellos que, a partir de un enunciado y una base de datos, el estudiante lograra entender desde la comprensión y las diferentes herramientas lógicas formales, el análisis del texto con el fin de lograr su interpretación”.	La resolución de un problema es un acto de conocimiento, es decir una actividad, en contraste con otras actividades como la motivación, la percepción, las operaciones sensoriomotoras y las operaciones concretas; sin embargo cada una de estas son indispensables para que el sujeto se enfrente a la resolución de problemas. (Furth, 1971, pág 133)	Según Pierce (1977) es “una acción o influencia que es o implica una cooperación entre tres sujetos, tales como un signo, su objeto y su interpretante, sin que esta influencia tri-relacional pueda resolverse en absoluto por parejas” (CP: 5.484, 1977).	Convergencia: Las tres fuentes coinciden en la idea de que la resolución de problemas es un proceso cognitivo complejo que involucra múltiples factores. Divergencia: Mientras Sánchez se centra en el lenguaje y la comprensión, Furth se enfoca en los procesos mentales, y Pierce en la semántica y la filosofía.
--	--	--	---	--

UNIDAD DE ANÁLISIS: Estrategias de aprendizaje				
CATEGORÍA	FUENTE A	FUENTE B	FUENTE C	CONVERGENCIAS / DIVERGENCIAS
Polya como proceso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas	Coseriu (1945), resalta que este método no solo busca que los estudiantes encuentren respuestas, sino que fomenta habilidades de pensamiento crítico y lógico.	Schoenfeld (1985), resalta que el método de Polya, al dividir la resolución de problemas en pasos claros, permite a los estudiantes desarrollar no solo habilidades técnicas, sino	Peñaloza (2019, citado en Parado et al., 2021): Subraya que el método es ideal para descomponer problemas complejos en partes más manejables, facilitando la	Convergencias: Las tres fuentes coinciden en la importancia del método de resolución de problemas para desarrollar habilidades cognitivas superiores y facilitar la resolución de problemas complejos. Divergencias: Coseriu enfatiza el desarrollo del pensamiento crítico y

		también un enfoque reflexivo y autónomo para enfrentar desafíos matemáticos.	reflexión y la toma de decisiones.	lógico, Schoenfeld se centra en la construcción de un enfoque reflexivo y autónomo en matemáticas, mientras que Peñaloza destaca la utilidad del método para descomponer problemas complejos.
--	--	--	------------------------------------	---

ANEXO 03: Ficheros electrónicos

Ficha N° 1 (Cita textual)

Problemas verbales

“Los problemas verbales son aquellos que, a partir de un enunciado y una base de datos, el estudiante lograra entender desde la comprensión y las diferentes herramientas lógicas formales, el análisis del texto con el fin de lograr su interpretación”

Sánchez, H. (2003). La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas. Madrid: CCS. p. 170.

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=86695>

Ficha N° 2 (Cita textual)

Comprensión lectora

“la capacidad individual para comprender, utilizar y analizar textos escritos con el fin de lograr sus objetivos personales, desarrollar sus conocimientos y posibilidades y participar plenamente en la sociedad”

OCDE (2009). El programa PISA de la OCDE Qué es y para qué sirve. p 7

<https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>

Ficha N° 3 (Cita textual)

Resolución de problemas

“La resolución de un problema es un acto de conocimiento, es decir una actividad, en

contraste con otras actividades como la motivación, la percepción, las operaciones sensoriomotoras y las operaciones concretas; sin embargo cada una de estas son indispensables para que el sujeto se enfrente a la resolución de problemas.”

Furth, H. (1971) Las ideas de Piaget. Buenos Aires: Ed. Kapelusz.

<https://docplayer.es/14811683-Resolucion-de-problemas-de-piaget-a-otros-autores.html>

Ficha N° 4 (Cita textual)

Semiótica

“una acción o influencia que es o implica una cooperación entre tres sujetos, tales como un signo, su objeto y su interpretante, sin que esta influencia tri-relacional pueda resolverse en absoluto por parejas”

Hardwick, Charles S. y Cook, James (1979). Semiótica y significados: la correspondencia entre Charles S. Peirce y Victoria Lady Welby. Transacciones de la Sociedad Charles S. Peirce 15 (1): 92-97.

Ficha N° 5 (Cita textual)

Matemática

Guillermo (2023) nos menciona que las matemáticas “son una ciencia formal, que estudia la relación entre entes o elementos abstractos, como son los números, los signos y las figuras”.

Westreicher G. (2023). *Matemáticas*. Economipedia. Recuperado de:

<https://economipedia.com/definiciones/matematicas.html>

Ficha N° 6 (Cita textual)

¿Qué son las matemáticas?

Yirda (2023) nos define que “la matemática es una ciencia lógica deductiva, que utiliza símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos. Esta ciencia enseña al individuo a pensar de una manera lógica y por lo tanto a desarrollar habilidades para resolver problemas y tomar decisiones”.

Adrián, Yirda . (Última edición: 14 de junio de 2023 a las 5:28 pm). Definición de Matemática. Recuperado de: <https://conceptodefinicion.de/matematica/>. Consultado el 26 de octubre de 2023

Ficha N° 7 (Cita textual)

Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones.

La matemática es la ciencia deductiva que se dedica al estudio de las propiedades de los entes abstractos y de sus relaciones. Esto quiere decir que las matemáticas operan con números, símbolos, figuras geométricas, etc.

Julián Pérez Porto y María Merino. Actualizado el 4 de mayo de 2021. Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones. Disponible en <https://definicion.de/matematicas/>

Ficha N° 8 (Cita textual)

Entendimiento del concepto de número entero

“los objetos matemáticos son parte del mundo físico y propone que, cuando el pensamiento deductivo no sea suficiente, se recurre al pensamiento natural, al sentido común o a la intuición para dar razones de sustento a lo matemático”.

Herrera, J. L. y Zapatera, A. (2019). El número como cantidad física concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. PNA 13(4), 197-220.

https://repositorioinstitucional.ceu.es/bitstream/10637/10879/1/Numero_PNA_Herrera_2019.pdf

Ficha N° 9 (Cita textual)

Comprender la relación entre números enteros y números naturales

“aquellos que se obtienen a partir de 0 e incrementando 1 en cada paso que, por tanto, obedecen a la inducción matemática. Si n es un número finito, $n+1$, al que se llama sucesor

de n es también finito y distinto de n (...) Esto es, los números finitos son aquellas clases que no son semejantes a las partes de sí mismas que se obtienen quitando términos singulares.”.

Ficha N° 10 (Cita paráfrasis)

Whitehead y Russell (1910 - 1913) en el libro "Principia Mathematica" no abordan específicamente la relación entre los números enteros y los números naturales de la manera en que estos términos se utilizan comúnmente ya que no los presentan como conceptos separados.

Ficha N° 11 (Cita parafraseada)

al extender la operación suma y la relación de orden a los números enteros, junto con sus propiedades y la funcionamiento del producto creando el dominio de integridad, una nueva

estructura que sintetiza las propiedades formales del nuevo conjunto e incluye las naturales como su propio subconjunto, del cual es una extensión (Rico, 2019)

Ficha N° 12 (Cita parafraseada)

En educación primaria, resta se utiliza para significar restar, cortar o eliminar números naturales. Sin embargo, a medida que nos adentramos en el ámbito de los números enteros, se vuelve más importante enfatizar el significado de la diferencia en términos de lo que queda fuera o en exceso de un número para que sea igual a otro (Rosas, 2021).

ANEXO 04: Registro de páginas web

Motor de búsqueda	Palabra clave	Título	Autor	Fecha de publicación	Dirección de página	Información encontrada
Google web	Didáctica, matemáticas, nuevas tecnologías de la educación.	Uso de herramientas TIC como estrategia didáctica para potenciar la resolución de problemas matemáticos con operaciones básicas de los números enteros con	Diego Fernando Arenas Suarez y Laura Sofía Ayala Ramírez	2022	https://repository.unilibre.edu.co/bitstream/handle/10901/23831/Trabajo%20de%20grado.pdf?sequence=1&isAllowed=y	Antecedente de la investigación

		los estudiantes de sexto del Colegio San Vicente de Paúl de San Gil.				
Google web	Enseñanza matemática, problemas verbales.	La enseñanza de la matemática. fundamentos teóricos y bases psicopedagó gicas	Juan Carlos Sánchez Huete y José Antonio Fernández Bravo	2003	https://dialnet.unirioj.es/servlet/libro?codigo=86695	Definición de problemas verbales
Google web	Programa PISA.	El programa PISA de la OCDE Qué es y	ORGANIZA CIÓN PARA LA COOPERACI	2009	https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf	Definición de Comprensión lectora

		para qué sirve.	ÓN Y EL DESARROL LO ECONÓMIC OS (OCDE).			
Google web	Resolución de problemas	Resolución de problemas: de Piaget a otros Autores,	JacKeline García Fallas	1971	https://doc player.es/ 14811683 = Resolucio n-de- problemas -de- piaget-a- otros- autores.ht ml	Definición de resolución de problemas
Google web	Semiótica	Semiótica y significados:	Hardwick, Charles S. y	1979	https://phi lpapers.or	Definición de semiótica.

		la corresponde ncia entre Charles S. Peirce y Victoria Lady Welby.	Cook, James		g/rec/HARSAS-12	
Google web	Matemática	Matemática	Westreicher Guillermo	2023	https://enomipedia.com/definiciones/matematicas.html	Definición de la Matematica
Google web	Matemática	¿Qué son las matemáticas ?	Adrian Yirda	2023	https://conceptodefinicion.de/matematica	Definición de la Matemática
Google	Suma	Avances en	Aguilar, M.,	2021	https://www	Resta de números

Scholar	Resta Números enteros	Matemática Educativa. Teorías Diversas	Rosas, A., & Molina, J.		<a href="http://w.cicata.i
pn.mx/ass
ets/files/ci
cata/ProM
E/docs/Ar
chivos/Pro
gramaEdit
orial/Ava
ME/AME
ANo8.pdf
#page=12
8">w.cicata.i pn.mx/ass ets/files/ci cata/ProM E/docs/Ar chivos/Pro gramaEdit orial/Ava ME/AME ANo8.pdf #page=12 8	enteros
Google web	Definición de la matemática	Matemáticas - Qué es, tipos, elementos, ramas y aplicaciones.	Julián Pérez Porto y María Merino	2021	https://def inicion.de/ matematic as/	Definición de la matemática

Google Scholar	Operaciones básicas Enteros	Aprendizaje basado en proyectos mediados por tic para superar dificultades en el aprendizaje de operaciones básicas matemáticas.	Vargas, N., Niño, J. & Fernández, F.	2020	file:///C:/Users/usuario_pabelonq/Downloads/Diagnóstico de Aprendizaje Basado en Proyecto Mediado por TIC para Superar Dificultades en el Aprendizaje de Operaciones Básicas Matemáticas.pdf	Análisis e interpretación de los resultados
Google Scholar	Matemáticas Polya Aprendizaje	La resolución de problemas basada en el método de	Molina, A., Adamuz, N. & Bracho, R.	2020	https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/198459	Análisis e interpretación de los resultados

		Polya usando el pensamiento computacion al y Scratch con estudiantes de Educación Secundaria			/83-90.pdf?sequence=1&isAllowed=y	
Google Scholar	Números enteros Dificultad	El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los	Herrera, J. L. y Zapatera, A.	2019	https://repositorioinsitucional.ceu.es/bitstream/10637/10879/1/Numero_PNA_Herrera_2019.pdf	Análisis e interpretación de los resultados

		números enteros.				
Google Scholar	Multiplicación Números enteros	Diseño y aplicación de secuencias didácticas para fortalecer el aprendizaje de los números enteros y operaciones básicas: suma y multiplicación en estudiantes de séptimo	Meneses, J.	2020	https://journal.usco.edu.co/index.php/paidia/article/view/1722/3975	Multiplicación de números enteros

		grado de la Institución Educativa Juan Pablo I.				
Google Scholar	Investigación	Metodología de la investigación 1era edición Manual autoformativo o interactivo.	Gallardo E.	2017	http://repositoriodematerial.eduprimerosiglo.com/bitstream/handle/20.500.12394/4278/1/DO_UCEG_MAI_UC0584_2018.pdf	Enfoque y diseño de la investigación
Google Scholar	Educación matemática	Una perspectiva ontosemiótica	Godino, J. D., Batanero, C.,	2021	https://periodicos.ufop.br/revista-mop/articulo.php?mop=1&art=1	Análisis e interpretación de los resultados

		a dos problemas e métodos de pesquisa em educação matemática.	Burgos, M., & Gea, M. M.		e/view/48 48/3773	
--	--	--	-----------------------------	--	---------------------------------------	--