5% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Texto citado
- Coincidencias menores (menos de 16 palabras)

Exclusiones

- N.º de coincidencias excluidas

Fuentes principales

4% Fuentes de Internet
0% Publicaciones
3% Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alertas de integridad para revisión

No se han detectado manipulaciones de texto sospechosas.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Fuentes principales

4% Fuentes de Internet
0% Publicaciones
3% Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Fuentes principales

Las fuentes con el mayor número de coincidencias dentro de la entrega. Las fuentes superpuestas no se mostrarán.

1	Internet	repositorio.unapiquitos.edu.pe	1%
2	Internet	hdl.handle.net	1%
3	Internet	www.donboscochacas.org	<1%
4	Internet	repositorio.une.edu.pe	<1%
5	Trabajos entregados	Universidad Nacional de Cajamarca on 2025-09-02	<1%
6	Publicación	Esteban Mauricio Castillo Noboa, Juan Carlos Santillán-Lima. "Transformación de ...	<1%
7	Internet	vsip.info	<1%
8	Internet	www.colegiorazuri.edu.pe	<1%
9	Trabajos entregados	Universidad Cesar Vallejo on 2018-08-28	<1%
10	Trabajos entregados	Universidad de Piura on 2022-07-12	<1%
11	Publicación	Paula Andreea Stînga. "La enseñanza-aprendizaje del español como lengua extra...	<1%

12 Trabajos entregados

monterrico on 2023-12-19 <1%

13 Internet

repositorio.uladech.edu.pe <1%

14 Trabajos entregados

uncedu on 2024-03-15 <1%

15 Trabajos entregados

Pontificia Universidad Catolica del Peru on 2018-11-06 <1%

ESCUELA DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICA PÚBLICA MONTERRICO

PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

MONTERRICO
Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública

GAMIFICACIÓN PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO DE SECUNDARIA

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

DAVILA BERNAL, Teofilo Daniel
REATEGUI SOLIS, Miguel Jesus

ASESORA:
MG. LEIVA HUISA, Karin Rocío

Lima, 2025

ÍNDICE

RESUMEN

Esta investigación respondió a una problemática identificada en una Institución Educativa de la UGEL 07, basándose en evaluaciones estandarizadas, las cuales mostraron resultados desfavorables con relación a la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio; en el área de matemática. Por ello, se tuvo como objetivo general determinar que la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de secundaria de una institución educativa del distrito de Miraflores. La línea de investigación fue innovación y didáctica; con enfoque cuantitativo, de diseño cuasi experimental y tipo aplicada. Además, se tuvo como muestra dos grupos de educación secundaria que responden al grupo experimental con 30 estudiantes y al grupo control con 22 estudiantes. El recojo de la información se realizó utilizando la técnica de la encuesta y la prueba escrita como instrumento. El análisis de los datos obtenidos se llevó a cabo con una estadística de nivel descriptivo y otra de nivel inferencial, obteniendo como resultados que la aplicación de la estrategia de gamificación favorece el desarrollo de dicha competencia en estudiantes de cuarto grado de una institución del distrito de Miraflores.

Palabras clave: *Gamificación, competencia, matemática, aprendizaje.*

ABSTRACT

This research responded to a problem identified in an Educational Institution of the UGEL 07, based on standardized evaluations, which showed unfavorable results in relation to the resolution of problems of regularity, equivalence and change; in the area of mathematics. Therefore, the general objective was to determine that the application of the gamification strategy develops the ability to solve problems of regularity, change and equivalence in fourth grade high school students of an educational institution in the district of Miraflores. The line of research was innovation and didactics; with quantitative approach, quasi-experimental design and applied type. In addition, the sample consisted of two groups of secondary school students, the experimental group with 30 students and the control group with 22 students. The information was collected using the survey technique and the written test as an instrument. The analysis of the data obtained was carried out with descriptive and inferential statistics, obtaining as results that the application of the gamification strategy favors the development of this competence in fourth grade students of an institution in the district of Miraflores.

Keywords: *Gamification, competence, mathematics, learning.*

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo está direccionado a comprobar la efectividad que tiene la aplicación de la gamificación como estrategia de enseñanza en el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio a través de un estudio de nivel experimental. A continuación, se presenta la estructura de esta investigación.

El primer capítulo contempla el planteamiento del problema de nuestro estudio, resaltando las necesidades que existen a nivel internacional, nacional y local; las cuales están relacionadas con los bajos niveles de aprendizaje y desarrollo de las competencias del área de matemática, en específico en la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Asimismo, este capítulo presenta nuestra pregunta de investigación y la justificación teórica, metodológica y práctica.

En el segundo capítulo se presentan los antecedentes nacionales e internacionales que fundamentan esta investigación, así como las bases teóricas de nuestras variables de investigación: la estrategia de enseñanza que se propone aplicar y la necesidad que se busca atender, en este caso la competencia matemática ya mencionada.

El tercer capítulo muestra el marco metodológico que direcciona el presente trabajo. Se describen el paradigma y enfoque, tipo y diseño de investigación, así como los objetivos, hipótesis y descripción de las variables a estudiar. También se presenta la población y muestra objeto de estudio, la técnica y el instrumento de investigación y, las consideraciones éticas y limitaciones.

En el cuarto capítulo se dan a conocer los resultados y discusión de estos utilizando estadística descriptiva e inferencial.

En el quinto capítulo se presentan las conclusiones y en el último capítulo se presentan las recomendaciones.

Finalmente, se incluye la tabla de coherencia que presenta la formulación del problema, metas, hipótesis y el instrumento propuesto con los indicadores a elaborar, junto con la propuesta pedagógica y las sesiones realizadas en este estudio.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desarrollo de las competencias matemáticas representa parte fundamental en la formación básica de la persona para su contribución a la sociedad. Según Castillo y Santillán (2023) "la matemática, a lo largo de la historia, ha sido un pilar crucial para el desarrollo de la humanidad, contribuyendo a la resolución de problemas en campos tan diversos como la física, la ingeniería, la economía y la ciencia" (p. 3). En este sentido, el ser humano cuando se relaciona con su entorno, utiliza las matemáticas aplicadas en distintos aspectos de su vida cotidiana, lo cual representa la necesidad de poder desarrollar las competencias matemáticas para resolver problemas. Según el Banco Interamericano de Desarrollo y el Banco Mundial (2024), sobre los resultados de la prueba PISA 2022, "en promedio, en toda la región, solo el 25 % de los estudiantes alcanzaron la competencia básica en matemáticas" (p. 16); es decir, solo uno de cada cuatro estudiantes de América Latina ha logrado alcanzar un nivel básico en la competencia matemática, lo cual genera una profunda preocupación en el ámbito educativo y la necesidad de atender esta problemática; es por ello que, el presente trabajo sigue la línea de investigación de innovación y didáctica.

Por otro lado, Quiroga (2020) señala que, una causa primaria de estas dificultades es la práctica pedagógica implementada; es decir, la continuación de metodologías tradicionales dentro del aula; por lo cual, como solución plantea que el docente debe centrar su preocupación para la realización de una secuencia didáctica que desarrolle las diferentes competencias propuestas en el perfil de egreso de los estudiantes de la Educación Básica Regular (EBR). Ello se puede lograr mediante el uso de distintos recursos y herramientas digitales, como: GeoGebra, Desmos, Kahoot, entre otros. Sin embargo, la falta de capacitación docente es un obstáculo que aún se debe superar, limitando a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, ya que estarían recibiendo una educación tradicional donde el docente imparte las lecciones y no permite que los estudiantes generen aprendizajes significativos por ellos mismos. Según Blanco (2024), quien realizó una encuesta, obtuvo como resultado que el 5% de docentes está poco familiarizado con las herramientas y aplicaciones tecnológicas, mientras que el 55% de docentes están familiarizados en un nivel básico con las TICs. Esto conlleva al mal uso de las herramientas tecnológicas, lo cual terminaría siendo perjudicial para los estudiantes de la EBR, debido a que durante las clases no generaría motivación alguna en los momentos de enseñanza, ni produciría aprendizajes significativos; llevando a que el estudiante olvide fácilmente lo que se le enseñó.

Por otra parte, se sabe que desarrollar la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio es un desafío global en la educación matemática por lo compleja que puede llegar a ser la comprensión de los contenidos matemáticos que la componen. Sin embargo, su desarrollo presenta desafíos significativos, como lo evidencian estudios internacionales. Uno de ellos es el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE); el cual mide las habilidades de los jóvenes de 15 años en matemáticas, ciencias y lectura. Dicha prueba mostro que, en el año 2018, solo el 10% de los estudiantes alcanzaron niveles avanzados en la competencia matemática, que incluyen habilidades como la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Según Ramos (2021), uno de los errores clásicos en el aprendizaje del álgebra, está relacionado con el desarrollo del cuadrado de un binomio, esto se evidencia en que más del 50% de estudiantes evaluados de octavo grado afirman lo siguiente: $(a+b)^2 = a^2 + b^2$; ello refleja la creencia de un procedimiento incorrecto por parte del estudiante. Con lo anteriormente mencionado se revela la comprensión superficial que tienen los estudiantes en relación a las reglas algebraicas y una falta de dominio en los procedimientos para resolverlas; esta deficiencia no solo impide resolver correctamente situaciones matemáticas algebraicas, sino que también limita el reconocimiento de patrones, relaciones y equivalencias; componentes esenciales de la competencia en mención. El problema además se agrava cuando el aprendizaje se basa exclusivamente en la memorización de fórmulas sin alguna comprensión profunda de su origen o aplicación contextualizada. Otro de los principales factores asociados a esta dificultad, es que los docentes tienen poca implementación en materiales didácticos, estrategias o técnicas que faciliten el proceso de aprendizaje de sus estudiantes.

Gutierrez (2021) señala que el material didáctico es indispensable para el desarrollo de las clases, porque despierta el interés en sus estudiantes y les facilita el aprendizaje; pero la falta de estos recursos didácticos y estrategias idóneas por parte de los docentes repercute negativamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje; dado que el álgebra implica un alto nivel de abstracción, por lo que los estudiantes requieren apoyos visuales, manipulativos y situaciones significativas que les permitan conectar los conceptos con experiencias concretas. Es por ello que la ausencia de estas herramientas limita el desarrollo efectivo de la competencia, ya que los estudiantes no logran establecer regularidades, ni comprender los cambios y equivalencias en distintas representaciones algebraicas.

Por otro lado, se considera también el Estudio Internacional de Tendencias en Matemática (TIMSS), el cual evalúa el rendimiento de estudiantes de cuarto y octavo grado en matemáticas y ciencias, quienes tienen edades de 10 y 14 años respectivamente. Esta prueba, realizada cada cuatro años por la Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo (IEA), tuvo una estructura de 204 ítems distribuida en cuatro dominios de contenido relacionados a las competencias matemáticas del sistema educativo peruano: geometría y medición, datos y probabilidad, números, y álgebra (von Davier, et al., 2024). Según Philpot et al. (2021), la cantidad de ítems del dominio de álgebra evaluados en la prueba de octavo grado de matemática del TIMSS fueron proporcionales al 30% de todos los ítems de la prueba y estuvieron relacionados a campos temáticos como operaciones con expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones lineales, y sistemas de ecuaciones en un 20%, así como relaciones y funciones, de tipo lineal y cuadrática en un 10%. Respecto a los resultados, Morera (2025) menciona que existe una tendencia a la baja de los resultados obtenidos en el área de matemática con respecto al año 2019.

Los estudios de PISA han destacado que una porción considerable de estudiantes tiene dificultades para resolver problemas matemáticos complejos, especialmente aquellos que requieren el manejo de relaciones y patrones. Estas evaluaciones muestran que los estudiantes tienen más éxito en problemas rutinarios, pero enfrentan grandes dificultades cuando deben aplicar sus conocimientos en contextos nuevos o abstractos. El TIMSS también resalta este problema, indicando que muchos estudiantes en los niveles secundarios no logran consolidar habilidades relacionadas con la identificación de patrones y cambios matemáticos, lo que es crucial para resolver problemas en áreas como el álgebra y la geometría. En muchos sistemas educativos, la enseñanza de las matemáticas se ha centrado tradicionalmente en el dominio de procedimientos mecánicos, sin un enfoque suficiente en la comprensión conceptual, esto conduce a que los estudiantes logren resolver problemas simples siguiendo instrucciones repetitivas, pero tienen como consecuencia el no ser capaces de aplicar sus conocimientos a situaciones más complejas o novedosas que tengan un mayor nivel de exigencia. El uso limitado de estrategias efectivas de resolución de problemas, como la identificación de relaciones entre variables o el análisis de patrones es otro factor clave que obstaculiza el desarrollo de esta competencia.

En el contexto nacional, la Evaluación Muestral (EM), tomada en el año 2022 a estudiantes que cursaban el segundo grado de educación secundaria y que para el año 2024 se encontraban en el cuarto grado de educación secundaria, recoge datos acerca del nivel de logro de los aprendizajes de los estudiantes a nivel nacional en distintas áreas y grados como segundo, cuarto y sexto grados de primaria, y a estudiantes de segundo grado de secundaria de la EBR; una de estas áreas es matemática. En dicha área, en el segundo grado de educación secundaria, los resultados muestran que un 30,3 % de los estudiantes se encuentran en un nivel previo al inicio y un 36,8 % en el nivel de inicio con respecto a los logros de aprendizaje esperados. Con respecto a la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, los porcentajes previamente mostrados se traducen de tal forma que, en el nivel previo al inicio, el estudiante fue capaz de emplear estrategias sólo para hallar valores desconocidos en una igualdad representada a través de símbolos o íconos; y, en el nivel de inicio, los estudiantes interpretan relaciones que contengan equivalencias y estén relacionadas al equilibrio usando dos o tres variables y emplean estrategias intuitivas con el objetivo de establecer un término cercano siguiendo un patrón aditivo o de repetición que incluya hasta dos atributos.

Estos resultados demuestran que los estudiantes de segundo grado de secundaria permanecen lejos de alcanzar el estándar de aprendizaje propuesto por el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB) al finalizar el ciclo VI:

> Resuelve problemas referidos a interpretar cambios constantes o regularidades entre magnitudes, valores o entre expresiones; traduciéndolas a

patrones numéricos y gráficos, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y afín, y relaciones de proporcionalidad directa e inversa. [...] Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, métodos gráficos y procedimientos matemáticos para determinar el valor de términos desconocidos en una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas y dar solución a ecuaciones e inecuaciones lineales, y evaluar funciones lineales. [...] (p. 139).

Entonces, al realizar la comparación de los logros de aprendizaje alcanzados en la EM 2022 y el estándar de aprendizaje que representa el nivel de logro de la competencia esperado en el segundo grado de educación secundaria, se evidencia una brecha significativa y alarmante con respecto al desarrollo actual de la competencia antes indicada.

Por otro lado, el Minedu (2023), en el informe de los resultados de la EM 2022 de Lima Metropolitana con respecto al segundo grado de educación secundaria en el área de matemática, señala que “los estudiantes tienen dificultades para interpretar las relaciones que se pueden establecer entre las variables de una función representada gráficamente”. Ello evidencia la necesidad de atender la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; y de comparar en base a nuestra práctica docente cómo se encuentran las estudiantes que en el año 2022 fueron evaluadas con dicha prueba.

El desarrollo de esta competencia enfrenta desafíos significativos en una institución educativa del distrito de Miraflores, lo cual se evidencia en los resultados de la evaluación diagnóstica denominada como Análisis Situacional de la Situación de Aprendizajes de los Estudiantes (ASAE) 2024, realizada en dicha institución por la UGEL 07 San Borja. Los resultados muestran que más del 50% de estudiantes del cuarto grado de educación secundaria se encuentran en el nivel inicio del desarrollo de dicha competencia y tan solo un 16% en el nivel logrado. Ello demuestra que la mayoría de los estudiantes de esta institución no han desarrollado la competencia al nivel esperado, lo cual genera la necesidad por atender esta problemática.

Socas (1997) citado por De Haro (2022), separa las dificultades del aprendizaje del álgebra en cinco categorías: a) dificultades asociadas a la complejidad de las matemáticas, b) dificultades asociadas a las rupturas en relación a los modos de pensamiento matemático, c) dificultades asociadas a los procesos de enseñanza en Matemáticas, d) dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo y e) dificultades asociadas a actitudes emocionales hacia las matemáticas. Esta base teórica nos indica las posibles causas que no permiten que los estudiantes desarrollen la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio previo al cuarto grado de educación secundaria y genera nuevas dificultades al momento que los estudiantes cursen el grado en mención, tales como: problemas al momento de conectar los conocimientos matemáticos previos necesarios para aprender un nuevo tema; la ausencia de relación que se da entre los contenidos abstractos que ofrece el desarrollo de la competencia y la vida cotidiana; la falta de capacitación por parte del docente para que aborde nuevas formas de planificar la enseñanza de la matemática y el desarrollo de la competencia mencionada.

A consecuencia de la pandemia por la COVID-19 declarada en el 2020 en el Perú se evidenció la necesidad de un cambio en el sistema educativo peruano; la Contraloría de la República (2021) afirma que, a raíz de dicha situación es imperante reconocer que el sistema educacional necesita una transformación enfocada en el desarrollo integral de los estudiantes logrando fortalecer su autonomía. En este sentido, se deduce un significativo retroceso en el aprendizaje de las matemáticas a través de los resultados de la EM 2022 y la evaluación diagnóstica realizada en la institución educativa.

Teniendo en cuenta ello, la actual investigación nace a partir de la oportunidad y el deseo de proponer diversos materiales, tanto concretos como digitales, para que los estudiantes puedan mejorar su rendimiento escolar. Se estudiará la efectividad de la aplicación de una estrategia de enseñanza desde la línea teórica propuesta por Werbach y Hunter (2012), quienes elaboraron una estructura de la estrategia de Gamificación y su aplicación en diversos ámbitos como la educación, con el objetivo de integrar sus tres elementos: dinámica, estética y mecánica. Estos elementos se pueden introducir en la planificación y ejecución de una sesión de aprendizaje, permitiendo aplicar la estrategia y que funcione como una pieza clave en la enseñanza de la matemática, no solo viéndola como un método de enseñanza que se use en un entorno virtual, sino también generando espacios donde los materiales concretos contribuyan a la gamificación en el marco del desarrollo de competencias matemáticas en el nivel secundaria. Desde esta perspectiva, la presente investigación busca comprobar la eficacia de la estrategia aplicada en un contexto no habitual tomando en cuenta los aspectos teóricos de la gamificación.

La presente investigación se realizó mediante un diseño cuasi experimental, lo cual permitió observar en qué medida desarrolla una competencia matemática la aplicación de la estrategia de Gamificación. Este diseño se escogió debido a que facilita la comprensión de los resultados mediante la comparación de dos grupos: uno experimental y otro de control, el cual puede ser replicado en contextos similares donde se busque comprobar la efectividad de la aplicación de algún experimento. Asimismo, el instrumento utilizado fue elaborado específicamente para esta investigación, validado por un juicio de expertos y pasó por un proceso de confiabilidad mediante la aplicación de una prueba piloto. Este instrumento puede ser replicado para futuras investigaciones relacionadas a la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, ya que fue diseñado para identificar cómo se movilizan las capacidades en la resolución de problemas matemáticos en función a los desempeños del cuarto grado de educación secundaria descritos en el Programa curricular del nivel secundaria.

Asimismo, esta estrategia de enseñanza ha trascendido por su eficacia en distintos niveles de la EBR, y obra como un gran soporte en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. González (2021) afirma, a través de un estudio donde aplican esta estrategia, el éxito de la gamificación y la importancia de seguir investigando acerca de ella. En este sentido, el Marco de Buen Desempeño Docente (2014), señala que el maestro debe buscar ser un agente de cambio al reconocer la influencia que tienen sus palabras y acciones en la formación de los estudiantes, así como también los métodos y herramientas que utiliza para el desarrollo de las competencias de los estudiantes. Es por ello que se considera relevante investigar la validez de la aplicación de esta estrategia para desarrollar una competencia en específico, la cual comprende el dominio de conocimientos matemáticos más abstractos y que por su complejidad suelen generar un impacto de mayor dificultad para su comprensión. A través de ello, se busca aportar a los docentes de nivel secundaria con estrategias innovadoras en su práctica pedagógica, para obtener mejores resultados de aprendizaje en sus estudiantes.

Por todo lo mencionado anteriormente podemos plantear la siguiente pregunta de investigación: ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?

A partir de nuestra pregunta general, obtenemos nuestras preguntas especificas:

- ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?
- ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?
- ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?
- ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO-CONCEPTUAL

2.1. Antecedentes De Estudio

Para el desarrollo de la presente investigación, se ha tomado en cuenta diversas investigaciones internacionales y nacionales realizadas con anterioridad, las cuales guardan cierta similitud con la presente investigación y contribuyen con información significativa.

Antecedentes Internacionales

Rubiano (2023) elaboró una investigación con el objetivo de mejorar el rendimiento en los resultados de aprendizaje asociados a los diferentes niveles de la taxonomía de Bloom. La investigación fue de enfoque cuantitativo y diseño experimental, con un tipo de diseño cuasi experimental; no se especifica el número exacto de estudiantes en el resumen consultado, pero se indica que participaron estudiantes de séptimo grado del Instituto Técnico de Oriente. Emplearon un pretest diagnóstico y un postest para evaluar el aprendizaje antes y después de la intervención gamificada. Además, se diseñó una secuencia didáctica con actividades gamificadas. Luego de dicha aplicación se obtuvieron resultados positivos, comprobando que la implementación de estrategias pedagógicas apoyadas en la gamificación fortaleció el aprendizaje de los números racionales, permitiendo a los estudiantes superarán dificultades en la resolución de problemas relacionados con la suma de estos números. La similitud entre el proyecto mencionado anteriormente y el nuestro, es que se utiliza la gamificación como estrategia para mejorar el aprendizaje de las matemáticas; adicional a ello, la metodología usada es igual a la nuestra.

Ordóñez (2022) elaboró una investigación con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, en específico de operaciones con números racionales en sus distintas representaciones a través de la estrategia de gamificación. El diseño utilizado en la investigación fue cuasi experimental y se aplicó en 17 estudiantes de entre 11 y 12 años, quienes conformaron el grupo experimental. Luego de dicha aplicación se obtuvieron resultados positivos, evidenciado en el incremento de las puntuaciones de la evaluación final con respecto a la evaluación diagnóstica de todos los estudiantes del grupo experimental, hecho que no ocurrió con el grupo de control, quienes se mantuvieron, en su mayoría, en un mismo rango de puntajes en ambas evaluaciones. La similitud entre el proyecto mencionado anteriormente y el nuestro, es que también utilizan la gamificación como estrategia para mejorar el aprendizaje de las matemáticas; adicional a ello, emplean un tipo de diseño cuasi experimental.

En el ámbito internacional, Sagñay Rea (2021) elaboró una investigación en Riobamba, Ecuador. Dicha investigación tuvo como objetivo desarrollar una metodología de gamificación para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de matemáticas en los estudiantes de educación básica superior de la Unidad Educativa Intercultural Ambrosio Lasso. Además, utilizó un diseño experimental de tipo cuasi experimental, obteniendo resultados positivos al momento de comparar los logros de aprendizaje del grupo de control y el grupo experimental. Él aplicó tres instrumentos de evaluación: cuestionario, prueba objetiva y ficha de observación a una muestra poblacional de 30 estudiantes de entre 12 y 14 años de edad. Los resultados obtenidos luego de la aplicación de la propuesta pedagógica relacionada a la gamificación fueron favorables. Ello se evidenció en el contraste de los resultados de la evaluación del post test entre el grupo experimental y el grupo de control, siendo el primer grupo el que obtuvo promedios más altos y homogéneos). Esta investigación tiene semejanzas con la nuestra, ya que buscó comprobar que la gamificación tiene un impacto positivo en la enseñanza de la matemática. Además, el estudio se aplica a un grupo de edades similares al 3º grado de secundaria en nuestro sistema educativo local y, el diseño y el tipo de investigación son iguales.

Otra investigación que se considera como antecedente internacional es la realizada por Espín (2021), la cual tuvo como finalidad obtener evidencias del nivel de eficiencia de la gamificación empleada dentro del ámbito educativo como una estrategia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática en estudiantes de bachillerato. Este estudio utilizó un enfoque cuantitativo y un diseño cuasi experimental, con una población de 70 estudiantes. Luego de aplicar la propuesta pedagógica utilizando esta estrategia, el promedio del grupo experimental en el instrumento de investigación, aumentó de 16,72 a 28,97 puntos de 32; lo cual indica que la aplicación de la estrategia fue eficaz, existiendo también diferencias significativas con respecto al grupo control. La semejanza entre el presente proyecto y el nuestro, es que también utilizan la gamificación para mejorar el aprendizaje de las matemáticas; adicional a ello, emplean un tipo de diseño idéntico al nuestro, con dos grupos de muestra, un grupo experimental, al cual se le aplica la variable independiente y un grupo de control, el cual no recibe la aplicación de ninguna metodología o experimento.

Antecedentes Nacionales

3 La tesis realizada por Acosta et al. (2023), enfocada en mejorar la resolución de problemas de forma, movimiento y localización en estudiantes de primero de secundaria de una Institución Educativa de la UGEL 07, mediante la aplicación de la gamificación; su muestra es 33 estudiantes de primer grado de la mencionada institución educativa. La investigación presentada tuvo como diseño el de un proyecto de innovación educativa y un enfoque cualitativo, la cual, al aplicarse, ofreció resultados positivos en el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de forma, movimiento y localización. Las semejanzas encontradas entre esta investigación y la nuestra es que ambas utilizan la gamificación para mejorar el aprendizaje de la matemática. Por otro lado, las diferencias recaen en el diseño y enfoque de investigación. Además, se diferencian en la competencia que atienden ambas investigaciones.

Otro antecedente nacional a considerar es la tesis de maestría elaborada por Domínguez (2023), la cual tuvo como objetivo establecer cuán eficaces son las estrategias de gamificación para lograr capacidades matemáticas en estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa de gestión pública. Esta investigación tiene un diseño preexperimental y un enfoque cuantitativo, además, tuvo como muestra los 30 estudiantes del cuarto grado de primaria de una sección en específico de una escuela pública. A través del análisis de los resultados obtenidos al aplicar sus instrumentos de investigación, ellos determinaron que la gamificación influye de manera significativa en el desarrollo de las capacidades matemáticas. La similitud entre el proyecto mencionado anteriormente y el nuestro, es que se utiliza la gamificación como estrategia para mejorar el aprendizaje de las matemáticas; adicional a ello, la metodología usada es igual a la nuestra. En cuanto a las similitudes, la investigación presentada y la nuestra se asemejan en el diseño y el enfoque, siendo ambos de diseño experimental y cuantitativos. Además, ambos aplican la gamificación para obtener resultados que demuestren su influencia en el desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes. Por otro lado, el tipo de investigación es distinto, siendo la investigación mostrada de tipo pre experimental y la nuestra cuasi experimental. Se diferencian en el nivel educativo en el que se aplican, ya que nuestra investigación está proyectada a aplicarse en el nivel secundaria, mientras que la tesis presentada como antecedente fue aplicada en el nivel primario.

Salinas (2023) elaboró una investigación con el objetivo de determinar la influencia de la aplicación de la gamificación como estrategia en el desarrollo de las competencias en el área de matemáticas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de la Institución Daniel Alomía Robles. La investigación fue de enfoque cuantitativo, con un diseño experimental y de tipo de diseño preexperimental aplicada y nivel explicativo; la población fue de 130 estudiantes y su muestra fue de 30 estudiantes seleccionados de 4° grado de secundaria. Se utilizó la observación experimental y pruebas de competencias matemáticas aplicadas antes y después de la intervención; se emplearon plataformas tecnológicas como Educaplay, Kahoot y Genially para las actividades gamificadas. El principal hallazgo fue que la aplicación de la gamificación influyó significativamente y de manera positiva en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes, evidenciando mejoras notables tras la intervención gamificada. Respecto a las similitudes, la primera es que utilizaron la gamificación como estrategia pedagógica; la segunda similitud, es la población y la muestra en la que se aplicó el experimento, la tercera semejanza es el marco metodológico de la investigación.

Otra investigación que también se considera es la realizada por Calcina (2021).
12 Esta investigación tuvo como objetivo mejorar la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; aplicando la gamificación basada en softwares educativos en los estudiantes de tercer año de educación secundaria Monterrico I.E. Aplicación – UGEL 07. La investigación fue de la modalidad Innovación Educativa, con un enfoque cualitativo y de un diseño de Proyecto Educativo, lo cual se utilizó en el modelo pedagógico de una Aula Invertida. Esta tesis tuvo una muestra de 30 estudiantes del colegio en el que se aplicó y obtuvo resultados positivos en cuanto a la relación existente entre el aprendizaje del razonamiento matemático y la gamificación. Respecto a las similitudes y diferencias, las primeras se ubican en la investigación acerca de las variables, siendo la gamificación y la competencia de

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, así como el ciclo de estudios en el que se desea aplicar, el ciclo VII de la EBR. Las diferencias radican en el enfoque de la investigación y el diseño y tipo de investigación. También encontramos diferencias en la cantidad de estudiantes que se utilizarán para la muestra, siendo la de la investigación presentada menor que la nuestra.

2.2. Gamificación

2.2.1. Definición

La gamificación, es un término relativamente nuevo en educación, fue introducido por el británico Nick Pelling en el año 2002; el término se deriva de la palabra "juego" y ganó popularidad debido a su capacidad para transformar tareas monótonas o difíciles en actividades atractivas y estimulantes. Werbach y Hunter (2012) en su libro “Para ganar: cómo el Game Thinking puede revolucionar su negocio” realizan un estudio donde señalan que la gamificación es una estrategia que no es únicamente la creación de juegos completos, sino más bien la integración de sus componentes como recompensas, niveles, desafíos y retroalimentación en entornos donde este no es una prioridad. Estos componentes se clasifican en elementos de la gamificación y se puede aplicar en muchos campos diferentes, como marketing, gestión de proyectos, atención sanitaria y educación; en este último campo, la gamificación pretende hacer el aprendizaje más interactivo y divertido, incentivando a los estudiantes a participar activamente y mejorar su rendimiento académico.

Serrano (2016), citado por Encalada (2021) define la gamificación como una estrategia que permite que las mecánicas y técnicas del juego se utilicen también en entornos ajenos a este; esto se refiere a la incorporación de elementos y principios de diseño de juegos en contextos ajenos para fomentar la participación y mejorar la experiencia de los estudiantes. Desde su introducción, la gamificación ha sido reconocida como una herramienta eficaz para promover la participación activa y el compromiso continuo. Además, los recursos típicos utilizados en los juegos son puntos, insignias, tablas de clasificación y tareas diseñadas para interesar y motivar a los estudiantes en tareas que de otro modo podrían parecer aburridas o difíciles. Werbach y Hunter (2012) también nos indican que la implementación de la gamificación debe cumplir con seis etapas, las cuales son: definir los objetivos de aprendizaje, delimitar las conductas que se desea alcanzar, descripción de individuos, diseñar ciclos de actividades, no olvidar la diversión e implementar herramientas adecuadas.

Esta estrategia se basa en la naturaleza competitiva y la satisfacción que pueden lograr los individuos derivadas de alcanzar objetivos y superar desafíos que pueden transferirse efectivamente a contextos ajenos al juego. Además, el juego se basa en teorías motivacionales como la teoría del flujo de Csikszentmihalyi y la teoría de la autodeterminación de Dec y Ryan, que sugieren que las personas están más motivadas cuando se enfrentan a actividades que les dan un sentido de competencia, independencia y relación. De esta forma, la gamificación pretende no sólo mejorar la experiencia del usuario, sino también facilitar el aprendizaje y el desarrollo personal de forma eficaz y sostenible.

2.2.2. Gamificación en la Educación: Beneficios y Desafíos

El juego en la educación ofrece una amplia gama de beneficios que pueden transformar el aprendizaje de los estudiantes. Hernández (2020) señala que actualmente los docentes utilizan con éxito en el aula los juegos más antiguos, que además de aprender, fomentan las relaciones humanas y mejoran los conceptos de diversos campos, brindando mayor apoyo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Uno de los principales beneficios es generar mayor motivación y compromiso; ya que, al integrar elementos del juego como recompensas, desafíos y objetivos claros, se crea un entorno de aprendizaje más dinámico y atractivo que anima a los estudiantes a participar activamente. Este enfoque ayuda a superar la apatía que a menudo se asocia con los métodos de enseñanza tradicionales y fomenta mayor participación en el proceso educativo. Además, la gamificación facilita la comprensión de conceptos complejos presentándolos de forma lúdica e interactiva; por lo cual los estudiantes pueden aprender y practicar habilidades matemáticas a través de juegos que requieren resolución de problemas y pensamiento crítico, conduciendo a una mejor retención de conocimientos y comprensión conceptual. La retroalimentación instantánea es otra parte importante de la gamificación que permite a los estudiantes conocer su progreso y las áreas de mejora de inmediato, lo cual es crucial para un aprendizaje eficaz y la corrección de errores en tiempo real.

A pesar de sus numerosos beneficios, la implementación de la gamificación en la educación no está exenta de importantes desafíos. Uno de los mayores obstáculos es la integración efectiva de estos elementos en el plan de estudios existente, donde los docentes deben invertir tiempo y esfuerzo en diseñar actividades de juego que cumplan los objetivos de aprendizaje y sean apropiadas para diferentes estilos de aprendizaje y niveles de habilidad. Hernández (2020) recalca que es una estrategia de la cual muchos docentes han oído hablar como una tendencia en la educación, pero se sienten desanimados porque no saben cómo hacerlo ni por dónde empezar; además, la gamificación puede percibirse como superficial si no se implementa correctamente y dirige la atención de los estudiantes hacia las recompensas en lugar del aprendizaje real. Este enfoque puede llevar a una baja comprensión de los conceptos y a una excesiva dependencia de recompensas externas para la motivación en lugar de fomentar un interés intrínseco en el conocimiento, cayendo en un aprendizaje conductual por parte de los estudiantes. Otro desafío importante es la diversidad de estilos de aprendizaje; no todos los estudiantes responden a los métodos de juego de la misma manera, y algunos pueden encontrar estos métodos menos efectivos o incluso disruptivos, lo que enfatiza la necesidad de un diseño cuidadoso y adaptativo para satisfacer las necesidades individuales.

Un enfoque equilibrado y reflexivo de esta estrategia es esencial para maximizar los beneficios del juego y mitigar los desafíos mencionados; los docentes deben ser conscientes de la necesidad de integrar los elementos del juego para que complemente y enriquezca el contenido académico, en lugar de simplemente agregar elementos lúdicos superficiales; todo esto requiere una comprensión profunda de cómo se pueden utilizar los elementos del juego para el aprendizaje significativo y el desarrollo de habilidades, no sólo para la motivación a corto plazo. No debemos olvidar que la responsabilidad del buen o mal rendimiento de la gamificación no depende únicamente de los recursos utilizados para jugar; los estudiantes altamente motivados pueden cansarse de dinámicas mal estructuradas, desanimarse por actividades de juego articuladas y sin objetivo, o no encontrar motivación en desafíos mal calibrados (Foncubierta y Rodríguez, 2016 como se citó en Oña, 2022). La educación y el desarrollo profesional de los docentes es fundamental para garantizar que puedan implementar estrategias de juego efectivas que se adapten a las diversas necesidades de los estudiantes. Además, es importante monitorear y evaluar constantemente el impacto de los juegos en el rendimiento académico y la motivación de los estudiantes; así como ajustar las estrategias según sea necesario para garantizar el logro de las metas educativas a largo plazo. En última instancia, un enfoque reflexivo y adaptativo del juego puede conducir a un aprendizaje más rico y atractivo y prepararlos mejor para futuros desafíos académicos y profesionales.

2.2.3. Implementación de la Gamificación en la Enseñanza de Matemáticas

La aplicación del juego en la educación matemática se ha convertido en una estrategia educativa innovadora y eficaz para mejorar el aprendizaje y la motivación de los estudiantes, este enfoque transforma los conceptos matemáticos tradicionales en actividades divertidas y atractivas que fomentan el interés y la comprensión profunda. Los docentes deben saber que existen muchas maneras de comenzar experiencias verdaderamente significativas, especialmente en el campo de las matemáticas (Hernandez, 2020). En esta área, la gamificación se puede aplicar creando desafíos interactivos que involucran problemas de regularidad, correspondencia y cambios adaptados a la vida diaria de los estudiantes. Por ejemplo, los docentes pueden crear ejercicios que permitan a los estudiantes ganar puntos por problemas matemáticos correctos, avanzar de nivel a medida que dominan conceptos más complejos o incluso competir en tareas matemáticas grupales para promover la colaboración y el pensamiento crítico. La clave es integrar estos elementos de una manera que no solo mejore las habilidades de resolución de problemas, sino que también fomente una actitud positiva hacia las matemáticas.

Una de las ventajas más importantes de los juegos en la enseñanza de las matemáticas es la capacidad de adaptar el aprendizaje a las necesidades individuales de cada alumno. Las plataformas gamificadas se pueden personalizar para brindar retroalimentación inmediata y adaptable, lo que permite a los estudiantes trabajar a su propio ritmo y nivel de habilidad y aunque la gamificación tiene desventajas relacionadas con el escaso acceso a la tecnología y algunas bajas habilidades tecnológicas tanto para estudiantes como para docentes, sus ventajas son mayores y aportan aspectos positivos para mejorar el aprendizaje de los estudiantes (Encalada, 2021). Esto es particularmente útil en matemáticas, donde los estudiantes a menudo enfrentan desafíos conceptuales que requieren diferentes enfoques y apoyo, por ejemplo, los sistemas de tutoría inteligentes pueden proporcionar retroalimentación y recomendaciones adaptativas basadas en el desempeño de los estudiantes para facilitar la comprensión de conceptos matemáticos. Además, el uso de elementos lúdicos como reconocimientos puede ayudar a crear una mentalidad de crecimiento en la que los estudiantes vean los errores como oportunidades de aprendizaje en lugar de fracasos. Este enfoque no sólo mejora el rendimiento académico, sino que también aumenta la autoeficacia y la persistencia en el aprendizaje de matemáticas.

La implementación efectiva del juego en matemáticas requiere, sin embargo, una planificación cuidadosa y sólida. No se trata solo de agregar elementos de juego a los planes de lecciones existentes, sino de integrarlos de una manera que complemente y refuerce los objetivos educativos. Los docentes deben considerar cómo se pueden alinear los elementos gamificados con los estándares curriculares y cómo se pueden medir los resultados del aprendizaje para garantizar objetivos pedagógicos. Además, es importante garantizar que la gamificación no cree una competencia excesiva o motivadora para los estudiantes que puedan tener dificultades; incorporar tareas colaborativas y evaluar el avance individual puede ayudar a reducir estos riesgos y crear un entorno de aprendizaje inclusivo y justo. Finalmente, el juego en la educación matemática puede ser una herramienta eficaz para cambiar la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, hacerlas más fáciles e interesantes y promover una actitud positiva hacia el aprendizaje continuo.

2.2.4. Elementos de la Gamificación

Para clasificar los elementos de la gamificación nos basaremos en autores como Kevin Werbach y Dan Hunter que han clasificado en su libro “Para ganar: cómo el Game Thinking puede revolucionar su negocio”, catalogando los elementos de la gamificación en tres:

Mecánica

La mecánica de juego son las reglas y sistemas que componen un juego. Este es el factor principal que determina cómo los participantes interactúan con el sistema y qué pueden hacer. En un contexto educativo, la mecánica del juego puede incluir:

- Puntos: proporciona recompensas por el éxito y el progreso, los estudiantes pueden ganar puntos completando tareas, resolviendo problemas y participando en actividades, y recibir comentarios inmediatos sobre su desempeño.
- Niveles y progresión: los participantes pueden progresar a través de varias etapas o niveles de dificultad, en educación, esto puede interpretarse como que los estudiantes pasan de problemas más fáciles a problemas más difíciles a medida que dominan los conceptos.
- Misiones y desafíos: establezca objetivos específicos que los participantes deben alcanzar, en el ámbito educativo existen actividades o programas que promueven el aprendizaje aplicado mediante la aplicación de los conocimientos adquiridos.

La mecánica del juego es esencial para crear una experiencia atractiva e inmersiva que anime a los participantes a progresar y alcanzar objetivos educativos.

Dinámica

La dinámica del juego son las fuerzas psicológicas y emocionales que impulsan la participación y el compromiso en una experiencia de juego. Esta dinámica se basa en la motivación interna y externa de los participantes y es necesaria para mantener el interés y la motivación. Las dinámicas más importantes del juego son:

- Competencia y cooperación: la competencia puede motivar a los estudiantes a trabajar más duro, mientras que la cooperación fomenta el trabajo en equipo y el intercambio de ideas, se pueden organizar concursos de matemáticas o proyectos grupales en un entorno educativo lúdico que promueva tanto la competencia como la cooperación sana.
- Reconocimiento y recompensa: los sistemas de recompensa, como insignias o trofeos, brindan a los participantes reconocimiento y validación por sus logros, esto no sólo aumenta la autoestima y la satisfacción, sino que también anima a los estudiantes a seguir participando activamente.
- Progreso y logro: una sensación de progreso y de superación de desafíos son poderosos motivadores, en educación, ver el progreso en diferentes niveles o

lograr ciertas metas puede aumentar la persistencia y flexibilidad de los estudiantes.

La dinámica del juego es esencial para crear un compromiso duradero y garantizar que los participantes no sólo se sientan motivados para participar, sino que también disfruten y aprecien el aprendizaje.

Estética

La estética del juego se refiere a los aspectos visuales, auditivos y narrativos que crean una experiencia inmersiva. Estos elementos estéticos no sólo hacen que la experiencia sea más agradable, sino que también juegan un papel crucial en cómo los participantes perciben y se relacionan con la actividad lúdica. En el contexto de la educación, la estética puede incluir:

- Diseño visual atractivo: un entorno visualmente atractivo puede atraer la atención de los estudiantes y hacer que el aprendizaje sea más agradable, esto puede incluir gráficos coloridos, personajes interesantes e interfaces intuitivas que faciliten la comunicación.
- Narrativa inmersiva: la narrativa agrega contexto y narrativa a la experiencia de juego, lo que puede hacer que la acción sea más significativa y motivadora. Por ejemplo, una historia en la que los estudiantes son héroes que deben resolver problemas matemáticos para salvar el mundo puede aumentar su compromiso y sentido de propósito.
- Sonido y música: los efectos de sonido y música pueden enriquecer la experiencia de juego y crear un entorno que aumenta la inmersión y la emoción, en un entorno de enseñanza, utilizar una voz positiva durante una tarea puede proporcionar retroalimentación adicional y mejorar los logros.

La estética del juego es importante para crear una experiencia inmersiva que atraiga y atraiga a los participantes, haciendo que el juego sea jugable.

2.3. Competencia

El Minedu, en el CNEB (2017), define a la competencia como la facultad de utilizar simultáneamente un conjunto de capacidades para conseguir un propósito específico en una situación determinada, siendo oportunos al actuar y teniendo un sentido ético. Es decir, una persona es competente cuando demuestra que puede combinar sus propias habilidades para responder a una situación específica, de manera que actúe éticamente y responda de forma pertinente.

Suárez (2024) afirma que las competencias se demuestran cuando la persona tiene una actuación idónea, siendo pertinentes en las necesidades de las personas y que son más profundas que responder a simples tareas resolviendo problemas presentes en un contexto real. Estas competencias, además son comprendidas como actuaciones, más que como conductas; ya que implican el saber, el hacer, el conocer y el convivir; integrando una serie de habilidades y convirtiéndose en algo más complejo. Según la OCDE (2015) como se citó en Izaguirre et al. (2021) la competencia matemática se define como la capacidad de una persona para utilizar la matemática en situaciones de contexto.

Las competencias en matemática se pueden entender como el actuar frente a problemas que se presentan en la vida cotidiana y donde es necesario hacer uso de los contenidos matemáticos para poderles darle solución. Según (Núñez, 2021, como se citó en Torres et al., 2022) las competencias matemáticas se entienden como las habilidades para solucionar problemas, de tal forma que se utilice el razonamiento para vincular los números con la vida real y se tomen decisiones para encontrar soluciones.

Las competencias "son consideradas como un principio organizador del currículo" (Guzmán et al. 2021); es por ello que hoy en día es un concepto que se ha convertido en algo cotidiano para los docentes y amerita un gran interés por desarrollarlo, ya que toda planificación se realiza enfocada en ello. Es importante recalcar que el objetivo de la competencia es lograr aprendizajes que puedan integrar conocimientos adquiridos en distintos contextos y que impliquen el saber pensar, desempeñar, interpretar y actuar en diversos escenarios a los que se enfrenten (Valencia et al., 2021).

2.3.1. Capacidades

Según señala el Minedu (2016) en el CNEB, las capacidades "son procesos cognitivos (mentales y motores) que permiten aplicar los conocimientos que se poseen y/o construir nuevos conocimientos, y que se ponen en juego de manera integrada y combinada frente a una determinada situación" (p. 30). Esto quiere decir que las capacidades son procesos cognitivos tanto mentales, como motores y se activan de forma conjunta y coordinada cuando alguien debe utilizar su conocimiento previo o adquirir información nueva. Estos procesos no operan de manera independiente, sino que se entrelazan de manera integrada para solucionar problemas, hacer elecciones o adaptarse a distintas circunstancias. Así, el conocimiento no es fijo, sino que se emplea y se modifica activamente según el contexto.

Así también sabemos que las competencias, como un componente curricular, se desglosan en capacidades las cuales son recursos para actuar competentemente. Estos recursos son los conocimientos, habilidades y actitudes que se ponen en práctica para afrontar una situación determinada (Minedu, 2017). Es decir, las mencionadas habilidades que se combinan para actuar competentemente son las llamadas capacidades dentro del CNEB. Por lo tanto, estas capacidades suponen operaciones menores a las competencias.

Los conocimientos son entendidos como los conceptos que se han desarrollado a lo largo de la historia por la humanidad en distintos campos y disciplinas, tal y como lo menciona Camero (2020) los conocimientos comprenden el dominio de conceptos y procedimientos que fueron desarrollados por la humanidad a lo largo de la historia. Además, se toman los conocimientos construidos por la sociedad, de tal forma que el aprendizaje se convierta en un proceso vivo y continuo; todo ello, más las habilidades mencionadas como parte de las capacidades, comprenden el talento con el que las personas son capaces de realizar ciertas actividades teniendo éxito, estas pueden ser motoras, cognitivas y sociales. Además, se suman las actitudes como la disposición que se tiene con respecto a una actividad; la cual será en base a un sistema de valores que se desarrolla a lo largo de la vida de la persona. Todo lo mencionado anteriormente compone el concepto de lo que es una capacidad.

2.3.2. Desempeños

Las capacidades, a su vez se descomponen en desempeños los cuales son descripciones específicas de las acciones que realizan los estudiantes respecto a los estándares de aprendizaje. Minedu (2016) indica que los desempeños:

> “Son descripciones específicas de lo que hacen los estudiantes respecto a los niveles de desarrollo de las competencias. Ilustran algunas actuaciones que los estudiantes demuestran cuando están en proceso de alcanzar el nivel esperado de la competencia o cuando han logrado este nivel. Estos estándares se plantean de acuerdo a niveles, los cuales se refieren a los grados de la EBR en los que se encuentran los estudiantes…” [p. 31]

En este sentido, los desempeños son explicaciones precisas y específicas de las actividades que llevan a cabo los estudiantes para mostrar el grado de avance en una competencia. Estas actividades revelan cómo se manifiesta el aprendizaje en contextos reales o simulados, evidenciando tanto el desarrollo hacia una competencia como su consecución efectiva. Los desempeños permiten determinar si el estudiante avanza hacia el nivel deseado de una competencia o si ya lo ha alcanzado, actuando, así como señales de avance y evaluación. Además, se encuentran organizados por niveles, que se relacionan con los distintos grados y etapas de la EBR, lo que facilita ajustar las expectativas de aprendizaje a la fase de desarrollo del estudiante.

Camero (2020) menciona que los rendimientos se describen en los programas educativos de las diferentes etapas o modalidades, según la edad (en la etapa inicial) o los grados (en las demás modalidades y niveles de la Educación Básica), para asistir a los docentes en la organización y valoración, reconociendo que dentro de un grupo de estudiantes existe una variedad de niveles de rendimiento, que pueden estar por encima o por debajo del estándar, lo que proporciona flexibilidad. Entonces podemos decir que los desempeños son explicaciones precisas y detalladas sobre las habilidades que los estudiantes pueden demostrar en función del avance en las competencias. Estas descripciones sirven como indicadores visibles que ayudan a los maestros a discernir si un estudiante avanza hacia la consecución de una competencia o si ya la ha adquirido.

2.3.3. Competencia Resuelve Problemas de Regularidad, Equivalencia y Cambio

El Ministerio de Educación propone 31 competencias en el Currículo Nacional de Educación Básica como parte del Perfil de Egreso de los estudiantes. Cuatro de estas competencias corresponden al área de Matemática. La competencia que atiende esta investigación es la número 24, llamada Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; la cual consiste en que el estudiante pueda ser capaz de caracterizar equivalencias y generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto de otra, a través de reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno. Esto se concreta a través del planteamiento de ecuaciones, inecuaciones y funciones, además del uso de diversas estrategias para resolverlas.

El desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio es crucial en la formación de los estudiantes, ya que les permite comprender y aplicar conceptos fundamentales de las matemáticas en diversos contextos, facilitando su pensamiento crítico y su capacidad de resolución de problemas complejos. Según Boaler (2020), el desarrollo de una mentalidad matemática flexible, que permita a los estudiantes reconocer y manejar patrones y regularidades es vital para fomentar una comprensión profunda y no meramente procedimental de las matemáticas. A su vez, la OCDE (2021) enfatiza que la resolución de problemas matemáticos complejos es un predictor clave del rendimiento en múltiples disciplinas, ya que promueve la capacidad de los estudiantes para transferir conocimientos entre situaciones y desarrollar soluciones creativas e innovadoras. Además, estudios recientes como los de la IEA (2020), han destacado que los estudiantes que desarrollan competencias relacionadas con regularidad y cambio están mejor preparados para enfrentar problemas reales en ciencias, tecnología e ingeniería; disciplinas que demandan una comprensión sólida de los principios matemáticos subyacentes a los fenómenos naturales y tecnológicos. Por lo tanto, potenciar esta competencia desde la educación secundaria es fundamental no solo para mejorar el rendimiento académico, sino también para garantizar que los estudiantes estén equipados con las herramientas cognitivas necesarias para su futuro profesional y personal.

Es importante recalcar que la actividad de resolver problemas genera la estimulación del pensamiento y reflexión de los estudiantes, dejando de lado el papel tradicional del alumno, donde solo acude a repetir lo que escucha y aplicar los contenidos matemáticos sin comprender realmente qué representan (Viseu, et al., 2016, citado por Rocha et al., 2021). Esta forma de aprender está respaldada en el fundamento de que se aprende matemáticas a través de la resolución de problemas y es un enfoque que se ha venido acuñando durante varios años, donde se valora al estudiante como autor de su propio aprendizaje.

En este sentido, esta competencia aborda los campos temáticos del álgebra, donde el estudiante deberá ser partícipe de la resolución de problemas que incluyan la aplicación de conocimientos y la toma de decisiones para dar solución a las situaciones presentadas. Es importante que el estudiante no utilice la memorización de conceptos teóricos y procedimientos establecidos, sino que logre utilizar un conjunto de conocimientos útiles para el desarrollo de habilidades que incluyan resolver problemas algebraicos (Serres, 2011, citado por Palacin et al., 2024).

Otro concepto importante dentro del aprendizaje del álgebra es el pensamiento algebraico, el cual se puede describir como la forma en la que el sujeto reflexiona a partir de la matemática frente a situaciones donde debe tomar decisiones, este pensamiento incluye la interrelación de tres elementos: sentido de la indeterminación, analiticidad y designación simbólica (Radford, 2006, citado por Salgado y Torres, 2024). Entre esta definición del pensamiento algebraico y la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; encontramos una similitud importante ya que ambas comprenden el uso de ciertas habilidades y la combinación de ellas para poder actuar frente a situaciones que requieran la toma de decisiones a través de la aplicación de la matemática en un contexto real. Esta competencia comprende cuatro capacidades propuestas por el CNEB (2017).

2.3.3.1. Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.

Esta capacidad comprende la transformación que realiza el estudiante a los datos que un problema presenta en expresiones gráficas o algebraicas, lo cual demuestra que el estudiante ha comprendido realmente cómo interactúan los contenidos matemáticos con la realidad en un contexto real. Además, implica la evaluación de las expresiones que han formulado con respecto a los datos del problema y el planteamiento de preguntas a partir de la situación.

2.3.3.2. Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

En este caso, la capacidad implica expresar la comprensión que tiene el estudiante con respecto al contenido disciplinar del área de matemática, el cual está relacionado a funciones, ecuaciones e inecuaciones. Esta comprensión debe ser expresada utilizando lenguaje algebraico y otras representaciones, como la gráfica. Además, se refiere a la capacidad de interpretar información a partir de contenidos algebraicos.

2.3.3.3. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

El estudiante, a través de esta capacidad, selecciona, adapta, combina y/o crea estrategias para simplificar expresiones algebraicas y resolver problemas que contengan ecuaciones, inecuaciones y funciones, logrando determinar valores desconocidos, el dominio y rango de una función, y representar gráficamente distintos tipos de funciones.

2.3.3.4. Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Esta última capacidad se demuestra cuando el estudiante puede realizar afirmaciones acerca de variables, reglas y propiedades algebraicas. Estas afirmaciones surgen a partir del razonamiento del propio estudiante, el cual debe lograr generalizar una regla comprobando propiedades en diversas situaciones.

2.4. La Gamificación para Desarrollar la Competencia Resuelve Problemas de Regularidad, Equivalencia y Cambio

La gamificación se ha convertido en una estrategia pedagógica innovadora y efectiva para desarrollar competencias complejas como Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Al incorporar elementos de los videojuegos y dinámicas lúdicas en el aprendizaje, los estudiantes experimentan una mayor motivación y compromiso, lo que facilita la adquisición de conocimientos matemáticos en un entorno menos intimidante. Según Kapp (2020) la gamificación fomenta una mayor interacción activa con los conceptos, permitiendo a los estudiantes explorar patrones y regularidades matemáticas de manera experimental. A través de desafíos graduales, retroalimentación inmediata y recompensas simbólicas, los estudiantes pueden aplicar conceptos matemáticos, como equivalencias algebraicas o análisis de cambios, en problemas que simulan situaciones del mundo real, lo que facilita la comprensión y retención de los principios subyacentes. Esto es especialmente importante en una competencia que requiere razonamiento abstracto, como la identificación de relaciones y regularidades entre variables.

Desde una perspectiva teórica, la gamificación también encuentra sustento en el marco del aprendizaje basado en el constructivismo. Según Gee (2021), los entornos gamificados permiten que los estudiantes construyan su propio conocimiento a partir de experiencias activas, en lugar de ser simples receptores de información. En el contexto de la resolución de problemas de regularidad y cambio, los estudiantes pueden experimentar con diferentes enfoques para resolver problemas matemáticos, cometiendo errores sin miedo al fracaso y recibiendo retroalimentación inmediata. Este proceso experimental, clave en la gamificación, contribuye a la formación de esquemas mentales más profundos y a una mayor comprensión de los conceptos matemáticos abstractos. La teoría del flujo de Csikszentmihalyi (2020) también respalda el uso de la gamificación al señalar que cuando los estudiantes se sienten inmersos y desafiados de manera equilibrada, entran en un estado de concentración óptima que favorece el aprendizaje profundo, lo que es esencial para resolver problemas matemáticos complejos.

Finalmente, los estudios recientes sobre la eficacia de la gamificación en el aprendizaje de las matemáticas indican resultados positivos. Un metaanálisis realizado por Dichev y Dicheva (2020) concluye que los estudiantes que participan en actividades gamificadas experimentan una mejora significativa en el rendimiento matemático y en su capacidad para resolver problemas complejos. En particular, los juegos educativos que se centran en la resolución de problemas ayudan a los estudiantes a practicar el análisis de regularidades, la aplicación de equivalencias algebraicas y la interpretación de gráficos de manera repetitiva y dinámica, fomentando una comprensión sólida de estos conceptos. Además, el uso de plataformas digitales gamificadas permite una personalización del aprendizaje, adaptando los desafíos a las necesidades y ritmo de cada estudiante, lo que es esencial para el desarrollo de la competencia de resolver problemas matemáticos a largo plazo.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Paradigma, Nivel, Tipo y Diseño Metodológico

Esta investigación es de paradigma positivista, que se caracteriza por su enfoque cuantitativo, empírico-analítico y racionalista, cuyo objetivo principal es obtener un conocimiento sistemático, comprobable y medible de la realidad mediante métodos hipotético-deductivos. Este paradigma sostiene que solo los fenómenos observables y medibles pueden ser objeto de estudio, buscando explicar las causas de los eventos a través de leyes generales y análisis estadísticos, con un enfoque en la objetividad y la replicabilidad de los resultados (Ramos, 2015). En el ámbito educativo, el paradigma positivista permite evaluar procesos y resultados de manera objetiva, estableciendo principios y teorías basadas en evidencia numérica que pueden ser aplicadas universalmente.

El enfoque es cuantitativo, Hernandez (2010) señala que este enfoque “parte desde una etapa precediendo a la siguiente y no podemos brincar o eludir pasos, el orden es riguroso, aunque, desde luego, podemos redefinir alguna fase” (p. 4); es por ello que se optó por este enfoque de investigación ya que es factible al permitir una medición objetiva y precisa de las variables, lo que facilita la generalización de los resultados a una población a partir de la muestra. Además, el uso de análisis estadísticos avanzados y un método estructurado garantiza la rigurosidad y comparabilidad de los datos, proporcionando resultados fiables y replicables.

El nivel de la investigación es experimental, Ramos Galarza (2021) señala que “la investigación experimental se caracteriza por la manipulación intencionada de la variable independiente y el análisis de su impacto sobre una variable dependiente” (p. 1). Asimismo, la presente investigación es de tipo aplicada, ya que se busca resolver una problemática a partir de la experimentación con una propuesta pedagógica. El diseño es cuasi experimental, según Ramos Galarza, la variable independiente cuenta con dos subniveles: la intervención en un grupo experimental y un grupo control en el que no se interviene o aplica algún experimento. La característica de este tipo de investigación es la asignación no aleatoria en los grupos de intervención. Estos métodos, aunque no eliminan por completo el riesgo de sesgo, permiten obtener inferencias causales más robustas. Por ello, se contó con dos secciones del mismo grado: una sección donde se aplicó la estrategia y otra sección que fue el grupo de control, esto quiere decir que no se aplicó la propuesta.

Su diagrama es:

$$GE \qquad O_1 \times O_2$$

$$GC \qquad O_3 \quad O_4$$

Donde:

$\times$ = Aplicación de la propuesta Gamificación a los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Emblemática Nº 6050 Juana Alarco de Dammert-Miraflores.

GE = Grupo Experimental conformado por estudiantes del cuarto grado "E" de educación secundaria de la Institución Educativa Emblemática Nº 6050 Juana Alarco de Dammert-Miraflores.

GC = Grupo Control conformado por estudiantes del cuarto grado "C" de educación secundaria de la Institución Educativa Emblemática Nº 6050 Juana Alarco de Dammert-Miraflores.

O_1 = Resultados de la aplicación del instrumento “El mundo mágico de las matemáticas” al GE antes de la aplicación de la experiencia (Pre-test)

O_3 = Resultados de la aplicación del instrumento “El mundo mágico de las matemáticas” al GC (Pre-test)

O_2 = Resultados de la aplicación del instrumento “El mundo mágico de las matemáticas” al GE después de la aplicación de la experiencia (Pos-test).

O_4 = Resultados de la aplicación del instrumento al “El mundo mágico de las matemáticas” GC (Pos-test).

3.2. Objetivos De Investigación

Objetivo General:

3 Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, cambio y equivalencia

en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

Objetivos específicos:

- Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación
1 desarrolla la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.
- Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación
1 desarrolla la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.
- Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación
1 desarrolla la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.
- Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación
1 desarrolla la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

3.3. Hipótesis De Investigación

Hipótesis general:

2 La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

Hipótesis específicas:

- 1 La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.
- 1 La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas en estudiantes de

cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

1
- La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

1
- La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

3.4. Operacionalización De Variables De Investigación

Con el fin de desarrollar este estudio, se utilizaron variables, las cuales se explicarán en los párrafos siguientes.

3.4.1. La Gamificación Como Propuesta Pedagógica

La gamificación como nuestra propuesta pedagógica comprendió un conjunto de catorce sesiones de aprendizaje, que busca favorecer el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; donde se usó materiales estructurados como el algeplano, balanzas de ecuaciones y material no estructurado elaborado por nosotros; también se propuso el uso de softwares como GeoGebra, Desmos, Simulador PhET, Scratch, WordWall, Educaplay, Kahoot y Quizziz. Estos materiales fueron utilizados como un medio didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los cuales presentan un entorno dinámico, interactivo y de motivación para los estudiantes mediante la construcción y visualización de los conceptos algebraicos.

El objetivo de cada sesión fue despertar y captar el interés del estudiante durante el desarrollo de la clase y a la vez permitirles construir sus propios conceptos matemáticos mediante la experiencia del material concreto para después usar los programas propuestas y pongan en práctica sus aprendizajes adquiridos, así será relacionado con la teoría que el docente facilite.

La propuesta se ha elaborado bajo el enfoque constructivista, que implica que el estudiante adquiera su propio modo de aprender y de desarrollar de un modo activo y práctico sus habilidades; además integramos los elementos de la gamificación, tal y como lo clasifican Werbach y Hunter (2012). Todo ello se aplicó en los tres momentos de aprendizaje: inicio, proceso y cierre; además su aplicación nos permitió desarrollar los siguientes temas: ecuaciones cuadráticas, funciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones e inecuaciones de primer grado; y fue desarrollado entre los meses de octubre y diciembre.

En el contexto inicial, el estudiante se involucró de manera activa en la clase, siendo estimulado por el docente mediante una historia lúdica: se presentó una tarea matemática con personajes y desafíos que debieron ser superados. La motivación buscó captar la atención del estudiante a través de una actividad divertida, donde debían solucionar problemas empleando patrones y relaciones en un contexto que tenga sentido.

Se reunieron los conocimientos previos mediante el uso de software (GeoGebra, Desmos, PhET o applets interactivos), en la cual los estudiantes manipulan visualmente secuencias, gráficas o patrones que ocurren en diferentes situaciones diarias. Esta interacción en línea les permite observar patrones numéricos o gráficos y debatirlos en pequeños grupos de discusión. El docente presentaba la situación problemática generando un conflicto cognitivo en los estudiantes, por ejemplo: al exhibir una situación contradictoria o sorprendente que desafía sus conceptos previos sobre un patrón; mediante cuestionamientos desafiantes y la utilización de materiales tangibles (cubos, tarjetas con números, regletas, fichas de colores) y así se suscitaron discusiones en grupos, favoreciendo la colaboración y el acuerdo en las ideas.

El proceso intermedio se desarrollaba cuando el estudiante obtenía un nuevo conocimiento vinculado a lo que ya sabía anteriormente. Este aprendizaje se volvió relevante gracias al uso del software el cual facilitó la comprensión de los conceptos de regularidad, equivalencia y cambio en diferentes contextos. Esto promovió la visualización de gráficos, la creación de tablas de valores, el análisis de patrones, y el uso de representaciones simbólicas. El estudiante, a través de herramientas como GeoGebra, Desmos u otros applets interactivos, pudo manejar los elementos gráficos de una función o secuencia mediante el uso del mouse, ajustar valores, observar el comportamiento dinámico de las representaciones y encontrar regularidades tanto numéricas como algebraicas. Esta manipulación visual y sin restricciones ayudó en la comparación de diversas situaciones matemáticas, permitiéndole reconocer similitudes y diferencias, repetir las construcciones tantas veces como sea necesario, experimentar con aciertos y errores, y fortalecer su comprensión conceptual mediante el uso de los elementos del juego y la exploración independiente. Esta fase se desarrolló mediante misiones o desafíos que se debían completar en un entorno de colaboración y juego.

La situación de cierre permitió al estudiante aplicar lo que ha aprendido, mostrándolo mediante el uso de un software y elaborando guías de trabajo organizadas como retos o desafíos finales. También se promovió la participación en evaluaciones en línea interactivas, tales como formularios con retroalimentación instantánea o juegos de tipo Kahoot o Quizziz. Estas herramientas posibilitaron que el docente evalúe el rendimiento, el nivel de entendimiento, la habilidad en el uso del software y la aptitud del estudiante para abordar problemas aplicando las estrategias aprendidas en clase. Esta etapa concluyó con una retroalimentación educativa, en la que el docente resaltó los logros de los estudiantes mediante reconocimientos y proporcionó recomendaciones para seguir desarrollando las habilidades matemáticas mediante nuevas tareas o desafíos posteriores.

3.4.2. Competencia Resuelve Problemas de Regularidad, Equivalencia y Cambio

La competencia propuesta por el MINEDU (2016), consiste en fomentar gradualmente la habilidad del estudiante para identificar, explicar y representar patrones y regularidades en situaciones numéricas, algebraicas y funcionales. Esta habilidad facilita la comprensión de las conexiones entre cantidades, el reconocimiento de cambios que ocurren en distintas situaciones y la creación de normas generales que ayudan a anticipar comportamientos o resultados futuros.

Asimismo, se hace referencia a la utilización de estrategias de modelado matemático a través de expresiones algebraicas, tablas de valores, gráficos y otras representaciones; además del análisis del comportamiento de funciones o secuencias. Dado que habitamos en un entorno en el que continuamente surgen cambios y conexiones entre los datos; esta habilidad se torna esencial para comprender la realidad y realizar elecciones informadas.

Para evaluar el progreso en esta competencia, se utiliza una escala cuyo propósito es comunicar los resultados del aprendizaje de los estudiantes e informar acerca de su rendimiento en relación con las capacidades de la competencia y cuenta con cuatro niveles de calificación según propone el Minedu: Inicio, Proceso, Logrado y Destacado; pero se realiza una conversión en relación con la suma de las cuatro dimensiones de esta investigación.

El avance en esta competencia se muestra cuando la media del grupo experimental pasa de un nivel bajo en el pre-test a un nivel alto en el post-test, de acuerdo con la tabla de niveles de desempeño a continuación:

Tabla 1

2 *Niveles de logro que alcanzan las calificaciones de los estudiantes en el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio del área de matemática.*

Niveles	Puntaje
Inicio	0 – 43
Proceso	44 – 56
Logrado	57 – 79
Destacado	80

De acuerdo con la tabla anterior, el desarrollo de esta competencia se mide a través de los siguientes niveles de logro:

- Inicio: Los estudiantes en este nivel no identifican patrones, regularidades ni conexiones entre cantidades en situaciones que tienen contexto. Tienen problemas para entender tablas, gráficos o expresiones algebraicas, y no consiguen relacionar los datos de un problema con su representación matemática. Necesitan ayuda continua para completar actividades que requieren reconocer modificaciones o equivalencias, y no pueden elaborar conclusiones lógicas fundamentadas en pruebas matemáticas.
- Proceso: Los estudiantes en este nivel son capaces de identificar ciertos patrones o relaciones fundamentales entre variables en situaciones sencillas. Dificultan la interpretación de datos, y aunque emplean términos y representaciones simbólicas (como expresiones o gráficos),

lo llevan a cabo de manera incompleta o imprecisa. Inician la deducción de relaciones entre las cantidades presentes y la aplicación de procedimientos, aunque todavía necesitan orientación para formular generalizaciones correctas o solucionar problemas que impliquen múltiples representaciones (tabla, gráfico, expresión).

- Logrado: Los estudiantes en este nivel comprenden bien el contenido matemático concerniente a patrones, equivalencias y variaciones. Reconocen patrones de manera nítida, analizan con exactitud tablas y gráficos, y utilizan adecuadamente expresiones algebraicas para mostrar las relaciones entre variables. Entienden problemas situados en diferentes contextos, explican sus métodos y son capaces de establecer reglas generales o expresiones a partir de patrones que han notado, mostrando confianza al utilizar estrategias.
- Destacado: Los estudiantes en este nivel son capaces de generalizar correctamente los patrones y las relaciones entre variables, resolviendo situaciones complejas de manera independiente. Emplean diversas representaciones (tablas, gráficos, expresiones simbólicas) de manera clara y correcta, explican cada etapa de sus métodos con razonamientos matemáticos firmes y verifican sus respuestas con criterios lógicos. Además, son capaces de crear, verificar y expresar reglas generales de manera clara, aplicando lo que han aprendido a nuevas situaciones o problemas que no son habituales.

En la presente investigación, para favorecer el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, es necesario y esencial que el estudiante desarrolle adecuadamente las cuatro capacidades propias de dicha competencia, aquellas que se manifiestan gracias a su forma de actuar y de pensar en el área del álgebra:

2

- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
- Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
- Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
- Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Ahora, veremos la definición de cada una de las capacidades mencionadas.

2 3.4.2.1. Dimensiones de la competencia: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio

Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.

Se trata de la capacidad para describir un problema que proporciona una estructura matemática a un aspecto de la realidad o a una situación problemática concreta. Al mismo tiempo, implica analizar una solución o un modelo matemáticos considerando el contexto de una situación. Por otro lado, vincula diferentes problemas con modelos relacionados con características de las relaciones, gráficas y patrones.

Asimismo, implica identificar información, circunstancias y factores de la situación que posibiliten la creación de un sistema de propiedades matemáticas denominado modelo matemático, de manera que reproduzca o refleje los comportamientos de la realidad. Así, convertir datos y condiciones en expresiones algebraicas establece una conexión sólida entre situaciones del mundo real y las matemáticas, enfatizando un modelo algebraico; es decir, establece un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno utilizando el lenguaje simbólico y algebraico. Esta capacidad será evaluada a través de los siguientes indicadores:

4
- Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.
- Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a inecuaciones.

9
- Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma en ecuaciones cuadráticas.
- Establece relaciones entre datos y regularidades, y las transforma a funciones cuadráticas con coeficientes enteros.

El avance de esta habilidad se manifiesta cuando el promedio del grupo experimental pasa de un nivel bajo en el pre-test a un nivel alto en el post-test, de acuerdo con la tabla siguiente:

Tabla 2

Niveles de logro que alcanzan las calificaciones de los estudiantes en el desarrollo de la capacidad: Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.

Niveles	Puntaje	Descripción de los niveles
Inicio	0 – 10	Encuentra complicado conectar los datos del problema con los valores que no se conocen. No consigue convertirlas en expresiones algebraicas.
Proceso	11 – 14	Establece ciertas conexiones entre los datos y los valores no conocidos, pero comete errores al convertirlas en expresiones algebraicas como ecuaciones o funciones.
Logrado	15 – 19	Establece de manera adecuada conexiones entre los datos y las variables desconocidas, y las convierte en expresiones algebraicas, tales como ecuaciones lineales, inecuaciones o ecuaciones cuadráticas.
Destacado	20	Realiza una traducción clara y precisa de los datos y condiciones del problema a diferentes formas de expresiones algebraicas (ecuaciones, inecuaciones y funciones cuadráticas), explicando las razones para seleccionar el modelo algebraico adecuado.

Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

Es la capacidad de formular un problema que proporciona una estructura matemática a un aspecto de la realidad o a una situación problemática concreta de la vida real. Al mismo tiempo, significa comprender una solución o un modelo matemáticos considerando el contexto de una situación. Además, vincula diferentes problemas con modelos que se relacionan con características de las relaciones, gráficas y patrones.

Asimismo, implica representar e interpretar, utilizando diferentes lenguajes gráfico, simbólico, verbal y algebraico, las soluciones derivadas de un problema. Esta habilidad se relaciona con la capacidad de expresar la comprensión de conceptos algebraicos mediante representaciones apropiadas, lo que facilita la identificación de comportamientos, soluciones o limitaciones en contextos matemáticos o situacionales; así, esta habilidad conecta de forma directa el lenguaje matemático con la realidad, ayudando en la creación y expresión de modelos, soluciones y conclusiones acertadas. En esta perspectiva, se evaluará si el estudiante:

2
- Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre la solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- Expresa, con representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales.

4
- Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática.
- Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre el comportamiento gráfico de una función cuadrática.

El avance de esta habilidad se manifiesta cuando el promedio del grupo experimental pasa de un nivel bajo en el pre - test a un nivel alto en el post - test, de acuerdo con la tabla siguiente:

Tabla 3

Niveles de logro que alcanzan las calificaciones de los estudiantes en el desarrollo de la capacidad: Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

Niveles	Puntaje	Descripción de los niveles
Inicio	0 – 10	Presenta dificultades para comunicar conceptos matemáticos, tanto de manera gráfica como simbólica. Sus explicaciones carecen de completitud o presentan inexactitudes.
Proceso	11 – 14	Comunica ciertas ideas matemáticas de manera gráfica o simbólica, aunque presentando errores parciales o falta de claridad en el uso del lenguaje matemático.
Logrado	15 – 19	Expresa de manera adecuada su entendimiento mediante el uso de representaciones gráficas y simbólicas, interpretando correctamente las respuestas.
Destacado	20	Comunica de manera clara y precisa sus conceptos empleando diferentes representaciones (gráficas, simbólicas y verbales), justificando su razonamiento con un lenguaje matemático adecuado.

Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Es la habilidad de describir un problema que proporciona una estructura matemática a un aspecto de la realidad o a una situación problemático real. Al mismo tiempo, significa analizar una solución o un modelo matemáticos considerando el contexto de una situación específica. Asimismo, relaciona diferentes problemas con modelos que se refieren a las características de las relaciones, gráficas y patrones.

Esta habilidad está muy relacionada con el uso cuidadoso y eficaz de estrategias y métodos matemáticos, lo que permite al alumno abordar diversos tipos de problemas, reconociendo patrones, regularidades y principios generales que faciliten la formulación de una solución. Consiste en seleccionar, fusionar y ajustar estrategias heurísticas, analíticas y algebraicas que guíen su proceso de pensamiento. Así, esta habilidad fomenta un pensamiento estratégico y adaptable, aumentando la independencia del estudiante al tratar con diferentes situaciones matemáticas. En este contexto, se considerará si el estudiante:

- Selecciona y combina estrategias heurísticas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.
- Combina y adapta estrategias y procedimientos para solucionar inecuaciones usando propiedades de las desigualdades.
- Combina y adapta estrategias y propiedades algebraicas para solucionar ecuaciones cuadráticas.
- Usa estrategias heurísticas para determinar cómo afecta a una gráfica la variación de los coeficientes en una función cuadrática.

Tabla 4

1 *Niveles de logro que alcanzan las calificaciones de los estudiantes en el desarrollo de la capacidad: Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.*

Niveles	Puntaje	Descripción de los niveles
Inicio	0 – 10	Emplea métodos mecánicos sin vincularlos con estrategias apropiadas para abordar el problema. Manifiesta errores o discrepancias.
Proceso	11 – 14	Emplea ciertas estrategias reconocidas, pero presenta dificultades para integrarlas o adaptarlas a situaciones nuevas. Aborda el problema de forma parcial.
Logrado	15 – 19	Elige y utiliza estrategias y métodos apropiados, integrándolos de manera adecuada para solucionar diferentes tipos de problemas algebraicos y gráficos.
Destacado	20	Emplea de manera flexible y precisa diferentes estrategias y procedimientos, ajustándolos de acuerdo con el tipo de problema, y justifica su elección fundamentándose en el análisis de la situación.

Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Se trata de la capacidad para formular un problema que proporciona una estructura matemática a un aspecto de la realidad o a una situación problemática concreta. Al mismo tiempo, significa comprender una solución o un modelo matemáticos considerando el contexto de una situación. Asimismo, vincula una variedad de problemas con modelos relacionados con las características de las relaciones, gráficas y patrones.

Esta habilidad está relacionada con el razonamiento matemático, lo que permite a los estudiantes formular y respaldar afirmaciones sobre las relaciones de cambio y equivalencia. Consiste en hacer suposiciones, comprobar argumentos con ejemplos o ejemplos contrarios, y explicar procesos o resultados basándose en conceptos matemáticos. La argumentación refuerza el pensamiento lógico y crítico, ya que el estudiante no solo encuentra una solución, sino que también puede explicarla, comprobarla y sustentarlas. Así, esta habilidad fomenta la capacidad de expresar de manera clara y fundamentada el razonamiento matemático que respalda una solución. En este contexto, se analizará si el estudiante:

8
- Plantea afirmaciones sobre el significado de los puntos de intersección de dos funciones lineales que satisfacen dos ecuaciones simultáneamente.
- Plantea afirmaciones sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales y las justifica mediante un contraejemplo.
- Plantea afirmaciones sobre la posible solución a una ecuación cuadrática. Justifica la validez de ellas mediante un ejemplo

7
- Plantea afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica.

Tabla 5

Niveles de logro que alcanzan las calificaciones de los estudiantes en el desarrollo de la capacidad: Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Niveles	Puntaje	Descripción de los niveles
Inicio	0 – 10	Argumenta con métodos mecánicos sin vincularlos con estrategias apropiadas para abordar el problema. Manifiesta errores o discrepancias.
Proceso	11 – 14	Argumenta ciertas estrategias reconocidas, pero presenta dificultades para integrarlas o adaptarlas a situaciones nuevas. Aborda el problema de forma parcial.
Logrado	15 – 19	Argumenta y utiliza estrategias y métodos apropiados, integrándolos de manera adecuada para solucionar diferentes tipos de problemas algebraicos y gráficos.
Destacado	20	Argumenta de manera flexible y precisa diferentes estrategias y procedimientos, ajustándolos de acuerdo con el tipo de problema, y justifica su elección fundamentándose en el análisis de la situación.

3.5. Población, Muestra y Muestreo

3.5.1. Marco Poblacional

La población elegida para nuestra investigación está conformada por 211 estudiantes de sexo femenino del cuarto grado de educación secundaria del turno mañana de la I.E. N.º 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores, quienes tienen edades que oscilan entre los 14 y 15 años y han sido matriculadas en dicha institución durante el año 2024.

Tabla 6

Cantidad de estudiantes de cuarto grado de educación secundaria por sección del turno mañana de la IE N.º 6050 Juana Alarco de Dammert.

Sección	Estudiantes
A	35
B	37
C	32
D	33
E	37
F	37
Total	211

3.5.2. Marco Muestral

Nuestra muestra está conformada por 52 estudiantes de entre 14 y 15 años de edad, divididas en dos secciones: 4º C como grupo de control, el cual cuenta con 30 estudiantes, de las cuales solo 22 estudiantes rindieron el Pre-test y Post-test y 4º E como grupo experimental, conformado por 37 estudiantes, de las cuales 30 estudiantes rindieron el Pre-test y Post-test.

En esta edad, las estudiantes suelen encontrarse en una fase de importantes cambios físicos y psicológicos; físicamente se encuentran en la pubertad, lo que conduce a un rápido crecimiento y existen diferencias significativas en altura y desarrollo corporal entre ellas; algunas ya tienen rasgos adultos, mientras que otras apenas están comenzando a presentar estos cambios. En el aspecto psicológico, se encuentran en una fase de búsqueda de identidad en la que toman conciencia de sí mismas y de su lugar en el mundo, pueden experimentar una variedad de emociones, y es común que tengan un mayor interés por la independencia y por formar sus propias opiniones. Socialmente, la aceptación de los pares es crucial y pueden ser más susceptibles a su influencia. Además, se encuentran en una etapa de mayor pensamiento abstracto donde pueden comprender conceptos más complejos y pensar críticamente sobre su entorno.

3.5.3. Muestreo

Esta muestra es no probabilística, ya que “la elección de los casos no depende de que todos tengan la misma posibilidad de ser elegidos, sino de la decisión de un investigador o grupo de personas que recolectan los datos” (Hernández et al., 2014). La decisión de tomar estos grupos se fundamenta en indagar cuánto ha cambiado el desenvolvimiento de la competencia matemática en las estudiantes que tomaron la prueba PISA 2022 estando en segundo grado de educación secundaria y que ahora se encuentran en el cuarto grado de educación secundaria y, por otro lado, en la conveniencia relacionada a la aplicación de las prácticas preprofesionales como parte de nuestra preparación como futuros docentes.

Tabla 7

Distribución de la muestra de estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE Nº 6050 Juana Alarco de Dammert.

Grupo	Sección	Porcentaje	Total
Experimental	E	58 %	30
Control	C	42 %	22
Total		100 %	52

3.6. Técnica e Instrumentos de Investigación

Los métodos de investigación cuantitativa se centran en la recopilación y análisis de datos numéricos para identificar patrones y relaciones entre variables, lo que permite hacer generalizaciones a partir de muestras representativas. Los métodos comunes incluyen encuestas que recopilan respuestas estructuradas de grupos grandes; experimentos que manipulan variables en condiciones controladas para detectar efectos; y análisis estadístico, que utiliza métodos matemáticos para evaluar y modelar datos. Estas técnicas son valiosas en investigaciones que tienen como objetivo medir fenómenos de manera precisa y objetiva, lo que facilita la formulación de hipótesis, la validación de teorías y la toma de decisiones basadas en datos empíricos; para la presente investigación se utilizará la técnica de la encuesta y el instrumento será una prueba escrita.

3.6.1. La Encuesta

La encuesta es considerada como el “método de empírica que utiliza un instrumento o formulario impreso o digital, destinado a obtener respuestas sobre el problema en estudio, y que los sujetos que aportan la información, llenan por sí mismos” (Lanuez y Fernandez, 2014, como se citó en Feria et al., 2020). Mediante esta técnica, entonces, es posible recabar datos directamente de parte de los sujetos de estudio.

3.6.1.1. Prueba escrita

Fundamentación

Una prueba escrita es una herramienta de evaluación que permite a los docentes medir el conocimiento y la comprensión de los estudiantes sobre diversos temas a través de preguntas que deben responderse por escrito. Este tipo de evaluación es importante para monitorear la adquisición de habilidades cognitivas e identificar áreas que requieren más atención o mejora. Además, los exámenes escritos brindan la oportunidad de evaluar la capacidad de los estudiantes para estructurar sus pensamientos y comunicarlos de manera coherente y lógica. La flexibilidad de los formatos de las preguntas, que pueden variar desde ensayos hasta opción múltiple, hace que las pruebas escritas sean una herramienta versátil y eficaz en el campo de la educación (Brown y Abeywickrama, 2019).

Objetivo general

El objetivo principal del instrumento "El mundo mágico de las matemáticas" es recoger información sobre el nivel de logro de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio de las estudiantes de cuarto grado sección "C" y "E" de educación secundaria de la Institución Educativa Emblemática Juana Alarco de Dammert, del distrito de Miraflores, UGEL 07–San Borja, antes y después de la aplicación de la estrategia de gamificación.

Descripción

El instrumento de evaluación que se aplicó ha sido diseñado utilizando preguntas abiertas, lo que significa que los estudiantes deberán elaborar sus respuestas por escrito. Esta elección metodológica permite al estudiante desarrollar sus ideas, razonar y explicar los procedimientos seguidos para llegar a una solución; a diferencia de las preguntas cerradas, que ofrecen alternativas predefinidas, las preguntas abiertas fomentan un mayor nivel de reflexión y análisis. Además, evitar el uso de preguntas cerradas previene condicionar las respuestas del estudiante a un conjunto limitado de opciones, lo cual podría restringir su capacidad para ejercitar el pensamiento lógico y crítico. Al tener que construir su propia respuesta, el estudiante se ve en la necesidad de organizar sus conocimientos, aplicar conceptos y justificar sus decisiones, lo cual enriquece el proceso de evaluación y brinda información más profunda sobre su nivel de comprensión.

Estructura

El instrumento de evaluación consta de 16 ítems distribuidos según las 4 dimensiones, a continuación, se muestra la tabla:

Tabla 8

Indicadores por dimensión y puntajes correspondientes para el instrumento.

Dimensiones	Indicador	N.º de ítem	Puntaje	Total
Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.	1	5	20
	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a inecuaciones.	2	5	
	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma en ecuaciones cuadráticas.	3	5	
	Establece relaciones entre datos y regularidades, y las transforma a funciones cuadráticas con coeficientes enteros.	4	5	
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre la solución de un sistema de ecuaciones lineales.	5	5	20
	Expresa, con representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales.	6	5	
	Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática.	7	5	
	Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre el comportamiento gráfico de una función cuadrática.	8	5	
Usa estrategias y procedimientos para encontrar	Selecciona y combina estrategias heurísticas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.	9	5	20
	Combina y adapta estrategias y procedimientos para solucionar	10	5	

reglas generales	inecuaciones usando propiedades de las desigualdades.			
	Combina y adapta estrategias y propiedades algebraicas para solucionar ecuaciones cuadráticas.	11	5	
	Usa estrategias heurísticas para determinar cómo afecta a una gráfica la variación de los coeficientes en una función cuadrática.	12	5	
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	Plantea afirmaciones sobre el significado de los puntos de intersección de dos funciones lineales que satisfacen dos ecuaciones simultáneamente.	13	5	20
	Plantea afirmaciones sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales y las justifica mediante un contraejemplo.	14	5	
	Plantea afirmaciones sobre la posible solución a una ecuación cuadrática. Justifica la validez de ellas mediante un ejemplo.	15	5	
	Plantea afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica.	16	5	

La anterior tabla, con los criterios de evaluación, se utilizó tanto en el Pre - test como en el Post - test para identificar el nivel de logro para el desarrollo de la competencia matemática Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; y a su vez cada dimensión del presente instrumento está en función a cuatro niveles de logro de la EBR: inicio, proceso, logrado y destacado.

Administración

El instrumento fue aplicado en dos momentos de la investigación:

Pre-test: Los estudiantes resuelven las preguntas planteadas en la prueba escrita con el propósito de evidenciar los aprendizajes logrados en el área de Matemática, con especial énfasis en la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. A través de esta evaluación diagnóstica se podrá identificar el nivel de logro en el que se encuentran los estudiantes en relación con dicha competencia, lo cual servirá como punto de partida para la implementación de la estrategia de gamificación.

Post-test: Los estudiantes contestan las preguntas de la prueba escrita con el mismo propósito que en la evaluación inicial, lo que permitió identificar el nivel de logro alcanzado tras la implementación de la estrategia de gamificación.

Validación

Para demostrar la eficacia con la que el instrumento de recojo de información mide determinado ítem, se optó por la validez de contenido, y para saber si la prueba era una muestra representativa de la competencia matemática que se mide, se trabajó sobre la base de juicio de expertos.

A continuación, se presentarán a los jueces que participaron en este proceso de validación:

Juez 1:

Rosa Haydeé Zegarra Flores

Magister, Licenciada en Educación, especialidad de Matemática – Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente del Programa de Estudios de Matemática en la Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico.

Juez 2:

Fridolina Rosa Díaz Sebastián

Licenciada en Educación, especialidad de Matemática – Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente del Programa de Estudios de Matemática en la Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico.

Juez 3:

Miguel Angel Díaz Sebastián

Licenciado en Educación, especialidad de Matemática – Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente del Programa de Estudios de Matemática en la Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico.

Juez 4: Milagros Ramos Zapata

Licenciada en Educación, especialidad de Matemática – Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente del área de Matemática en la IE 6050 Juana Alarco de Dammert.

Juez 5: Gina Milagros Cupe Delgado

Licenciada en Educación, especialidad de Matemática – Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente del área de Matemática en la IE 6050 Juana Alarco de Dammert.

Juez 6: Jorge Héctor Alvarez Trujillo

Licenciado en Educación, especialidad de Matemática – Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente del área de Matemática en la IE 6050 Juana Alarco de Dammert.

Juez 7: Vicente Feliciano Reyna Gamarra

Licenciado en Educación, especialidad de Física.

Actualmente desempeña el cargo de docente del área de Matemática en la IE 6050 Juana Alarco de Dammert.

La validación del instrumento propuesto para esta investigación se realizó a través de la búsqueda del consenso entre el grupo de especialistas presentados. Se consideró a siete expertos, tres de ellos miembros de nuestra institución de formación y cuatro docentes miembros de la institución educativa donde se realizó la investigación, a quienes se les brindó el modelo de la prueba, así como la matriz del instrumento para que puedan examinarlo de forma minuciosa. Posteriormente, en base a los informes recibidos por cada experto, se observó si existen diferencias entre sus opiniones con respecto a cada indicador del instrumento.

La información obtenida, luego de la revisión de los informes, se plasmó en la siguiente tabla:

Tabla 9

Análisis de los informes entregados por los jueces y la clasificación del investigador.

Ítem	J 1	J 2	J 3	J 4	J 5	J 6	J 7	Total Acuerdos	Total Desacuerdos	V de Aiken De acuerdo	Decisión
1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
4	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
5	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
6	✓	✓	✓	✕	✓	✓	✓	6	1	0,905	Aceptado
7	✓	✓	✓	✕	✓	✓	✓	6	1	0,905	Aceptado
8	✓	✓	✓	✕	✓	✓	✓	6	1	0,905	Aceptado
9	✓	✓	✓	✕	✓	✓	✓	6	1	0,87	Aceptado
10	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
11	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
12	✓	✓	✓	✕	✓	✓	✓	6	1	0,905	Aceptado
13	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
14	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
15	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	7	0	1	Aceptado
16	✓	✓	✓	✕	✓	✓	✓	6	1	0,952	Aceptado

A partir del análisis de las observaciones realizadas por los expertos al instrumento “El Mundo de las Matemáticas”, se puede afirmar que los dieciséis ítems fueron aprobados por mayoría. Sin embargo, dos jueces brindaron observaciones descritas a continuación:

El primer juez se encuentra de acuerdo con todos los ítems, sin embargo, recomienda brindar un contexto a los ítems 6; 7; 8; 10; 11; 12; 13; 14 y 16.

El cuarto juez considera que los ítems 6; 7; 8 y 9 no corresponden al indicador presentado, por lo cual propone agregar indicaciones dentro de los ítems que permitan al estudiante expresar su comprensión sobre los contenidos matemáticos y cumplir con los indicadores correspondientes. Además, recomienda mejorar la calidad en las gráficas de las funciones en los ítems 12 y 16.

Estas recomendaciones y sugerencias se tomaron en cuenta y contribuyeron a la mejora en la construcción de los ítems del instrumento propuesto. Asimismo, se utilizó la V de Aiken para calcular un índice que describa la validez de cada ítem con respecto a su relevancia, coherencia y claridad. Por tanto, considerando que las observaciones son mínimas y el índice de aprobación, en el caso de todos los ítems, es mayor a 0,80; se puede decir que la validez evaluada a través del Juicio de Expertos fue favorable, asegurando que el instrumento de evaluación es válido.

Confiabilidad

11 Hernández (2010) define a la confiabilidad de un instrumento como el “grado en que su aplicación repetida al mismo individuo u objeto produce resultados iguales” (p. 200). Es decir, los resultados de la aplicación del instrumento de evaluación no deben ser tan dispersos cuando se toma a un grupo de sujetos con características en común, ello con el objetivo de no presentar variaciones significativas durante la aplicación continua o en serie de dicho instrumento.

Para medir la confiabilidad del instrumento, se utilizó el Alfa de Cronbach, el cual permite evaluar la consistencia y estabilidad de los puntajes obtenidos.

La fórmula del Alfa de Cronbach se presenta a continuación:

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_T^2}\right]$$

Donde:

$$\alpha = coeficiente\ de\ Alfa\ de\ Cronbach$$

$$k = Número\ de\ ítems$$

$$\sum s_i^2 = sumatoria\ de\ varianza\ de\ los\ ítems$$

$$s_T^2 = varianza\ de\ la\ suma\ de\ los\ ítems$$

En este sentido, se aplicó el instrumento de evaluación “El mundo de las matemáticas” a 28 estudiantes del cuarto grado B de educación secundaria de la IE Juana Alarco de Dammert el día 18 de octubre del año 2024, con la finalidad de comprobar su confiabilidad. La razón por la cual se eligió a este grupo de estudiantes fue por tener características similares al grupo experimental, con respecto a su edad, sexo, nivel socioeconómico, grado e institución educativa.

Luego de organizar y realizar un tratamiento de los datos obtenidos en la aplicación de la prueba piloto, se obtuvo el siguiente resultado:

$$\alpha = 0{,}78$$

Después de utilizar la fórmula del Alfa de Cronbach para someter a los resultados obtenidos luego de la aplicación de la prueba piloto, se pudo comprobar que el instrumento es confiable porque el resultado de esta medida es de 0,78; superando el valor mínimo requerido.

3.7. Análisis y Procesamiento de la Información

La estadística descriptiva que se utilizó para analizar los resultados del pre-test y pos-test permitió examinar los datos relacionados con la media, la desviación estándar, y los puntajes mínimos y máximos en la variable y sus cuatro dimensiones conforme a los grupos en las que se les aplico la prueba, ya que esto es un proceso fundamental para interpretar y validar los datos recopilados durante la investigación, permitiendo obtener conclusiones confiables y objetivas.

En cuanto a la comprobación de las hipótesis, dado que la investigación es de tipo experimental y se centra en grupos pequeños, se utilizó Shapiro-Wilk, que es una prueba estadística utilizada para determinar si una muestra de datos sigue una distribución normal donde los resultados de la competencia y las dimensiones nos arrojó un valor de p menor a 0,05, por ello los datos de la investigación pertenecen a una estadística no paramétrica. Por lo cual se hizo uso del estadístico descriptivo para grupos relacionados y se llevó a cabo la prueba T de Wilcoxon para muestras emparejadas.

Además, se aplicó la prueba U de Mann-Whitney como una herramienta estadística no paramétrica para comparar los grupos experimental y de control. Esta prueba permite evaluar si existen diferencias significativas en la mediana de una variable entre ambos grupos, sin asumir distribuciones específicas. Su aplicación permitió determinar objetivamente si la intervención o condición estudiada generó un efecto real, al comparar los resultados de la prueba de entrada y salida entre el grupo experimental y el grupo control. Así, la prueba U de Mann-Whitney sirve para validar si las diferencias observadas en los datos son atribuibles a la intervención y no al azar, aportando rigor y solidez a las conclusiones de la investigación

3.8. Consideraciones Éticas

Es crucial seguir directrices éticas en la investigación científica para que los estudios se hagan de forma responsable, respetuosa e imparcial, salvaguardando los derechos y el bienestar de todos los participantes. Es por ello, que, en esta investigación, nos adherimos a todos los principios éticos, en línea con la Declaración de Helsinki y el Protocolo de protección de la integridad científica y de la propiedad intelectual de la EESPPM, aprobado por la Resolución Directoral N.º 0341-2024-EESPPM-DG, donde priorizamos el bienestar de cada participante, protegiendo su integridad física, emocional y académica. Evaluamos los posibles riesgos e implementamos medidas para mitigarlos, asegurando que los beneficios de la investigación superarán cualquier impacto negativo.

Los datos se utilizaron sólo para fines académicos y científicos, garantizando el anonimato mediante códigos y evitando la divulgación de información personal. Además, respetamos la autonomía de los participantes, permitiéndoles retirarse del estudio en cualquier momento sin consecuencias negativas. La participación fue totalmente voluntaria y basada en la comprensión total del objetivo del estudio; donde aseguramos el principio de justicia, garantizando una distribución equitativa de beneficios y responsabilidades. Así mismo, evitamos la discriminación y la exclusión de cualquier estudiante, previniendo la explotación de grupos vulnerables, con el fin de contribuir al bienestar educativo y colectivo.

El análisis fue revisado por la unidad encargada de la institución, cumpliendo con todos los criterios establecidos. Para ello se verificó que los procedimientos fueran seguros, que el consentimiento informado, se gestionó correctamente y que los derechos de los participantes se respetaron.

En resumen, la investigación se llevó a cabo con total transparencia y honestidad, asegurando la integridad científica en cada fase sin que se modificaran los datos ni se ocultaron resultados; por el contrario, se fomentó una práctica rigurosa, ética y comprometida con el avance educativo.

3.9. Limitaciones

El avance de la investigación se ve afectado por la escasez de literatura relacionada con estudios internacionales sobre el tema en cuestión, en particular aquellos que se enfocan en la gamificación aplicada a la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Esto obliga a enriquecer la información existente y realizar comparaciones para identificar similitudes en los objetivos generales, así como diferencias en cuanto a las competencias matemáticas y su enfoque pedagógico.

Asimismo, otra limitación que se presentó fue durante el uso del instrumento para la recolección de información. De acuerdo con lo establecido, se había programado llevar a cabo la prueba matemática gamificada el mismo día para los estudiantes que fueron elegidos del grupo de control y del grupo experimental. No obstante, debido a actividades institucionales inesperadas, se volvió necesario realizar la aplicación en días diferentes, lo que causó un leve desfase en el cronograma: el grupo de control recibió la aplicación un martes y el grupo experimental un jueves, lo que requirió un esfuerzo adicional para asegurar la uniformidad de las condiciones de evaluación.

El propósito de esta investigación es obtener una comprensión más precisa de la situación actual de los estudiantes en el desarrollo de habilidades matemáticas, sirviendo como fundamento para futuras exploraciones en el área de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediante estrategias activas y novedosas. Sin embargo, el tiempo limitado con el que se contó para ejecutar la propuesta pedagógica pudo afectar la aplicación de esta, causando que se trabaje de manera apresurada y no se logre detectar dificultades que pudo presentar la investigación.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente capítulo se exponen, a través de tablas y gráficos estadísticos, los resultados obtenidos en la prueba de entrada y salida, así como la discusión de estos; después de haber aplicado la estrategia de gamificación a 30 estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert, con el objetivo de comprobar si dicha estrategia favoreció el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. Los resultados adquiridos fueron analizados en las dimensiones propuestas, las cuales son las capacidades de la competencia mediante una escala que divide el puntaje total de los estudiantes según diferentes parámetros que pertenecen a cada nivel, detallados anteriormente. También, se presentan medidas estadísticas (media y desviación estándar) que corresponden a cada dimensión. Al finalizar la presentación de cada tabla y gráfico, se describe una interpretación y análisis de estos.

4.1. Resultados

Análisis descriptivo

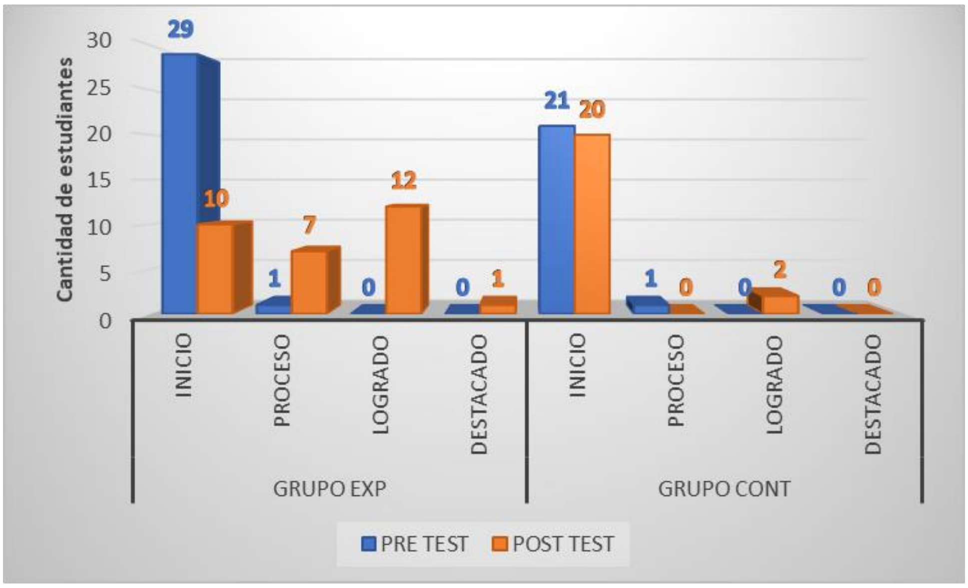
A partir de la aplicación de la evaluación pretest a los grupos experimental y de control, se realizó un análisis literal e inferencial de los resultados, que se presentan a continuación:

Tabla 10

3 *Distribución de las calificaciones de los estudiantes en la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, por prueba de entrada, salida, grupo de control y experimental.*

Nivel de logro	Intervalos	Grupo Experimental				Grupo de control			
		Prueba de entrada		Prueba de salida		Prueba de entrada		Prueba de salida	
		f_i	%	f_i	%	f_i	%	f_i	%
Inicio	0 - 10	29	96,7	10	33,3	21	95,5	20	90,9
Proceso	11 - 14	1	3,3	7	23,3	1	4,5	0	0
Logrado	15 - 19	0	0	12	40	0	0	2	9,1
Destacado	20	0	0	1	3,3	0	0	0	0
Total		30	100	30	100	22	100	22	100
Media aritmética	$\bar{x}$	4,53		13,09		3,66		5,97	
Desviación Estándar	s	2,85		4,29		2,98		3,98	

Figura 1. *Distribución de las calificaciones de los estudiantes en la variable Resuelve Problemas de Regularidad, Equivalencia y Cambio, por prueba de entrada, salida, grupo de control y experimental.*



En la Tabla 10, referida a los resultados de las calificaciones de los estudiantes en la competencia matemática Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, se observa lo siguiente:

En relación con la evaluación inicial, el 96,7 % de los estudiantes que forman parte del grupo experimental (4° "E") se situó en el nivel de Inicio, mientras que el 3,3% se ubicó en el nivel Proceso; alcanzando un promedio de 4,53 puntos y con una desviación estándar de 2,85; no hubo estudiantes que alcancen los niveles de logrado y destacado. Esto indica un desarrollo limitado de la competencia matemática mencionada.

El grupo de control (4° "C") mostró resultados parecidos, con el 95,5 % de sus estudiantes en el nivel de Inicio y el 4,5% alcanzó el nivel de Proceso, con un promedio de 3,66 puntos y una desviación estándar de 2,98; no hubo estudiantes que alcancen los niveles de logrado y destacado.

Esto señala que ambos grupos contaban con condiciones similares al comenzar el estudio, enfrentando dificultades para reconocer patrones, regularidades y conexiones matemáticas en situaciones problemáticas.

Respecto a la evaluación final, se observa una notable mejora en el grupo experimental, dado que únicamente el 33,3% de los estudiantes se mantienen en el nivel Inicio, mientras que un 23,3 % alcanzó el nivel en Proceso, y un 40% logró situarse en el nivel Logrado. Y un estudiante (3,3 %) que alcanzó el nivel Destacado. La media del grupo alcanzó los 13,09 puntos, con una desviación estándar de 4,29. Estos resultados indican un progreso significativo en el desarrollo de la habilidad, gracias a la implementación de la estrategia de gamificación durante las lecciones de aprendizaje.

A diferencia de ello, el grupo de control presenta un progreso más restringido: el 90,9 % de los estudiantes permanece en el nivel Inicio, y únicamente un 9,1 % ha llegado al nivel Logrado, sin representación en los niveles Proceso ni Destacado. El promedio de este conjunto se elevó levemente a 5,97 puntos, con una desviación estándar de 3,98, lo que sugiere que la mejora fue mínima.

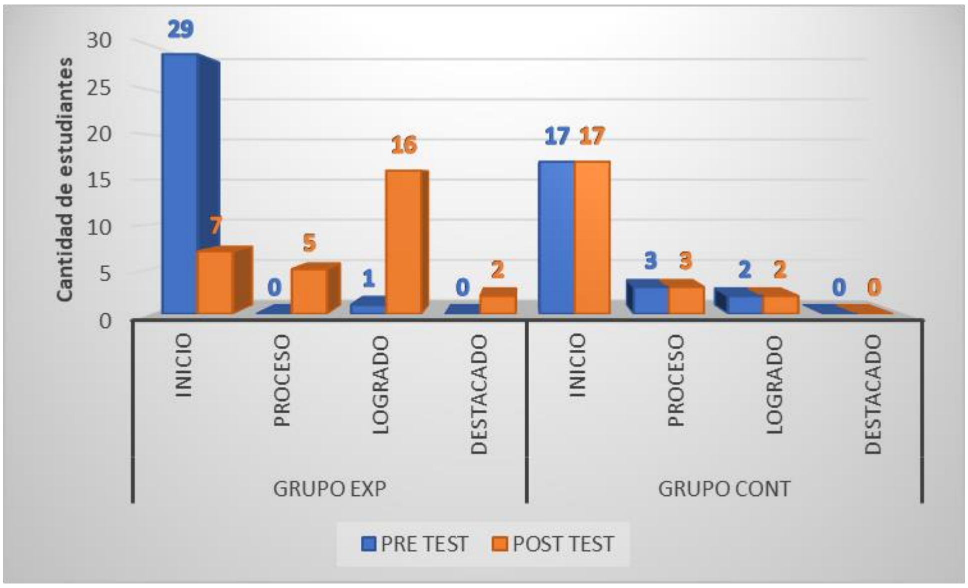
Con base en lo anterior, se puede concluir que las sesiones realizadas utilizando la estrategia de gamificación en el grupo experimental (4° "E") favorecieron de forma positiva el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, ya que se observa un aumento promedio de 8,56 puntos, en comparación con un incremento de solo 2,31 puntos en el grupo de control (4° "C"). Este hallazgo destaca la eficacia de la gamificación como método educativo, ya que fomenta una participación activa, genera motivación y mejora la comprensión de conceptos matemáticos fundamentales.

Tabla 11

Resultados generales de niveles de logro de la dimensión Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.

Nivel de logro	Intervalos	Grupo Experimental				Grupo de control			
		Prueba de entrada		Prueba de salida		Prueba de entrada		Prueba de salida	
		f_i	%	f_i	%	f_i	%	f_i	%
Inicio	0 - 10	29	96,7	7	23,3	17	77,3	17	77,3
Proceso	11 - 14	0	0	5	16,7	3	13,6	3	13,6
Logrado	15 - 19	1	3,3	16	53,3	2	9,1	2	9,1
Destacado	20	0	0	2	6,7	0	0	0	0
Total		30	100	30	100	22	100	22	100
Media aritmética	$\bar{x}$	4,73		14,13		6,32		10,32	
Desviación Estándar	s	3,92		4,65		4,99		7,09	

Figura 2. *Distribución de las calificaciones de los estudiantes en la dimensión traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas, por prueba de entrada, salida, grupo de control y experimental.*



En la Tabla 11, que presenta los resultados generales de los niveles de logro de la dimensión Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas, se evidencian las siguientes observaciones:

En la prueba de entrada, el 96,7 % de los estudiantes del grupo experimental (4° “E”) se encontraba en el nivel Inicio; y un 3,3% alcanzó un nivel logrado; no hubo estudiantes que alcancen los niveles de proceso y destacado, con un promedio de 4,73 puntos y una desviación estándar de 3,92, lo que revela un desempeño inicial muy limitado en esta dimensión.

De forma similar, el grupo de control (4° “C”) mostró un 77,3 % de estudiantes en el mismo nivel, el 13,6% alcanzó el nivel Proceso, mientras que el 9,1% alcanzaron el nivel logrado y no hubo estudiantes en el nivel destacado; la media es de 6,32 puntos y una desviación estándar de 4,99, lo que indica que ambos grupos presentaban dificultades importantes para traducir datos y condiciones a representaciones algebraicas antes de la intervención.

En cuanto a los resultados de la prueba de salida, se aprecia una mejora notable en el grupo experimental, donde solo el 23,3 % de los estudiantes se mantuvo en el nivel inicio; un 16,7% avanzó al nivel proceso; mientras que el 53,3 % alcanzó el nivel logrado; e incluso un 6,7 % logró ubicarse en el nivel destacado. El promedio general ascendió a 14,13 puntos, con una desviación estándar de 4,65, reflejando así un progreso significativo en la capacidad para transformar condiciones verbales a lenguaje algebraico.

Por otro lado, el grupo de control no experimentó un avance tan marcado. El 77,3 % de los estudiantes permaneció en el nivel inicio, solo un 13,6 % alcanzó el nivel Proceso, y un 9,1% llegó al nivel Logrado, sin registros en el nivel destacado. Su promedio aumentó moderadamente a 10,32 puntos, con una desviación estándar de 7,09, lo que indica una mejora menos consistente y homogénea en comparación con el grupo experimental.

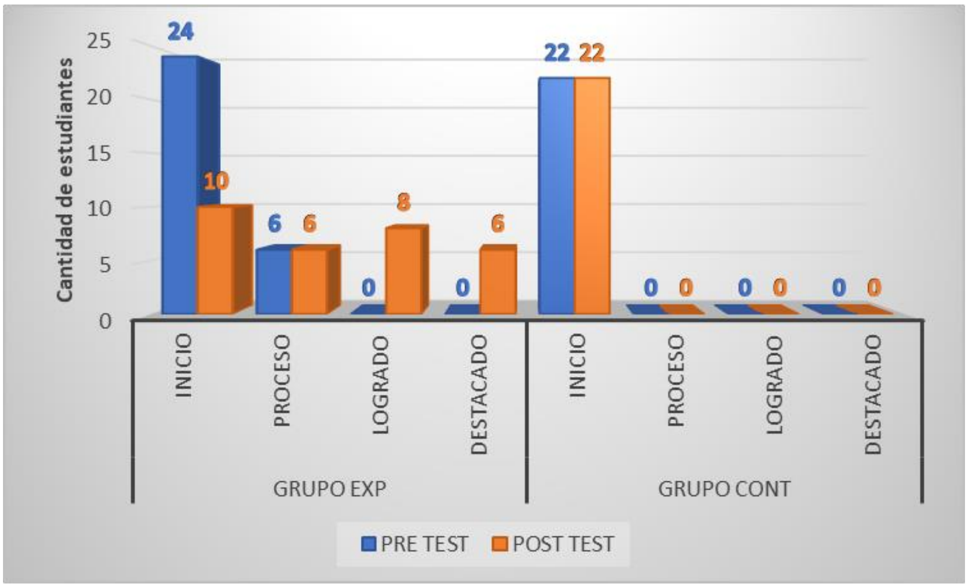
En función de estos resultados, se puede concluir que la aplicación de la estrategia de gamificación con el grupo experimental (4° “E”) tuvo un impacto positivo en el desarrollo de la dimensión Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. La diferencia en el incremento promedio de 9,4 puntos en el grupo experimental frente a 4 puntos en el grupo de control evidencia la efectividad de esta metodología activa, al promover una comprensión más profunda del uso del lenguaje algebraico para representar situaciones problemáticas.

Tabla 12

Resultados generales de niveles de logro de la dimensión Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

Nivel de logro	Intervalos	Grupo Experimental				Grupo de control			
		Prueba de entrada		Prueba de salida		Prueba de entrada		Prueba de salida	
		f_i	%	f_i	%	f_i	%	f_i	%
Inicio	0 - 10	26	86,7	10	33,3	22	100	22	100
Proceso	11 - 14	4	13,3	6	20	0	0	0	0
Logrado	15 - 19	0	0	8	26,7	0	0	0	0
Destacado	20	0	0	6	20	0	0	0	0
Total		30	100	30	100	22	100	22	100
Media aritmética	$\bar{x}$	5,33		13,27		4,09		6,05	
Desviación Estándar	s	4,32		5,06		3,46		4,9	

Figura 3. *Resultados pretest del grupo experimental y de control de la dimensión Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.*



A partir de la Tabla 12, que presenta los resultados generales de los niveles de logro de la dimensión Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas, se evidencian las siguientes observaciones:

En la prueba de entrada, el 86,7 % de los estudiantes del grupo experimental (4° “E”) se encontraba en el nivel Inicio, mientras que el 13,3 % alcanzó el nivel Proceso; no se registraron estudiantes en los niveles Logrado ni Destacado. El grupo tuvo una media de 5,33 puntos y una desviación estándar de 4,32, lo que refleja un desempeño inicial limitado y disperso respecto a la comunicación de su comprensión algebraica.

Por otro lado, el grupo de control (4° “C”) mostró un 100 % de estudiantes en el nivel Inicio, sin presencia en los niveles superiores. Su promedio fue de 4,09 puntos y la desviación estándar de 3,46, lo cual indica un punto de partida aún más bajo y homogéneo que el del grupo experimental.

En cuanto a la prueba de salida, se evidencia una mejora significativa en el grupo experimental: solo el 33,3 % permaneció en el nivel Inicio, mientras que un 20 % se ubicó en el nivel Proceso, un 26,7 % avanzó al nivel Logrado y un 20 % alcanzó el nivel Destacado. El promedio general se elevó a 13,27 puntos, con una desviación estándar de 5,06, lo que indica un progreso notable en la habilidad de los estudiantes para comunicar sus ideas sobre las relaciones algebraicas.

En contraste, el grupo de control no presentó variaciones, ya que el 100 % de los estudiantes continuó en el nivel Inicio, con una media de 6,05 puntos y una desviación estándar de 4,9, reflejando una mejora leve y poco significativa en comparación con el grupo experimental.

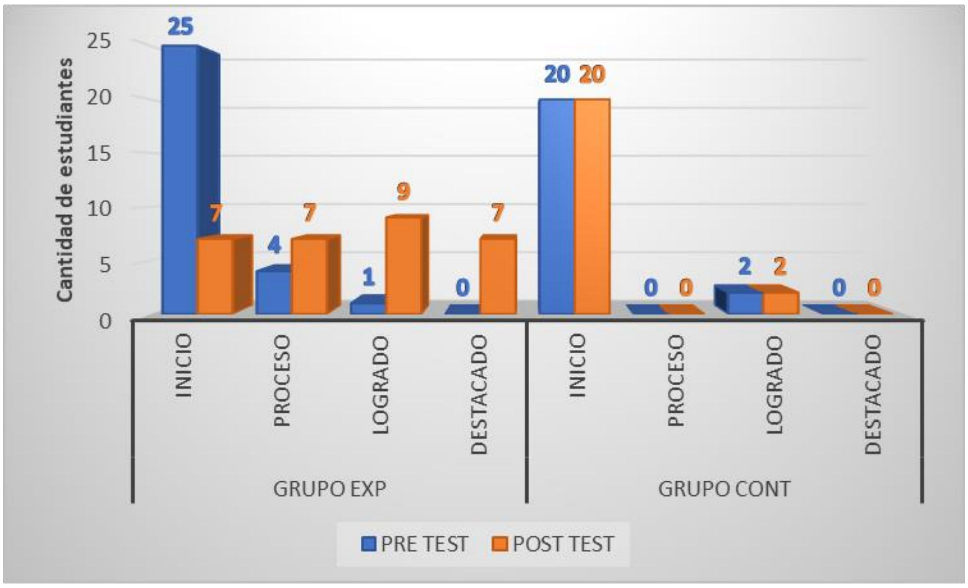
En función de estos resultados, se puede concluir que la aplicación de la estrategia de gamificación con el grupo experimental (4° “E”) tuvo un impacto positivo en el desarrollo de la dimensión Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. El incremento de la media en 7,94 puntos (de 5,33 a 13,27) en dicho grupo, frente a un aumento de solo 1,96 puntos (de 4,09 a 6,05) en el grupo de control, evidencia la efectividad de esta estrategia activa, ya que promovió una mejora sustancial en la capacidad de los estudiantes para expresar con claridad sus razonamientos algebraicos.

Tabla 12

Resultados generales de niveles de logro de la dimensión Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Nivel de logro	Intervalos	Grupo Experimental				Grupo de control			
		Prueba de entrada		Prueba de salida		Prueba de entrada		Prueba de salida	
		f_i	%	f_i	%	f_i	%	f_i	%
Inicio	0 - 10	25	83,3	7	23,3	20	90,9	20	90,9
Proceso	11 - 14	4	13,3	7	23,3	0	0	0	0
Logrado	15 - 19	1	3,3	9	30	2	9,1	2	9,1
Destacado	20	0	0	7	23,3	0	0	0	0
Total		30	100	30	100	22	100	22	100
Media aritmética	$\bar{x}$	6,13		13,77		4,95		4,45	
Desviación Estándar	s	4,08		5,5		5,55		5,56	

1 **Figura 4.** *Resultados pretest del grupo experimental y de control de la dimensión Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.*



A partir de la Tabla 12, que presenta los resultados generales de los niveles de logro de la dimensión "Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales", se observan las siguientes interpretaciones:

En la prueba de entrada, el 83,3 % de los estudiantes del grupo experimental (4° "E") se encontraba en el nivel Inicio, el 13,3 % en el nivel Proceso, y solo un 3,3 % alcanzó el nivel Logrado; no se reportaron estudiantes en el nivel Destacado. La media obtenida fue de 6,13 puntos con una desviación estándar de 4,08, lo que indica un rendimiento inicial bajo y con cierta dispersión en las respuestas.

En contraste, el grupo de control (4° "C") presentó un 90,9 % de estudiantes en el nivel Inicio y solo un 9,1 % en el nivel Logrado, sin registros en los niveles Proceso ni Destacado. Su promedio fue de 4,95 puntos con una desviación estándar de 5,55, reflejando un rendimiento inicial más bajo y disperso que el grupo experimental.

En cuanto a la prueba de salida, se evidencia un progreso significativo en el grupo experimental: el porcentaje de estudiantes en el nivel Inicio disminuyó al 23,3 %, mientras que un 23,3 % se ubicó en el nivel Proceso, un 30 % alcanzó el nivel Logrado, y un 23,3 % logró ubicarse en el nivel Destacado. La media aumentó a 13,77 puntos, con una desviación estándar de 5,5, lo cual demuestra un avance considerable y una mejora generalizada en la aplicación de estrategias y procedimientos para identificar reglas generales.

Por el contrario, el grupo de control no mostró ningún cambio en sus niveles de logro entre la prueba de entrada y la de salida: el 90,9 % permaneció en el nivel Inicio, y solo el 9,1 % se mantuvo en el nivel Logrado, con una media que incluso descendió ligeramente a 4,45 puntos, y una desviación estándar de 5,56, indicando estancamiento y falta de mejora tras el periodo de intervención.

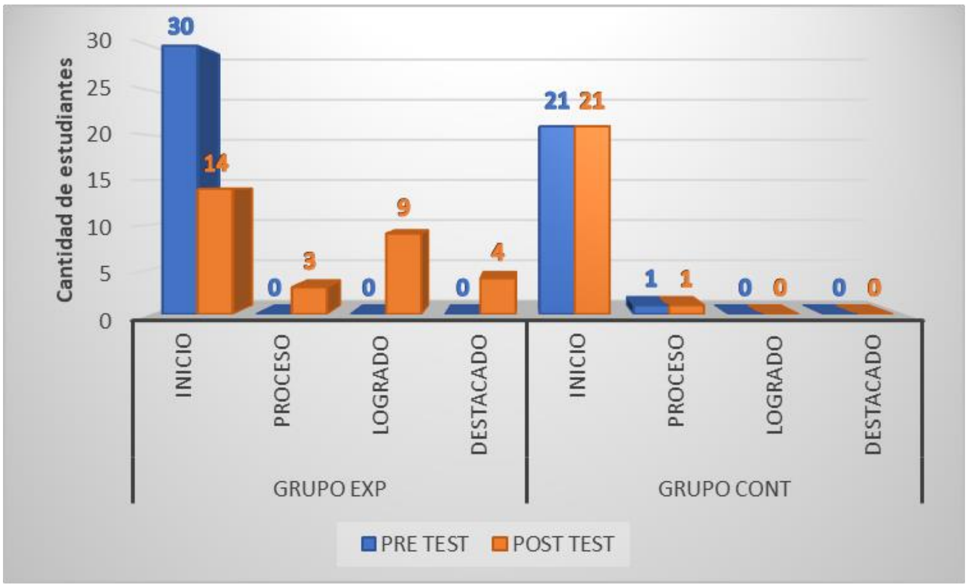
En función de estos resultados, se concluye que la aplicación de la estrategia de gamificación con el grupo experimental (4° "E") tuvo un impacto positivo y evidente en el desarrollo de la dimensión Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. El incremento en la media de 7,64 puntos (de 6,13 a 13,77) contrasta marcadamente con la disminución de 0,5 puntos en el grupo de control (de 4,95 a 4,45), lo cual demuestra la efectividad de la estrategia gamificada para fomentar un pensamiento más analítico, estructurado y eficaz en la resolución de patrones y reglas algebraicas.

Tabla 13

Resultados generales de niveles de logro de la dimensión Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Nivel de logro	Intervalos	Grupo Experimental				Grupo de control			
		Prueba de entrada		Prueba de salida		Prueba de entrada		Prueba de salida	
		f_i	%	f_i	%	f_i	%	f_i	%
Inicio	0 - 10	30	100	14	46,7	21	95,5	21	95,5
Proceso	11 - 14	0	0	3	10	1	4.5	1	4.5
Logrado	15 - 19	0	0	9	30	0	0	0	0
Destacado	20	0	0	4	13,3	0	0	0	0
Total		30	100	30	100	22	100	22	100
Media aritmética	$\bar{x}$	1,93		11,2		3		3,05	
Desviación Estándar	s	2,53		6,22		4,33		4,06	

1 **Figura 5.** *Resultados pretest del grupo experimental y de control de la dimensión Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.*



A partir de la Tabla 13, que presenta los resultados generales de los niveles de logro de la dimensión Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, se pueden realizar las siguientes observaciones:

En la prueba de entrada, el 100 % de los estudiantes del grupo experimental (4° "E") se encontraba en el nivel Inicio (0 a 10 puntos); sin presencia de estudiantes en los otros niveles, lo que evidencia un desempeño inicial totalmente limitado en esta dimensión. La media obtenida fue de 1,93 puntos, con una desviación estándar de 2,53, y una mediana de 1, lo que refuerza el diagnóstico de bajo nivel en la capacidad para argumentar relaciones de cambio y equivalencia.

De forma similar, el grupo de control (4° "C") presentó un 95,5 % de estudiantes en el nivel Inicio, y solo un 4,5 % logró ubicarse en el nivel Proceso. La media fue de 3 puntos, con una desviación estándar de 4,33 y una mediana de 0, lo que también refleja un nivel de desempeño inicial muy bajo y con escasa habilidad argumentativa.

En cuanto a la prueba de salida, el grupo experimental mostró una mejora considerable. El porcentaje de estudiantes en el nivel Inicio se redujo al 46,7 %, mientras que un 10 % avanzó al nivel Proceso, un 30 % logró alcanzar el nivel Logrado, y un 13,3 % se ubicó en el nivel Destacado. El promedio general aumentó significativamente a 11,2 puntos, con una desviación estándar de 6,22, y una mediana de 12, lo cual evidencia un progreso sustancial y más homogéneo en la capacidad para argumentar relaciones algebraicas.

En contraste, el grupo de control no mostró variaciones en sus niveles de logro tras la intervención: el 95,5 % de los estudiantes permaneció en el nivel Inicio y el 4,5 % en el nivel Proceso, sin avances hacia los niveles Logrado o Destacado. La media fue de 3,05 puntos, apenas superior a la inicial, con una desviación estándar de 4,06 y una mediana que se mantuvo en 0, lo que refleja estancamiento y falta de desarrollo en esta dimensión.

Con base en estos resultados, se concluye que la aplicación de la estrategia de gamificación en el grupo experimental (4° "E") tuvo un impacto positivo y significativo en el desarrollo de la dimensión Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. El aumento de 9,27 puntos en la media (de 1,93 a 11,2), en comparación con el incremento casi nulo del grupo de control (de 3 a 3,05), evidencia la efectividad de esta metodología activa, al promover no solo el razonamiento algebraico, sino también el uso de argumentos válidos para establecer equivalencias y comprender transformaciones en expresiones algebraicas.

Contraste de hipótesis

Un contraste de hipótesis consiste en determinar si una hipótesis puede ser aceptada o rechazada con cierta probabilidad de acertar. En la presente investigación se formula la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_1) siguiente:

1 H_0: La aplicación de la estrategia de gamificación no desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

1 H_1: La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.

Previo al contraste de hipótesis se llevó a cabo la prueba de normalidad Shapiro- Wilk debido a que la nuestra muestra es menor a 50 tal como señala Flores et. al. (2021) "cuando la muestra es como máximo de tamaño 50, se puede contrastar la normalidad con la prueba de Shapiro-Wilk, procediéndose a calcular la media y la varianza muestral".

Tabla 14

Prueba de normalidad con Shapiro – Wilk para la competencia Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio en el grupo experimental.

	Estadístico	gl	Sig.
Pre test	0,895	30	0,006
Post test	0,959	30	0,287

En la tabla 14, después de realizar la prueba de normalidad a través del programa Statistiscs Kingdom, se pudo evidenciar que la significancia fue menor de 0,05 dado que el P- valor en la prueba del pre test fue de 0,006. Por ello, se concluye que los resultados de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio no tienen una distribución normal, lo cual indica que se debe recurrir a un análisis no paramétrico.

Para llevar a cabo la comparación de hipótesis, se utilizó el método estadístico no paramétrico conocido como la T de Wilcoxon para la competencia y sus cuatro dimensiones. Esta prueba analiza las discrepancias existentes entre dos muestras que están ligadas y nos muestra, además, el grado de importancia del uso del test. También se usó la prueba de U-Man Whitney para evaluar los resultados de la competencia de las pruebas de entrada y salida de ambos grupos. Basándose en los resultados obtenidos, se determina si se debe rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa.

Tabla 15

Prueba de rangos con signo de la T de Wilcoxon resultados de los estadísticos de prueba para la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en el grupo experimental.

Grupo		N	Rango promedio	Suma de rangos	Z	Sig. (bilateral)
Pre test - Post test	Rangos negativos	0	0	0	4,7739	0,000
	Rangos positivos	30	15,5	465		
	Empates	0				
	Total	30				

Nota: Prueba de entrada y prueba de salida aplicadas a los estudiantes del grupo experimental del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa "Juana Alarco de Dammert" en octubre y diciembre del 2024.

La tabla 15 permite observar que el valor de la T de Wilcoxon que se realizó en el programa Statistics Kingdom, es estadísticamente significativo al nivel de $p<0,05$. Es decir, se puede afirmar que existe diferencia significativa entre los rangos promedio de la variable de estudio en las estudiantes del grupo experimental y grupo control. Podemos concluir que la intervención de la estrategia de gamificación tuvo efecto en el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; por lo tanto, se acepta la hipótesis alterna.

13

Tabla 16

Prueba de rangos con signo de la T de Wilcoxon resultados de los estadísticos de prueba para la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en el grupo control.

Grupo		N	Rango promedio	Suma de rangos	Z	Sig. (bilateral)
Pre test - Post test	Rangos negativos	8	7,3125	58,5	2,1943	0,02821
	Rangos positivos	14	13,8928	194,5		
	Empates	0				
	Total	22				

Nota: Prueba de entrada y prueba de salida aplicadas a los estudiantes del grupo control del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa "Juana Alarco de Dammert" en octubre y diciembre del 2024.

La tabla 16 permite observar que el valor de la T de Wilcoxon que se realizó en el programa Statistics Kingdom, es estadísticamente significativo al nivel de $p<0,05$. Pero en relación con el resultado obtenido del grupo experimental se puede observar que la mejora en este grupo es mínima.

Tabla 17

Prueba de rangos con signo de la U de Mann-Whitney resultados de los estadísticos de prueba para la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Grupo	Mediana	N	U	p-valor	Z	Tamaño del efecto (r)
GE	3,63	30	354	0,663	0,44	0,06
GC	3,25	22				

Nota: Prueba de entrada a los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa "Juana Alarco de Dammert" en octubre del 2024.

La tabla 17 muestra la prueba U de Mann-Whitney que se realizó en el programa Statistics Kingdom , y se utilizó para comparar las distribuciones de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio entre el Grupo experimental el Grupo control, obteniéndose un estadístico U = 354, un valor de Z = 0.44 y un p-valor = 0.663, lo que indica que no existen diferencias estadísticamente significativas entre ambos grupos ($p > 0.05$); además, el tamaño del efecto fue pequeño (r = 0.06), por lo que se concluye que las diferencias observadas pueden atribuirse al azar y no a un efecto real de la variable analizada.

Tabla 18

Prueba de rangos con signo de la U de Mann-Whitney resultados de los estadísticos de prueba para la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Grupo	Mediana	N	U	p-valor	Z	Tamaño del efecto (r)
GE	13,63	30	581,5	0,000	4,65	0,65
GC	4,88	22				

Nota: Prueba de salida a los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa "Juana Alarco de Dammert" en diciembre del 2024.

La tabla 18 muestra la prueba la prueba U de Mann-Whitney que se realizó en el programa Statistics Kingdom y tuvo el proposito de comparar los puntajes de la prueba de salida entre el grupo experimental y el grupo control, arrojó un estadístico U = 581.5, Z = 4.65 y un valor p = 0.0000033, lo que indica una diferencia estadísticamente significativa a favor del grupo experimental ($p < 0.05$); además, el tamaño del efecto fue grande (r = 0.65), lo que sugiere que la intervención tuvo un impacto considerable en los resultados de la prueba de salida.

Tabla 19

Prueba de rangos con signo de la T de Wilcoxon resultados de los estadísticos de prueba para la dimensión: Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.

Grupo		N	Rango promedio	Suma de rangos	Z	Sig. (bilateral)
Pre test - Post test	Rangos negativos	1	1,5	1,5	4,6666	0,000
	Rangos positivos	29	14,9482	433,5		
	Empates	0				
	Total	30				

La tabla 19 permite observar que el valor de la T de Wilcoxon que se realizó en el programa Statistics Kingdom, es estadísticamente significativo al nivel de p<0,05. Es decir, se puede afirmar que existe diferencia significativa entre los rangos promedio de la variable de estudio en las estudiantes del grupo experimental y grupo control. Podemos concluir que la intervención de la estrategia de gamificación tuvo efecto en el desarrollo de la dimensión traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas; por lo tanto, se acepta la hipótesis alterna.

Resultados de la dimensión: Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

Tabla 20

Prueba de rangos con signo de la T de Wilcoxon resultados de los estadísticos de prueba para la dimensión: Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.

Grupo		N	Rango promedio	Suma de rangos	Z	Sig. (bilateral)
Pre test - Post test	Rangos negativos	1	1	1	4,594	0,000
	Rangos positivos	29	13,9655	405		
	Empates	0				
	Total	30				

La tabla 20 permite observar que el valor de la T de Wilcoxon que se realizó en el programa Statistics Kingdom, es estadísticamente significativo al nivel de p<0,05. Es decir, se puede afirmar que existe diferencia significativa entre los rangos promedio de la dimensión estudiada en las estudiantes del grupo experimental y grupo control. Podemos deducir que la intervención de la estrategia de gamificación tuvo efecto en el desarrollo de la dimensión: comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas; por lo tanto, se acepta la hipótesis alterna.

Resultados de la dimensión: Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Tabla 21

Prueba de rangos con signo de la T de Wilcoxon resultados de los estadísticos de prueba para la dimensión: Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

Grupo		N	Rango promedio	Suma de rangos	Z	Sig. (bilateral)
Pre test - Post test	Rangos negativos	1	2,5	2,5	4,4741	0,000
	Rangos positivos	26	14,4423	375,5		
	Empates	3				
	Total	30				

La tabla 21 permite observar que el valor de la T de Wilcoxon gracias a los resultados que se obtuvieron en el programa Statistics Kingdom es estadísticamente significativo al nivel de p<0,05. Es decir, se puede afirmar que existe diferencia significativa entre los rangos promedio de la dimensión estudiada en las estudiantes del grupo experimental y grupo control. Podemos afirmar que la intervención de la estrategia de gamificación tuvo efecto en el desarrollo de la dimensión: usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales; por lo tanto, se acepta la hipótesis alterna.

Resultados de la dimensión: Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Tabla 22

Prueba de rangos con signo de la T de Wilcoxon resultados de los estadísticos de prueba para la dimensión: Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

Grupo		N	Rango promedio	Suma de rangos	Z	Sig. (bilateral)
Pre test - Post test	Rangos negativos	1	3,5	3,5	4,4507	0,000
	Rangos positivos	26	14,4038	374,5		
	Empates	3				
	Total	30				

La tabla 22 permite observar que el valor de la T de Wilcoxon que se aplicó con el programa Statistics Kingdom, es estadísticamente significativo al nivel de p<0,05. Es decir, se puede afirmar que existe diferencia significativa entre los rangos promedio de la dimensión estudiada en las estudiantes del grupo experimental y grupo control. Podemos confirmar que la intervención de la estrategia de gamificación tuvo un efecto significativo en el desarrollo de la dimensión: argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia; por lo tanto, se acepta la hipótesis alterna.

4.2. Discusión de los Resultados

En el presente apartado se aborda la descripción del significado de los resultados obtenidos, derivados del análisis de los datos recolectados mediante la evaluación realizada antes y después de la intervención pedagógica que utilizó la estrategia de gamificación.

Los hallazgos muestran que la evaluación utilizada es adecuada y fiable para el grupo de jóvenes del cuarto año de secundaria, y así se presenta también la discusión sobre los resultados obtenidos en función del objetivo general: Determinar
3
en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. Considerando además los objetivos específicos, los cuales implican determinar si la aplicación de la propuesta desarrolla las capacidades necesarias para cumplir con el nivel esperado de la competencia. De esta manera se propone un análisis de la competencia en mención y sus cuatro dimensiones para vincularlos con las bases teóricas y los antecedentes científicos de esta investigación.

La estrategia de gamificación aplicada en esta investigación consiste en una agrupación de catorce sesiones pedagógicas, donde el eje principal eran las actividades lúdicas estructuradas por niveles, retos, desafíos y reconocimientos diseñadas para desarrollar la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, incentivando la participación activa de los estudiantes, el pensamiento lógico y la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria. Este proceso se vio reflejado en toda la propuesta pedagógica aplicada al grupo experimental el cual promovió la mejora de la competencia en mención. También, es importante recalcar la relación docente – estudiante más allá del proceso cognitivo del aprendizaje.

La forma de usar partes de un juego durante las sesiones de aprendizaje del grupo experimental ayudó mucho a mejorar la manera de pensar de los estudiantes en relación a la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio, como se ve reflejado al comparar los resultados de pretest y postest del grupo experimental. Dichos resultados que fueron procesadas con la prueba T de Wilcoxon mostraron una diferencia grande en el p valor lo que permitió demostrar cómo ayudó al grupo experimental la aplicación de esta estrategia, lo cual sirvió para mejorar el aprendizaje en el álgebra.

Después de implementar la estrategia de gamificación, se hizo evidente una mejora considerable en la habilidad matemática de los estudiantes. Tal como indica Sagñay Rea (2021), "la gamificación logró que los estudiantes se metieran de lleno en el proceso de aprendizaje, elevando su motivación y su participación en las tareas de matemáticas" (p. 122). Esta implicación activa se refleja en un mejor rendimiento al solucionar problemas y al entender las ideas matemáticas esenciales. Además, al comparar el grupo experimental con el grupo de control, se notaron diferencias importantes que beneficiaron al grupo que participó en la propuesta. De acuerdo con el autor, "los estudiantes del grupo experimental lograron promedios más altos en las pruebas posteriores, lo cual prueba la eficacia de la gamificación como método de enseñanza para reforzar las habilidades matemáticas " (Sagñay Rea, 2021, p. 123). Este descubrimiento apoya la noción de que las dinámicas de juego y la retroalimentación instantánea ayudan a desarrollar habilidades matemáticas avanzadas.

Por último, la propuesta metodológica basada en la gamificación no solo optimizó los resultados numéricos, sino que también tuvo un efecto positivo en el ambiente del aula y en la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje. Citando a Sagñay Rea (2021),"la aplicación de actividades gamificadas creó un entorno más cooperativo y adecuado para el aprendizaje, donde los estudiantes se sintieron motivados para participar y vencer retos" (p. 122). Estos resultados confirman que la gamificación representa una opción factible y eficiente para impulsar la habilidad matemática en distintos entornos educativos.

Según Jiménez et al. (2024) “La gamificación consiste en utilizar elementos propios de los juegos, como sistemas de puntuación, recompensas, objetivos, niveles, desafíos y retroalimentación, para crear un ambiente de aprendizaje divertido y estimulante” esto permite que la estrategia de gamificación aplicada en esta investigación, con retos, niveles y reconocimientos, haga del salón de clases un espacio para aprender de manera dinámica y divertida, donde todos los estudiantes participan activamente, ayudando a entender situaciones problemáticas que están vinculadas con el álgebra. Esta forma de motivar no solo ayudó a participar siempre a los estudiantes, sino que también los ayudó a pensar en las matemáticas desde una perspectiva más dinámica, accesible y entretenida.

Los resultados gracias a la estrategia de gamificación demuestran la mejora en la competencia que se trabajó ya que los estudiantes del grupo que estuvieron expuestos a la propuesta pedagógica mostraron que pueden resolver situaciones problemáticas de álgebra, por los retos divertidos que ayudaron a ver patrones y ponerlos en forma de símbolos en las misiones que tenían que resolver los estudiantes. Esta práctica muchas veces, con cosas para ver y jugar, ayuda a hacer más fuerte la compresión de las definiciones algebraicas. La posibilidad de equivocarse y probar de nuevo en el juego, sin problemas, ayudó a los estudiantes a confiar y conocer nuevas ideas del álgebra, superando lo difícil que puede resultar este tema, tal y como lo señala Nuñez Naranjo et al. (2025) “La gamificación se concibe como una estrategia innovadora que transforma el proceso educativo al integrar dinámicas de juego en contextos no lúdicos”.

Con relación a la primera dimensión, la cual tiene que ver con la traducción de información matemática, los resultados obtenidos, muestran que los estudiantes incrementaron sus habilidades para analizar datos, símbolos y representaciones matemáticas en entornos de juego, al afrontar situaciones desafiantes que requerían entender y convertir información de manera clara. Nuñez Naranjo et al. (2025) menciona que la gamificación mejora el aprendizaje al convertir actividades aburridas en experiencias interactivas, esto permitió al grupo experimental demostrar grandes avances en su forma de ver y crear reglas generales en álgebra. Por el juego, los estudiantes tuvieron diferentes formas de hacer los retos solos, que luego veían con sus compañeros, haciendo más grande su entendimiento de cómo cambian los conceptos algebraicos, ya que reforzaban sus aprendizajes el uno del otro. Los estudiantes no solo aprendían fórmulas, sino que veían cambios y hacían sus propias ideas generales. Además, el estar juntos también ayudó mucho, ya que permitió el intercambio de ideas, ver si las formas de resolver los retos eran correctas y mejorar sus ideas para compartirlas en grupo. La dinámica creada que consiste en decir rápido cómo iba la situación problemática que brindaba el juego ayudó mucho a hacer más fuerte lo aprendido por los estudiantes y ello se contrasta en los resultados obtenidos en la prueba de salida que se les tomó.

La aplicación de la gamificación como estrategia educativa tuvo un impacto notable en la capacidad de los estudiantes para traducir datos y condiciones de problemas matemáticos a expresiones algebraicas. Espín Mendoza (2021) destaca que “los estudiantes mostraron mayor facilidad para identificar las variables y relaciones presentes en los enunciados, logrando representarlas simbólicamente con mayor precisión tras la intervención gamificada” (p. 53). Este resultado evidencia que los entornos lúdicos y los retos estructurados favorecen el desarrollo del pensamiento algebraico, permitiendo que los estudiantes pasen de la comprensión verbal a la representación simbólica de manera más efectiva.

Estos hallazgos coinciden con lo reportado por Holguín et al. (2020), quienes afirman que “el entorno interactivo y la innovación propia de la gamificación estimulan la participación activa y el razonamiento matemático, facilitando la comprensión y traducción de situaciones problemáticas a lenguaje algebraico” (p. 63). La motivación generada por los elementos de juego, como puntos y desafíos, impulsa a los estudiantes a involucrarse más profundamente en la resolución de problemas, lo que se traduce en una mejora significativa en la primera dimensión de la competencia evaluada.

Por otro lado, Rey y Vázquez (2020) refuerzan que “la gamificación, al proponer retos colaborativos y dinámicos, fomenta la identificación de patrones y la abstracción de reglas generales, habilidades fundamentales para la traducción de datos a expresiones algebraicas” (p. 60). En suma, los resultados obtenidos en la presente investigación y los hallazgos de la literatura especializada confirman que la gamificación es una estrategia eficaz para fortalecer la capacidad de los estudiantes en la traducción y representación simbólica de información matemática.

En cuanto a la segunda dimensión que tiene que involucra la formulación y resolución de problemas, los estudiantes aprendieron a poner la información en tablas y dibujos para ver patrones, ayudando a entender cómo se ven los datos. En el juego, esta forma de ver las cosas se volvió beneficiosa para avanzar en los retos, favoreciendo el desarrollo del pensamiento lógico al enfrentar a los estudiantes con desafíos graduales, lo que les permitió aplicar procedimientos adecuados, probar estrategias y encontrar soluciones de manera autónoma y colaborativa. Los desafíos que solicitaba realizar observar dibujos y tablas en el juego ayudaron a los estudiantes a descubrir cómo cambian las cosas, lo que mejoró su pensar en el álgebra y usar diferentes maneras para resolver las situaciones problemáticas. Para Morales (2025) "la gamificación se presenta como una herramienta prometedora para la enseñanza de matemáticas en secundaria, siempre y cuando se diseñe de manera estratégica para maximizar su potencial educativo", según lo señalado por el autor sugiere que la gamificación es una herramienta efectiva para la enseñanza de matemáticas en secundaria si se utiliza de manera estratégica y con un propósito lo cual se comprobó en esta investigación.

Los hallazgos de la dimensión, Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas, indican una notable mejora en la habilidad de los estudiantes para expresar y razonar sobre conceptos algebraicos después de aplicar la gamificación. En el grupo que participó en la experiencia, los estudiantes mostraron mayor soltura al emplear el lenguaje algebraico para identificar patrones, ecuaciones y funciones, lo cual se alinea con lo indicado por Salinas Hurtado en 2024. Este autor menciona que "la gamificación generó resultados más positivos en el desarrollo de habilidades matemáticas de los estudiantes, al facilitar tanto la asimilación como la consolidación de conocimientos y el perfeccionamiento de habilidades específicas". Tal afirmación se refleja en el aumento de la participación activa y el uso adecuado de términos algebraicos por parte de los estudiantes durante las actividades gamificadas.

Además, la investigación respalda que la gamificación impulsa la participación y el entendimiento de habilidades procesuales, lo que permite a los estudiantes articular sus ideas matemáticas de forma más clara y precisa. Saenz Roa (2023) subraya que "la gamificación actúa como una estrategia de enseñanza-aprendizaje que mejora significativamente la comprensión del álgebra y promueve el desarrollo de nuevas habilidades cognitivas en los estudiantes, así como su participación y entendimiento de habilidades procesuales". Estos resultados son coherentes con los datos de este estudio, donde se observó que los estudiantes no solo resolvían problemas, sino que también podían explicar sus procesos y justificar sus soluciones utilizando adecuadamente el lenguaje algebraico.

Por otro lado, la aplicación de métodos lúdicos y dinámicos ayudó a los estudiantes a establecer conexiones entre conceptos algebraicos y situaciones problemáticas, fomentando así la comunicación matemática en un contexto colaborativo. Según se destaca en la tesis de Saenz Roa (2023), "la gamificación puede constituir una herramienta eficaz para mejorar el aprendizaje del álgebra escolar, siempre que se implementen estrategias adecuadas y se aborden las limitaciones. Puede incentivar y comprometer a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, promoviendo el pensamiento crítico y la resolución de problemas, además de mejorar el rendimiento académico”. De esta forma, los resultados de la dimensión analizada confirman que la gamificación no solo apoya el aprendizaje conceptual, sino que también potencia la habilidad de los estudiantes para comunicar de manera efectiva su comprensión sobre el álgebra.

Continuando con la siguiente dimensión relacionado al uso de un lenguaje algebraico, mediante actividades gamificadas, los estudiantes ejercitaron el uso de expresiones, ecuaciones y relaciones matemáticas de forma natural y práctica, mejorando su habilidad para comunicar procesos y resultados utilizando lenguaje simbólico. En este sentido, Morales (2025) recalca que la gamificación consiste en utilizar componentes de los juegos para incentivar a los estudiantes a aprender de forma interactiva y fortalecer las habilidades esenciales en esta fase, esto refiere a incorporar elementos típicos de los juegos, como puntos niveles y más, en un entorno de aprendizaje permitiendo que las formas de juego ayuden a hacer los retos de los estudiantes más llamativos; y esto es gracias a que la gamificación promueve un aprendizaje interactivo, donde los todos participan activamente y se pueden involucrar en su proceso de aprendizaje de un forma más dinámica.

Los resultados obtenidos en la tercera dimensión, mostraron avances notables en la habilidad de los estudiantes para entender y trabajar con conceptos algebraicos después de implementar estrategias de gamificación. La investigación realizada por Dominguez Avalos (2023) indica que “el valor de p es menor a 0,05; lo que permite afirmar que existen diferencias significativas entre las variables estudiadas, concluyendo que las estrategias de gamificación tienen un impacto notable en la dimensión que aborda la resolución de problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes analizados”. Este descubrimiento sugiere que la gamificación no solo aumenta la motivación y el interés, sino que también mejora las habilidades en los estudiantes.

Además, la literatura académica respalda la relevancia de incluir componentes lúdicos y tecnológicos en la enseñanza del álgebra. Por ejemplo, Gonzales et al. (2021) evidenciaron que “la gamificación propuesta ha mostrado un efecto positivo en los estudiantes, sugiriendo que esta metodología podría generar mejoras en el aprendizaje de los estudiantes". De igual manera, Bellido Ascarza et al. (2023) mencionan que la dinámica de la gamificación "ayuda a promover acciones orientadas al buen rendimiento en el ámbito de las matemáticas mediante estrategias sistemáticas de juegos focalizados". Estos hallazgos refuerzan la idea de que el uso de juegos y actividades interactivas facilita la asimilación de conceptos como regularidad, equivalencia y cambio.

Por último, la experiencia de aprendizaje mediante gamificación ayudó a los estudiantes a desarrollar una mejor capacidad para resolver problemas algebraicos en situaciones reales. En línea con esto, la investigación de Domínguez Ávalos (2023) concluye que "la implementación de estrategias de gamificación a través de sesiones organizadas ha facilitado el desarrollo de las habilidades en el ámbito matemático, ofreciendo a los estudiantes una alternativa para mejorar sus aprendizajes de manera continua". Así, la gamificación se establece como una estrategia efectiva para fortalecer la capacidad de utilizar estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.

En cuanto a la última dimensión vinculada a la argumentación de afirmaciones matemáticas, la comunicación entre compañeros, la necesidad de explicar las respuestas para progresar en el juego, y las conversaciones guiadas por el docente favorecieron que los estudiantes expresaran sus argumentos con mayor claridad y organización, mejorando así su habilidad para razonar y respaldar matemáticamente sus ideas. Además, que los retos propuestos ayudaban a expresar el lenguaje de matemáticas y decir por qué las cosas son así. Además, el lugar divertido ayudó a no tener tanto miedo de equivocarse, ayudando a los estudiantes a hablar con más confianza, a su vez, el hablar entre compañeros y con el docente en el juego ayudó a que el pensar en matemáticas se vea y se haga más grande por hablar en grupo.

En esta dimensión donde los resultados del grupo que se sometió a la intervención demostraron un progreso notable en la habilidad de los estudiantes para justificar y respaldar sus respuestas en matemáticas. La implementación de la gamificación permitió a los estudiantes no solo reconocer patrones o relaciones algebraicas, sino también argumentar sus afirmaciones de manera lógica y con fundamento. Según menciona Ordóñez Gutiérrez (2022), "la estrategia utilizada permite al estudiante establecer objetivos, participar de forma activa, poniéndose en el centro del proceso de aprendizaje, incrementa su motivación, desarrolla la competencia y promueve el trabajo conjunto, lo que contribuye a mejorar los resultados escolares" (p. VI). Este tipo de enfoque participativo y motivador fue fundamental para que los estudiantes desarrollaran habilidades argumentativas en el ámbito matemático.

La evidencia también sugiere que la gamificación potencia el aprendizaje colaborativo y el desarrollo de la argumentación matemática mediante la interacción y el diálogo entre compañeros. En este contexto, la investigación de Ordóñez Gutiérrez (2022) subraya que "la Gamificación facilita el uso de metodologías activas, promoviendo el aprendizaje colaborativo y propiciando el aprendizaje entre pares, lo que enriquece la Zona de desarrollo próximo, especialmente para aquellos estudiantes que encuentran dificultades en los procesos matemáticos" (p. VI). Este descubrimiento concuerda con los resultados de la presente tesis, donde el grupo experimental mostró una mayor inclinación a compartir sus razonamientos y a defender sus ideas, lo que ayudó a consolidar la competencia argumentativa en temas de regularidad, equivalencia y cambio.

Por último, la gamificación, al integrar elementos como desafíos, recompensas y dinámicas colaborativas, estimuló a los estudiantes a pensar sobre sus métodos y a justificar sus respuestas de forma independiente. Esto resultó en una mejora en la calidad de los argumentos que presentaron y en su capacidad para explicar y defender sus conclusiones matemáticas ante sus compañeros y docentes. Según Ordóñez Gutiérrez (2022), "al crear una motivación externa a través del juego y la competición, el estudiante interactúa de manera que desarrolla las habilidades que el docente ha planteado y gradualmente va generando motivación interna por el aprendizaje a través de la Gamificación" (p. 6). De esta forma, la experiencia gamificada no solo fortaleció el entendimiento conceptual, sino que también impulsó la argumentación lógica y el pensamiento crítico en los alumnos.

Martinez y Novo (2021) señalan que la “Gamificación quiere decir innovación educativa, poner en jaque los modelos tradicionales, disfrutar aprendiendo con nuevas metodologías que incitan al aprendizaje y convierten al estudiante en protagonista del proceso”, con ello se observa que, al dejar atrás la forma de enseñar de siempre y dar el rol protagónico al estudiante, se genera un panorama ideal donde puede defender sus puntos de vista con más confianza, lógica y pertinencia, todo ello en un ambiente estimulante e importante para él. Finalmente podemos afirmar que los efectos de la propuesta pedagógica demuestran que los estudiantes que participaron de la estrategia mejoraron significativamente en la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio; además adquirieron confianza, motivación y una nueva perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, percibiendo ahora como un proceso dinámico, ameno y relevante.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

Al concluir la presente investigación sobre la aplicación de la estrategia de gamificación en los estudiantes de cuarto de educación secundaria de la IEE N. º 6050 Juana Alarco de Dammert – Miraflores, perteneciente al distrito de Santiago de Surco, UGEL 07, para desarrollar la competencia de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio se establecieron las siguientes conclusiones:

1 La aplicación de la estrategia de gamificación favoreció el desarrollo de la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de cuarto grado de educación secundaria sección “E” de la IEE N.º 6050 Juana Alarco de Dammert – Miraflores. Esto se evidencia en los resultados obtenidos:
2 en el pre-test, el 96,7% de estudiantes se ubicó en el nivel Inicio; el 3,3% en el nivel Proceso; el 0%, en el nivel Logro; y el 0% en el nivel destacado. Mientras que, en el
2 post-test, el 33,3% de estudiantes se ubicó en el nivel Inicio; el 23.3%, en el nivel Proceso; el 40%, en el nivel Logrado; y el 3,3% en el nivel destacado.

La implementación de la estrategia de gamificación facilitó el avance en la dimensión de Traduce relaciones algebraicas a expresiones numéricas o algebraicas en los estudiantes de cuarto grado de educación secundaria, sección “E”, de la IEE N. º 6050 Juana Alarco de Dammert – Miraflores. Esto se muestra en los resultados
3 alcanzados: en el pre-test, el 96,7% de los estudiantes estuvo en el nivel Inicio; el 3,3%, en el nivel en Proceso; el 0%, en el nivel de Logrado; y el 0% en el nivel destacado. En el post-test, el 23,3% de los estudiantes se situó en el nivel Inicio; el
3 16,7% alcanzó el nivel en Proceso; el 53,3% logró ubicarse en el nivel de Logrado; y el 6,7% en el nivel destacado.

La implementación de la estrategia de gamificación contribuyó al desarrollo de la dimensión Comunica y argumenta el comportamiento de una variación en diversos contextos en los estudiantes de cuarto grado de educación secundaria, sección “E”, de la IEE N. º 6050 Juana Alarco de Dammert – Miraflores. Esto se manifiesta en los
3 resultados conseguidos: en el pre-test, el 86,7% de los estudiantes se encontró en el nivel Inicio; el 13,3% en el nivel en Proceso; el 0% en el nivel de Logrado; y el 0% en el nivel destacado. En el post-test, el 33,3% de los estudiantes se encontró en el nivel
3 Inicio; el 20% se situó en el nivel en Proceso; el 26,7% alcanzó el nivel Logro; y el 20% en el nivel destacado.

La implementación de la estrategia de gamificación promovió el avance de la dimensión Usa y crea estrategias o procedimientos para encontrar una regla o fórmula en los estudiantes de cuarto grado de educación secundaria, sección “E” de la IEE N. º 6050 Juana Alarco de Dammert – Miraflores. Esto se observa en los resultados obtenidos: en el pre-test, el 86,7% de los estudiantes se encontró en el nivel Inicio; el 13,3% en el nivel en Proceso; el 0%, en el nivel de Logrado; y el 0% en el nivel destacado. En el post-test, el 23,3% de los estudiantes se encontró en el nivel Inicio; el 23,3% en el nivel Proceso; el 30% en el nivel Logrado; y el 23,3% en el nivel destacado.

La aplicación de la estrategia de gamificación ayudó al avance de la habilidad de “Representa datos mediante tablas, gráficos o expresiones algebraicas” en los estudiantes de cuarto grado sección “E” de la IEE N. º 6050 Juana Alarco de Dammert – Miraflores. Esto se muestra en los resultados alcanzados: en el pre-test, el 100% de los estudiantes se situó en el nivel Inicio; el 0%, en el nivel Proceso; el 0%, en el nivel Logrado; y el 0% en el nivel destacado. En el post-test, el 46,7% de los estudiantes se encontró en el nivel Inicio; el 10% estuvo en el nivel Proceso; el 30% alcanzó el nivel Logrado; y el 13,3% en el nivel destacado.

CAPÍTULO VI: RECOMENDACIONES

Luego de la aplicación de la estrategia de gamificación en las estudiantes de cuarto de educación secundaria de la IEE N. º 6050 Juana Alarco de Dammert – Miraflores - UGEL 07, se presenta las siguientes recomendaciones:

1. Se sugiere a los docentes agregar de manera gradual estrategias de gamificación en sus clases utilizando material concreto y recursos tecnológicos, ya que se evidenció que su uso aumenta la participación, la motivación y el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes.
2. Se recomienda a los docentes elaborar actividades de gamificación que incluyan desafíos por niveles, recompensas simbólicas y componentes visuales interactivos, que sostengan el interés del estudiante y refuercen su pensamiento algebraico, al mismo tiempo que promuevan el trabajo en equipo dentro de la gamificación, estimulando el debate matemático y el intercambio de estrategias para la resolución de problemas.
3. A los directivos de la institución educativa se les solicita proporcionar oportunidades de formación y apoyo a los docentes en relación con la aplicación pedagógica de la gamificación en el área de Matemáticas y en otras materias, subrayando su influencia favorable en el aprendizaje. Esto con el objetivo de fomentar la innovación en la práctica educativa, mediante la identificación y promoción de buenas prácticas docentes basadas en metodologías activas, como la gamificación.
4. Al grupo de formación continua (UGEL y DRE) se les solicita incorporar en los programas de actualización docente, módulos que aborden estrategias didácticas innovadoras, como la gamificación, las cuales favorecen el desarrollo de competencias matemáticas de manera significativa y contextualizada. con el objetivo de fomentar la ejecución de proyectos piloto gamificados en diversos niveles y áreas, analizando sus resultados y expandiendo su aplicación con base en la evidencia recopilada.
5. Se sugiere a los futuros investigadores que repitan este estudio en diferentes instituciones educativas, niveles y contextos, para validar y ampliar las pruebas sobre la eficacia de la gamificación como estrategia de enseñanza en el ámbito de las Matemáticas.

6. Se recomienda a los investigadores y a los docentes, quienes también cumplen este papel dentro de su labor, analizar cómo la gamificación influye en otras habilidades matemáticas, como la resolución de problemas de cantidad o la resolución de problemas relacionados con la gestión de datos e incertidumbre, así como en diferentes disciplinas educativas.

REFERENCIAS

Abanto, M. (2023). *Programa basado en el uso de materiales educativos no estructurados para mejorar los desempeños en el área de matemática en los alumnos del 1er grado de educación secundaria de la I. E. "Santiago Antúnez de Mayolo" - Quillo - 2017* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Santa]. Repositorio UNS. https://repositorio.uns.edu.pe/handle/20.500.14278/4398

Acosta, A., Cruz, M., Gonza, B., & Manco, A. (2023). *Proyecto "Gamificando para mejorar la resolución de problemas de forma, movimiento y localización"* [Trabajo académico, Instituto de Educación Superior Pedagógico Público Monterrico]. Repositorio Monterrico. https://repositorio.monterrico.edu.pe/server/api/core/bitstreams/571617df-1d66-407f-a99c-64f479cf17f4/content

Apaza, H. (2017). *La yupana, material manipulativo para la educación matemática: Justicia social y el cambio educativo en niños de las comunidades quechuas alto andinos del Perú* [Trabajo académico, Universidad Autónoma de Madrid]. Repositorio UAM. https://repositorio.uam.es/bitstream/handle/10486/680462/apaza_luque_herbert.pdf

Aydin-Ceran, S. (2021). *Evaluation of TIMSS 2019 and PISA 2018 science findings in Turkey perspective*. Current Studies in Educational Disciplines, 78. https://www.researchgate.net/publication/350633406_Critical_Security_Approach_to_Climate_Change_With_an_Emphasis_on_Marginalized_Global_Inequalities#page=84

Bellido Ascarza, M., Padilla Caballero, J. E. A., Avalos Pulcha, J. L., & Martinez Jonda, C. (2023). Vínculo entre gamificación y rendimiento académico en matemática de estudiantes del nivel primario en una institución educativa privada del Cusco, 2022. *Revista Tribunal*, *3*(6), 74-89. https://doi.org/10.59659/revistatribunal.v3i6

Blanco, J., Rocha, J., Rocha, E., & Criollo, L. (2024). La necesidad de capacitación docente para una implementación efectiva de la tecnología educativa en el aula. *Ciencia Latina.* https://ciencialatina.org/index.php/cienciala/article/view/10676

Boaler, J. (2020). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. https://books.google.com.pe/books?id=iR35DwAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=es#v=onepage&q&f=false

Brown, H. D., & Abeywickrama, P. (2019). *Language assessment: Principles and classroom practices*. Pearson Education. https://fastcdn.pro/FileGallery/derakhshesh412.94724.com/Gallery/Language%20Assessment,%20Brown%20&%20Abeywickrama%20(2019).pdf

Calcina, L., Godoy, J., & Pastrana, C. (2021). *Gamificación para mejorar la resolución de problemas de regularidad, equivalencia y cambio en la matemática* [Trabajo académico, Instituto de Educación Superior Pedagógico Público Monterrico]. Repositorio Monterrico. https://repositorio.monterrico.edu.pe/server/api/core/bitstreams/3a40a467-b2d9-4fc3-884b-b8e783e5e014/content

Ccama, J. (2023). *Estrategias de modelización matemática innovadoras para la resolución de funciones en situaciones de dificultad: Su influencia en el aprendizaje cognitivo de los estudiantes de tercer grado de secundaria de la I.E. Mateo Pumacahua, Sicuani, 2019* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco]. http://200.121.226.32:8080/bitstream/handle/20.500.12840/6729/Juan_Tesis_Maestro_2023.pdf?sequence=6&isAllowed=y

Camero, A. (2020). *Competencias, capacidades, estándares y desempeños según el currículo nacional actualizado.* https://es.scribd.com/document/469978629/competencias-capacidades-estandares-y-desempenos-segun-el-curriculo-nacional-actualizado

Contraloría de la República. (2021). *El desafío Aprendo en Casa: Dificultades, efectos y resultados de una educación virtual* [Informe técnico]. Lima. https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/2080816/El%20desaf%C3%ADo%20Aprendo%20en%20Casa%3A%20Dificultades%2C%20efectos%20y%2

0resultados%20de%20una%20educaci%C3%B3n%20virtual.pdf.pdf?v=1630450273

Cota, I. (2024). Tres de cada cuatro adolescentes de Latinoamérica carecen de habilidades matemáticas básicas. *El País.* https://elpais.com/america/cumbre-bid/2024-03-05/tres-de-cada-cuatro-adolescentes-de-latinoamerica-carecen-de-habilidades-matematicas-basicas.html

Csikszentmihali, M. (s/f). *Flujo de Mihaly Csikszentmihali PDF . Bookey.aplicación*. Recuperado el 26 de junio de 2025, de https://cdn.bookey.app/files/pdf/book/en/flow-by-mihaly-csikszentmihali.pdf

De Haro Ávila, N. (2022). *Errores y dificultades en la enseñanza y aprendizaje del álgebra en educación secundaria* [Trabajo de máster, Universidad de Almería]. Repositorio UAL. https://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/16811/DE%20HARO%20AVILA%2c%20NOELIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Dichev, C., & Dicheva, D. (2020). Gamification in education: Where are we in 2020? *Journal of Educational Technology & Society*.

Dominguez Avalos, T. B. (2023). *Estrategias de gamificación y capacidades matemáticas en educandos de cuarto de primaria de un colegio público, Valle Alto, 2022* [Tesis de licenciatura, Universidad César Vallejo]. Repositorio UCV. https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/112406/Dominguez_ATB-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Elles, L. M., & Gutiérrez, D. (2021). Fortalecimiento de las matemáticas usando la gamificación como estrategias de enseñanza–aprendizaje a través de Tecnologías de la Información y la Comunicación en educación básica secundaria. *Revista de la Asociación Interacción Persona Ordenador (AIPO), 2*(1), 7-16. https://revista.aipo.es/index.php/INTERACCION/article/view/30/42

Encalada, I. (2021). Aprendizaje en las matemáticas. La gamificación como nueva herramienta pedagógica. *Horizonte Científico, 5*(17), 311-326. http://www.scielo.org.bo/pdf/hrce/v5n17/2616-7964-hrce-5-17-311.pdf

Enfoque educación. (2023). *PISA 2022: ¿Cómo le fue a América Latina y el Caribe?* Banco Interamericano de Desarrollo. https://blogs.iadb.org/educacion/es/pruebas-pisa-2022-america-latinacaribe/#:~:text=Doble%20click%20a%20los%20datos,Panam%C3%A1%20ocupa%20el%20puesto%2074

Espín Mendoza, I. V. (2021). *Gamificación como estrategia educativa del proceso de enseñanza aprendizaje de matemáticas en estudiantes de bachillerato* [Trabajo académico, Pontificia Universidad Católica del Ecuador]. Repositorio PUCE. https://repositorio.puce.edu.ec/server/api/core/bitstreams/e03da2a3cd59-48a1-aedc-4cef0b6d2c64/content

Flores Tapia, C. E., & Flores Cevallos, K. L. (2021). Pruebas para comprobar la normalidad de datos en procesos productivos: Anderson darling, Ryan-Joiner, Shapiro-Wilk y Kolmogórov-Sminov. *Revista de Ciencias Sociales y Humanísticas Societas, 23*(2), 83-106. https://www.revistas.up.ac.pa/index.php/societas/article/view/2302

Feria, H., Matilla, M., & Mantecón, S. (2020). La entrevista y la encuesta: ¿Métodos o técnicas de indagación empírica? *Didasc@lia: Didáctica y Educación, 11*(3), 62-79. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7709496

Gee, J.P. (2021) - *Lo que nos enseñan los videojuegos sobre el aprendizaje y el alfabetismo*. Uoc.edu. Recuperado el 26 de junio de 2025, de https://www.uoc.edu/uocpapers/dt/esp/gee.html

González, O., Ramos, E., & Vásquez, P. (2021). Implicaciones de la gamificación en educación matemática, un estudio exploratorio. *Revista de Educación a Distancia, 68*(21), Art. 11. https://revistas.um.es/red/article/view/485331/314131

Gutierrez, J. (2021). Modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con materiales didácticos manipulables. *Revista REDIPE*, *1*, Artículo 1715. https://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/1715/1629

Guzman, I., Marín, R., & Ortega, C. (2021). El enfoque por competencias: un acercamiento a la práctica docente. *Cultura, Educación y Sociedad, 12*(2), 27-48. https://revistascientificas.cuc.edu.co/culturaeducacionysociedad/article/view/3213/3655

Hernandez, J., Benitez, J., & Rincón, J. (2020). Uso y beneficios de la gamificación en la enseñanza de las matemáticas. *Ecomatemático*. https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/view/3200/3549

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). McGraw Hill Education. https://www.esup.edu.pe/wp-content/uploads/2020/12/2.%20Hernandez,%20Fernandez%20y%20Baptista-Metodolog%C3%ADa%20Investigacion%20Cientifica%206ta%20ed.pdf

Holguín, J., Holguín, M., & García, D. (2020). Gamificación en la enseñanza de las matemáticas: una revisión sistemática. *Revista Científica, 40*(1), 62-70. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7200001

Izaguirre, A., Caño, L., & Arguiñano, A. (2021). La competencia matemática en educación primaria mediante el aprendizaje basado en proyectos. *Educación Matemática, 32*(3). https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S2448-80892020000300241&script=sci_arttext#B36

Jiménez, P., Ordóñez, P., & Avello, R. (2024). La gamificación en la educación secundaria: Estrategia innovadora para fomentar la motivación de estudiantes. *Emerging Trends in Education, (6)*12, 92-104. https://doi.org/10.19136/etie.a6n12.6032

Kapp, K. M. (2020). *The gamification of learning and instruction: Game-based methods and strategies for training and education*. Recuperado el 26 de junio de 2025, de https://dokumen.pub/the-gamification-of-learning-and-instruction-1nbsped-9781118096345-2011047543.html

Martínez, D. V. S. (2022). Técnicas e instrumentos de recolección de datos en investigación. *TEPEXI Boletín Científico de la Escuela Superior Tepeji del*

Río, 9(17), 38-39. https://repository.uaeh.edu.mx/revistas/index.php/tepexi/article/view/7928

Martínez Pereira, M. P., & Novo Carballal, A. (2021). La gamificación en el aula de educación secundaria: Análisis y orientación didáctica. *Dialnet*. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7709496

Ministerio de Educación del Perú. (2017). *Currículo nacional de la educación básica*. https://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/consulta-virtual-del-curriculo-nacional.pdf

Ministerio de Educación del Perú. (2023). *Informe pedagógico 2º grado de secundaria, matemática, Lima Metropolitana: ¿Qué aprendizajes logran nuestros estudiantes? Evaluación muestral 2022*. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2023/06/Informe_Pedagogico_2S_Matematica_Lima-Metropolitana.pdf

Ministerio de Educación del Perú. (2014). *Marco de buen desempeño docente: Para mejorar tu práctica como maestra y guiar el aprendizaje de tus estudiantes*. https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/6531

Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Programa curricular de educación secundaria.*

Morales, L. A. M. (2025). *Gamificación en las matemáticas, nivel secundaria, como técnica de enseñanza-aprendizaje en Nayarit*. Dialnet. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=10034318

Muñoz, A., & Tejada, J. (2021). *Evaluación educativa: Teoría y práctica en el contexto de la formación docente*. Editorial Académica Española. https://www.redalyc.org/journal/440/44066178032/

Núñez-Naranjo, A., Pérez-Andrango, K., Mejía-Delgado, K., Díaz-Verdezoto, L., & Vargas-Caiza, W., (2025). *Gamificación en el aula: Herramientas Tecnológicas para Mejorar la Motivación y el Aprendizaje.* 593 Digital Publisher CEIT, 10(1-2), 36-50, https://doi.org/10.33386/593dp.2025.1-2.2956

Oña, D. (2022). *Gamificación en la educación primaria, ventajas y contrapartidas: Una revisión sobre el origen, las perspectivas teóricas y el estado de la cuestión* [Trabajo de fin de grado, Universidad de las Islas Baleares]. https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/159482/Ona_Lopez_David.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ordóñez Gutiérrez, M. A. (2022). *La gamificación como estrategia didáctica en el aprendizaje-enseñanza de operaciones aritméticas con números racionales en séptimo de básica de la escuela Juan José Flores* [Tesis de grado, Universidad Politécnica Salesiana]. https://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/22673

Palacín, L., Loyola, H., & Solorzano, E. (2024). *Resolución heurística de problemas algebraicos en estudiantes de la institución educativa Enrique López Albujar de Pachas, Dos de Mayo 2023* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional Hermilio Valdizán]. https://alicia.concytec.gob.pe/vufind/Record/UNHE_de686c6adf637f6a6daab8d127b1a77e/Details

Pérez, H. (2022). *Una propuesta didáctica para promover el razonamiento variacional-covariacional en estudiantes de secundaria con apoyo de la tecnología digital* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de México]. https://www.researchgate.net/profile/Helen-Perez-Martinez/publication/364356969_Una_propuesta_didactica_para_promover_el_razonamiento_variacional-covariacional_en_estudiantes_de_secundaria_con_apoyo_de_la_tecnologia_digital/links/634f48b996e83c26eb347495/Una-propuesta-didactica-para-promover-el-razonamiento-variacional-covariacional-en-estudiantes-de-secundaria-con-apoyo-de-la-tecnologia-digital.pdf

Philpot, R., Lindquist, M., Mullis, IVS, y Aldrich, CEA (2021). Marco de Matemáticas TIMSS 2023. En IVS Mullis, MO Martin, y M. von Davier (Eds.), Marcos de Evaluación TIMSS 2023. Recuperado del sitio web del Centro de Estudios Internacionales TIMSS y PIRLS de Boston College: https://timssandpirls.bc.edu/timss2023

Quiroga, J., & Chacón, J. (2020). *Propuesta de secuencia didáctica para fortalecer el pensamiento variacional en el estudio de funciones polinómicas*. https://librosaccesoabierto.uptc.edu.co/index.php/editorial-uptc/catalog/download/208/245/5020?inline=1

Ramos Palacios, L. A., Guifarro, M. I., & Casas García, L. M. (2021). Dificultades en el aprendizaje del álgebra, un estudio con pruebas estandarizadas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 35*, 1016-1033. https://www.scielo.br/j/bolema/a/88sNp6MXwMR9Zpc9QftYZDH/?format=html&lang=es

Ramos, C. (2015). *Los paradigmas de la investigación científica*. Universidad Nacional Federico Villarreal. https://www.unife.edu.pe/publicaciones/revistas/psicologia/2015_1/Carlos_Ramos.pdf

Ramos-Galarza, C. (2021). Editorial: Diseños de investigación experimental. *CienciAmérica, 10*(1), 9-11. https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7890336.pdf

Rey, A., & Vázquez, M. (2020). Escapando de las matemáticas. *Revista de Innovación Educativa, 12*(2), 59-65. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7488750

Rocha, A., García, R., Viseu, F., & Almeida, L. (2021). Resolución de problemas matemáticos en alumnado con y sin superdotación intelectual. *Revista de Psicología Pontificia Universidad Católica del Perú, 39*(2), 1031-1066. http://www.scielo.org.pe/pdf/psico/v39n2/0254-9247-psico-39-02-1031.pdf

Rojas Guillen, J. A. (2021). *La gamificación a través de e-learning y el aprendizaje de razonamiento matemático en alumnos del VII ciclo de la Institución Educativa High School, Lima* [Tesis de licenciatura, Universidad de San Martín de Porres]. https://repositorio.usmp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12727/8899/rojas_gja.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Sagñay Rea, M. (2021). *Metodología de gamificación para estudiantes de educación básica superior de la unidad educativa intercultural Ambrosio Lasso, Cantón Guamote* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Chimborazo]. http://dspace.unach.edu.ec/handle/51000/8313

Salgado, V., & Torres, J. (2024). Pensamiento algebraico cuando se promueve a través de tareas mediadas por tecnología. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/40225

Salinas Hurtado, M. del C. (2024). *Aplicación de la gamificación en el desarrollo de las competencias en estudiantes de la institución educativa Daniel Alomía Robles – 2023* [Tesis de maestría, Universidad de San Martín de Porres]. https://repositorio.usmp.edu.pe/bitstream/20.500.12727/14632/1/salinas_hmc.pdf

Saenz Roa, A. Y. (2023). *La gamificación como estrategia de aprendizaje del álgebra escolar* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional Abierta y a Distancia]. https://repository.unad.edu.co/bitstream/handle/10596/56457/aysaenzr.pdf?se

Suárez, M. (2024). *Investigar, una tarea constructiva*. Fondo Editorial UNEFM. http://editorial.unefm.net/admin/img/subidos/publi_url_docu/15179ba95ed9e55510a2_Investigar,unatareaconstructiva.pdf#page=140

Tejada, M. (2020). *Manual investigaciones con fines de graduación y titulación*. https://drive.google.com/file/d/1iXfMmRfTmjKcGPb4C373-IN4X-OEbkSO/view

Torres, M., Valera, P., Vásquez, M., & Lescano, G. (2022). Desarrollo de las competencias matemáticas en entornos virtuales. Una revisión sistemática. *Revista de Investigación Científica y Tecnológica Alpha Centauri, 3*(2), 46-59. http://www.journalalphacentauri.com/index.php/revista/article/view/80/85

Trochim, W. M., Donnelly, J. P., & Arora, K. (2016). *Research methods: The essential knowledge base* (2nd ed.). Cengage Learning. https://pdfcoffee.com/research-methods-the-essential-knowledge-base-by-william-trochim-pdf-free.html

Valencia, M., Carvajal, S., & Estupiñán, F. (2021). Perspectiva a los procesos didácticos en el enfoque por competencia. *Revista Oratores, 14*, 55-71. https://revistas.umecit.edu.pa/index.php/oratores/article/view/534/1012 von Davier, M., Kennedy, A., Reynolds, K., Fishbein, B., Khorramdel, L., Aldrich, C., Bookbinder, A., Bezirhan, U. y Yin, L (2024). Resultados Internacionales TIMSS 2023 en Matemáticas y Ciencias . Boston College, Centro de Estudios Internacionales TIMSS y PIRLS. https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460

Werbach, K., & Hunter, D. (2012). *For the win: How game thinking can revolutionize your business*. Wharton Digital Press.

ANEXOS

Anexo 1: Matriz de consistencia

<table>
<tr><td>Título de la investigación</td><td colspan="5">Gamificación para desarrollar la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de secundaria.</td></tr>
<tr><td>Autores</td><td>Programa de estudio</td><td>Enfoque</td><td>Diseño</td><td>Línea de investigación</td><td>Asesora</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Teófilo Daniel Dávila Bernal
Miguel Jesus Reategui Solis</td><td rowspan="3">Matemática</td><td rowspan="3">Cuantitativo</td><td>Experimental</td><td rowspan="3">Innovación y didáctica</td><td rowspan="3">Karin Rocío Leiva Huisa</td></tr>
<tr><td>Tipo y diagrama</td></tr>
<tr><td>Cuasi Experimental
$GE \quad O_1 \times O_2$
$GC \quad O_3 \quad O_4$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Problema</td><td>Objetivos</td><td>Hipótesis</td><td>Variables</td><td colspan="4">Dimensiones</td></tr>
<tr><td rowspan="3">¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la competencia Resuelve problemas de regularidad,</td><td rowspan="3"><u>General</u>: Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de</td><td rowspan="3"><u>General</u>: La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y</td><td>Variable Independiente: Gamificación.</td><td colspan="4">Dinámica
Mecánica
Estética</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Variable Dependiente: Competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.</td><td rowspan="2">Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.</td><td>Indicadores</td><td>N.º Ítem</td><td>Instrumento</td></tr>
<tr><td>Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a sistemas de ecuaciones</td><td>1</td><td>Cuestionario (Pre test y Post test)</td></tr>
</table>

equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024? Específicas: 1. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco	regularidad, cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. Específicos: 1. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.	cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. Específicas: 1. La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 2. La aplicación de la estrategia de gamificación			lineales con dos variables.		
					Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a inecuaciones.	2	
					Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma en ecuaciones cuadráticas.	3	
					Establece relaciones entre datos y regularidades, y las transforma a funciones cuadráticas con coeficientes enteros.	4	
				Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre la solución de un sistema de	5	

de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024? 2. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?	2. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 3. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar	desarrolla la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 3. La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución			ecuaciones lineales		
					Expresa, con representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales.	6	
					Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática.	7	
					Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre el comportamiento gráfico de una	8	

3. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024? 4. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad	reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 4. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.	educativa de Miraflores. 4. La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.			función cuadrática.		
				Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Selecciona y combina estrategias heurísticas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.	9	
					Combina y adapta estrategias y procedimientos para solucionar inecuaciones usando propiedades de las desigualdades.	10	
					Combina y adapta estrategias y propiedades algebraicas para solucionar ecuaciones cuadráticas.	11	
					Usa estrategias heurísticas para determinar cómo afecta a una	12	

Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?					gráfica la variación de los coeficientes en una función cuadrática.		
				Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre el significado de los puntos de intersección de dos funciones lineales que satisfacen dos ecuaciones simultáneamente.	13	
					Plantea afirmaciones sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales y las justifica mediante un contraejemplo.	14	
					Plantea afirmaciones sobre la posible solución a una ecuación cuadrática. Justifica la	15	

					validez de ellas mediante un ejemplo.		
					Plantea afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica.	16	

Anexo 2: Matriz de instrumento

Variables	Dimensiones	Indicadores	Objetivo	Hipótesis	Técnica, instrumento	Ítems
Competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.	Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.	La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.	ENCUESTA, Prueba escrita.	1
		Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a inecuaciones.				2
		Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma en ecuaciones cuadráticas.				3
		Establece relaciones entre datos y regularidades, y las transforma a funciones cuadráticas con coeficientes enteros.				4
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre la solución de un sistema de ecuaciones lineales.				5
		Expresa, con representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales.				6
		Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática.				7

		Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre el comportamiento gráfico de una función cuadrática.				8
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Selecciona y combina estrategias heurísticas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.				9
		Combina y adapta estrategias y procedimientos para solucionar inecuaciones usando propiedades de las desigualdades.				10
		Combina y adapta estrategias y propiedades algebraicas para solucionar ecuaciones cuadráticas.				11
		Usa estrategias heurísticas para determinar cómo afecta a una gráfica la variación de los coeficientes en una función cuadrática.				12
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre el significado de los puntos de intersección de dos funciones lineales que satisfacen dos ecuaciones simultáneamente.				13
		Plantea afirmaciones sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales y las justifica mediante un contraejemplo.				14
		Plantea afirmaciones sobre la posible solución a una ecuación cuadrática. Justifica la validez de ellas, mediante un ejemplo.				15

		Plantea afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica.				16

Anexo 3: Matriz de operacionalización de variables

Gamificación para desarrollar la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de secundaria.

Formulación del problema	Objetivos	Hipótesis	Sistema de variables	Metodología
Problema general ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024? **Problemas específicos** 1. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en	**Objetivo general** Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. **Objetivos específicos** 1. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una	**Hipótesis general** La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. **Hipótesis específicas** 1. La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.	**Variable independiente:** Gamificación. D1: Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. D2: Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. D3: Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. D4: Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. **Variable dependiente:** Competencia Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	**Enfoque:** Cuantitativo **Tipo:** Aplicada experimental **Diseño:** Experimental – Cuasi experimental **Esquema:** $GE \quad O_1 \times O_2$ $GC \quad O_3 \quad O_4$ GE: Grupo experimental GC: Grupo de control O_1, O_3: Pre test O_2, O_4: Post test X: Variable independiente **Población:** 211 estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la IE Nº. 6050 Juana Alarco de

estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024? 2. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas y cambio en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024? 3. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto	institución educativa de Miraflores. 2. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 3. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 4. Determinar en qué medida la aplicación de la estrategia de	2. La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 3. La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores. 4. La aplicación de la estrategia de gamificación desarrolla la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y	D1: Dinámica D2: Mecánica D3: Estética	Dammert del distrito de Miraflores **Muestra:** 52 estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la IE Nº. 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores **Técnica:** Encuesta **Instrumento:** Prueba escrita. Pre test y Post test **Análisis descriptivo:** Tablas y gráficas descriptivas **Análisis inferencial:** Prueba de normalidad: Shapiro Wilk Prueba de hipótesis: T de Wilcoxon y U de Mann Whitney

grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024? 4. ¿En qué medida la aplicación de la estrategia de Gamificación desarrolló la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de la IE N° 6050 Juana Alarco de Dammert del distrito de Miraflores durante el año 2024?	gamificación desarrolla la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.	equivalencia en estudiantes de cuarto grado de educación secundaria de una institución educativa de Miraflores.		

Anexo 4: Propuesta Didáctica De Gamificación

El presente documento presenta una propuesta educativa fundamentada en la gamificación para fomentar la competencia matemática "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio" en alumnos del cuarto año de secundaria. A través de una serie de 14 sesiones repartidas en un periodo de seis semanas, se llevó a cabo un método novedoso que integra dinámicas de juego, tecnologías digitales y problemas contextualizados para facilitar el aprendizaje sobre ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones e inecuaciones. Se utilizaron herramientas como Kahoot, GeoGebra, Quizziz y hojas de trabajo en entornos de juego estructurado, desafíos y misiones. Esta iniciativa ha demostrado tener un efecto positivo en la motivación, participación y rendimiento matemático de los estudiantes, fortaleciendo aprendizajes significativos y promoviendo la autonomía en espacios virtuales de aprendizaje.

La propuesta nace como respuesta a las dificultades observadas en el dominio de habilidades algebraicas y de pensamiento matemático en los estudiantes de secundaria, particularmente en la resolución de ecuaciones cuadráticas, inecuaciones y sistemas de ecuaciones. En respuesta a esta necesidad, se creó una unidad didáctica llamada: "Mejoramos los bajos niveles de comprensión lectora y resolución de problemas con nuevas herramientas tecnológicas", donde se incorpora la estrategia de gamificación como una forma de fomentar un aprendizaje autónomo, colaborativo y significativo.

La gamificación, que se define como la inclusión de elementos de juegos en ambientes educativos formales, permite captar el interés de los estudiantes a través de recompensas, niveles, competencias amistosas y misiones. Esta metodología se adapta a las características de los adolescentes, quienes tienen una gran afinidad con ambientes digitales y videojuegos. Además, facilita el desarrollo de habilidades transversales como el trabajo autónomo, la gestión informativa, el pensamiento crítico y la interacción con las tecnologías de información y comunicación (TIC).

En este sentido, la propuesta se alinea con los enfoques del Currículo Nacional del Perú, especialmente con la necesidad de impulsar un aprendizaje centrado en el estudiante, relevante a su entorno y que fomente la ciudadanía activa, el pensamiento lógico-matemático y el desarrollo de competencias para la vida.

PROPÓSITO GENERAL

Desarrollar la competencia matemática “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio” mediante una estrategia didáctica de gamificación que promueva la motivación, el pensamiento algebraico y la aplicación de conocimientos en situaciones cotidianas.

Objetivos específicos

- Utilizar ecuaciones cuadráticas para abordar situaciones contextualizadas y problemas reales.
- Formular y resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas.
- Representar, interpretar y resolver inecuaciones usando recursos gráficos, algebraicos y tecnológicos.
- Fomentar la autonomía, creatividad y pensamiento crítico a través del uso de plataformas digitales lúdicas.

METODOLOGÍA Y ENFOQUE PEDAGÓGICO

La sugerencia se basa en un método de resolución de problemas, en el que los alumnos se enfrentan a situaciones reales que deben resolver utilizando herramientas matemáticas. Además, se incorpora un enfoque divertido a través de la gamificación, lo que aumenta la emoción y la motivación en el aprendizaje. Se han planificado sesiones que incluyen desafíos progresivos y sistemas de retroalimentación constante, incluyendo elementos como:

- Sistema de reconocimientos: donde los alumnos ganan logros.
- Desafíos y misiones: cada sesión presenta retos variados.
- Evaluaciones formativas con Kahoot, Quizziz y GeoGebra: para seguir el progreso.
- Simuladores y juegos educativos: como “Ludo de funciones”, “El salto parabólico” o “El reino de los números desaparecidos”.

Asimismo, se ha fomentado la colaboración, el uso de recursos manipulativos (algeplanos, geoplanos, regletas, etc.) y plataformas virtuales para graficar funciones (Desmos, GeoGebra), lo que favorece un aprendizaje más visual y activo.

ESTRUCTURA CURRICULAR

La propuesta integra los siguientes elementos del área de matemáticas:

- Habilidad
- Aborda problemas relacionados con patrones, equivalencias y cambios.
- Capacidades trabajadas

- Convierte datos en expresiones algebraicas.
- Comunica su entendimiento sobre relaciones algebraicas.
- Aplica métodos para establecer reglas generales.
- Fundamenta sus declaraciones sobre relaciones de cambio.
- Temas tratados:
- Ecuaciones cuadráticas y sus gráficas.
- Sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas.
- Solución de inecuaciones lineales.
- Funciones cuadráticas: estudio del comportamiento gráfico y simbólico.

RECURSOS EMPLEADOS

Para el docente:

- Sitios educativos (Aprendo en Casa, PerúEduca)
- Recursos multimedia, hojas de trabajo, gráficos, aula SMART
- Software: GeoGebra, Desmos, Kahoot, Quizziz

Para el estudiante:

- Cuadernos de actividad
- Hojas individuales y grupales
- Actividades virtuales con gamificación
- Plataforma digital para autoevaluación

EXPECTATIVAS Y RESULTADOS ANTICIPADOS

Al concluir la unidad, se anticipa que los estudiantes:

- Puedan resolver ecuaciones cuadráticas, sistemas e inecuaciones con precisión en situaciones reales.
- Entiendan y expresen de manera adecuada sus procesos matemáticos mediante diversas representaciones.
- Justifiquen sus afirmaciones con razonamientos lógicos y matemáticos.
- Demuestren mayor autonomía, motivación y compromiso hacia su aprendizaje.
- Utilicen recursos digitales de forma adecuada y creativa.
- Además, se espera un fortalecimiento del pensamiento crítico y la confianza para enfrentar problemas matemáticos más complejos.

CONCLUSIONES

Esta propuesta ha demostrado que la gamificación es más que un simple enfoque lúdico; es una herramienta efectiva para facilitar aprendizajes significativos. Su aplicación ayudó a aumentar la participación activa de los alumnos, la comprensión de conceptos abstractos y el uso práctico del conocimiento matemático. Igualmente, permitió que los estudiantes asumieran un papel activo en su proceso de aprendizaje, potenciando su pensamiento lógico y sus habilidades comunicativas en el área.

Como indica la documentación reciente: “La gamificación se refiere a la innovación en la educación, cuestionando los métodos tradicionales, disfrutar del aprendizaje a través de nuevas estrategias que fomentan el aprendizaje y hacen que los estudiantes sean los protagonistas de su formación”.

UNIDAD DE APRENDIZAJE

I. DATOS INFORMATIVOS:

I.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA : 6050 JUANA ALARCO DE DAMMERT

I.2. ÁREA CURRICULAR : Matemática

I.3. GRADO : Cuarto

I.4. SECCIONES : E

I.5. DURACIÓN : Del 30 de octubre al 15 de diciembre (06 semanas)

I.6. TOTAL DE HORAS : 28 HORAS

I.7. DOCENTES RESPONSABLES : Teófilo Daniel Dávila Bernal

II. TÍTULO DE LA UNIDAD
"ELEVAMOS LOS BAJOS NIVELES DE COMPRENSIÓN LECTORA Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON NUEVAS HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS"
III. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA
Una rampa es una superficie inclinada que nos permite conectar dos lugares a diferente altura. Hoy en día, todos los edificios públicos deben contar con acceso para el desplazamiento de las personas con algún impedimento físico y adultos mayores. La construcción de rampas es obligatoria, y debe seguir las especificaciones que indican que su ángulo de inclinación debe tener un rango de 6° a 10° respecto a la horizontal. Actualmente, en el hospital Nueva Esperanza, la gerencia ha contratado a Ernesto para que construya una rampa lineal, cuya altura será de 0,75 m al final de esta. Ernesto desea saber las posibles longitudes que podría tener la rampa y el terreno donde se construirá. Según esta información, ayuda a Ernesto a responder las siguientes preguntas: a. ¿Cómo se representa matemáticamente la longitud de la rampa y de su base en función del ángulo requerido? b. ¿Qué longitudes máxima y mínima podría tener la rampa que se construirá en el hospital? c. ¿Qué longitudes máxima y mínima debe tener el terreno donde se construirá la rampa?

IV. ORGANIZACIÓN DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				EVALUACIÓN		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS	DESEMPEÑOS PRECISADOS	EVIDENCIAS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades, y condiciones de equivalencia o variación entre magnitudes. Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica, a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, a inecuaciones (ax + b < cx + d, ax + b > cx + d, ax + b ≤ cx + d y ax + b ≥ cx + d, ∀ a	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a inecuaciones. Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma en ecuaciones cuadráticas. Establece relaciones entre datos y regularidades, y las transforma a funciones	Resuelven fichas de actividades	Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma a inecuaciones. Establece relaciones entre datos y valores desconocidos, y las transforma en ecuaciones cuadráticas. Establece relaciones entre datos y regularidades, y las transforma a funciones	Lista de cotejo Escala de valoración

		y c ≠ 0), a ecuaciones cuadráticas (ax2 + bx + c = 0, a ≠ 0 y a, b y c€ Q) y a funciones cuadráticas (f(x)= ax2+ bx+c, ∀ a ≠ 0 y a € Q). También las transforma a repartos proporcionales. Evalúa expresiones algebraicas o gráficas (modelo) planteadas para un mismo problema y determina cuál representa mejor las condiciones del problema.	cuadráticas con coeficientes enteros.		cuadráticas con coeficientes enteros.	
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su	Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre la solución de un sistema de	Resuelven fichas de actividades	Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre la solución de un sistema de	Lista de cotejo Escala de valoración

		comprensión sobre la solución o soluciones de un sistema de ecuaciones lineales y de una ecuación cuadrática, y sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el dominio y rango de una función cuadrática, la	ecuaciones lineales Expresa, con representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales. Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática. Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre el comportamiento gráfico de una		ecuaciones lineales Expresa, con representaciones simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales. Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática. Expresa, a partir de representaciones gráficas, y con su propio lenguaje, su comprensión sobre el comportamiento gráfico de una	

		relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.	función cuadrática.		función cuadrática.	
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas más óptimas para determinar términos desconocidos y la suma de términos de una progresión geométrica, simplificar expresiones	Selecciona y combina estrategias heurísticas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. Combina y adapta estrategias y procedimientos para solucionar inecuaciones usando propiedades de las desigualdades.	Resuelven fichas de actividades	Selecciona y combina estrategias heurísticas para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. Combina y adapta estrategias y procedimientos para solucionar inecuaciones usando propiedades de las desigualdades.	Lista de cotejo Escala de valoración

		algebraicas, y solucionar sistemas de ecuaciones lineales e inecuaciones usando identidades algebraicas o propiedades de las igualdades y desigualdades.	Combina y adapta estrategias y propiedades algebraicas para solucionar ecuaciones cuadráticas. Usa estrategias heurísticas para determinar cómo afecta a una gráfica la variación de los coeficientes en una función cuadrática.		Combina y adapta estrategias y propiedades algebraicas para solucionar ecuaciones cuadráticas. Usa estrategias heurísticas para determinar cómo afecta a una gráfica la variación de los coeficientes en una función cuadrática.	
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre las características que distinguen un crecimiento geométrico, o relaciones que descubre en una sucesión gráfica o numérica, u otras relaciones de cambio que descubre. Justifica o descarta la	Plantea afirmaciones sobre el significado de los puntos de intersección de dos funciones lineales que satisfacen dos ecuaciones simultáneamente. Plantea afirmaciones sobre el conjunto solución de inecuaciones	Resuelven fichas de actividades	Plantea afirmaciones sobre el significado de los puntos de intersección de dos funciones lineales que satisfacen dos ecuaciones simultáneamente. Plantea afirmaciones sobre el conjunto solución de inecuaciones	Lista de cotejo Escala de valoración

		validez de sus afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo. Plantea afirmaciones sobre las posibles soluciones a un sistema de ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas o inecuaciones lineales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de sus afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento	lineales y las justifica mediante un contraejemplo. Plantea afirmaciones sobre la posible solución a una ecuación cuadrática. Justifica la validez de ellas mediante un ejemplo. Plantea afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica.		lineales y las justifica mediante un contraejemplo. Plantea afirmaciones sobre la posible solución a una ecuación cuadrática. Justifica la validez de ellas mediante un ejemplo. Plantea afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica.	

		inductivo y deductivo. Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.				
Competencias transversales						
Se desenvuelve en entornos virtuales	Crea objetos virtuales en diversos formatos	Elabora proyectos escolares de su comunidad y localidad utilizando documentos y presentaciones digitales.		GeoGebra		

generados por las TIC	Personaliza entornos virtuales.	Navega en diversos entornos virtuales recomendados adaptando funcionalidades básicas de acuerdo con sus necesidades de manera pertinente y responsable.	Navegación en páginas web, Kahoot, Quizziz		
	Gestiona información del entorno virtual.	Clasifica información de diversas fuentes y entornos teniendo en cuenta la pertinencia y exactitud del contenido reconociendo los derechos de autor. Ejemplo: Accede a múltiples libros digitales obteniendo información de cada uno de ellos en un documento y citando la fuente.	Lecturas digitales		
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.	Llenado de ficha metacognitiva		
	Monitorea y ajusta su desempeño durante el proceso de aprendizaje.	Revisa la aplicación de estrategias, procedimientos, recursos y aportes de sus pares para realizar ajustes o cambios en sus acciones que permitan llegar a los resultados esperados.			
Enfoques Transversales	Valores	Actitudes			
Intercultural	Justicia	Disposición a actuar de manera justa, respetando el derecho de todos, exigiendo sus propios derechos y reconociendo derechos a quienes les corresponde.	Repartición de tareas e insumos equitativamente		

Derechos	Conciencia de derechos	Disposición a conocer, reconocer y valorar los derechos individuales y colectivos que tenemos las personas en el ámbito público y privado. Respetar las normas de convivencia como derecho de los otros allí donde termina los nuestros.	Práctica de los derechos y respeto de las normas de convivencia		
Búsqueda de la excelencia	Flexibilidad y apertura	Disposición para adaptarse a los cambios, modificando si fuera necesario la propia conducta para alcanzar determinados objetivos cuando surgen dificultades, información no conocida o situaciones nuevas.	Presentación de su proyecto		

V. SECUENCIA DE SESIONES

TÍTULO DE LA SESIÓN	DESEMPEÑOS PRECISADOS	EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	SEMANAS						
				1	2	3	4	5	6	7
Semana 1 – Sesión 1 (2 horas) “Diseñamos un jardín con ecuaciones cuadráticas”	- Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades. - Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen ecuaciones cuadráticas $(ax^2 = c)$.	Resuelven fichas de actividades	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad de motivación y luego analizan la situación significativa. Se presenta el cuadro de reconocimientos para que los estudiantes se motiven en el trabajo de clase. Leen el propósito de la sesión ‘‘Utilizamos ecuaciones cuadráticas para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana’’.							

			Utilizan el geoplano para resolver los diferentes retos de la situación problemática. Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.						
Semana 1 – Sesión 2 (2 horas) “Diseñamos una loza deportiva con ecuaciones cuadráticas”	- Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre ecuaciones cuadráticas. - Evalúa si la solución cumple con las condiciones	Resuelven fichas de actividades	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad de resolución de ecuaciones cuadráticas con el algeplano como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión ‘‘Expresamos el significado de la ecuación cuadrática usando lenguaje							

	iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema. - Expresa el significado de la ecuación cuadrática usando lenguaje algebraico y haciendo uso de conexiones entre representaciones simbólicas.		algebraico para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana". Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 2 – Sesión 3 (2 horas) "Comprobamos resoluciones de problemas con ecuaciones cuadráticas"	- Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática para interpretar un problema.	Corrección de errores en la resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad de motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión "Expresamos nuestra comprensión sobre							

	- Plantea afirmaciones sobre las posibles soluciones a ecuaciones cuadráticas y las justifica o descarta mediante un contraejemplo y propiedades matemáticas.		las soluciones de ecuaciones cuadráticas y planteamos afirmaciones acerca de ellas”. Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se utiliza un Kahoot para evaluar los aprendizajes obtenidos en la clase. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 3 – Sesión 4 (2 horas) “Resolvemos problemas haciendo uso de ecuaciones cuadráticas”	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad “Ludo de funciones” como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa.							

	cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo		Leen el propósito de la sesión "Utilizamos diversas estrategias para hallar las raíces de una ecuación cuadrática al resolver problemas". Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							

Semana 3 – Sesión 5 (2 horas) “El desafío del salto parabólico”	- Realiza diversas construcciones con regla y compás de las diferentes transformaciones geométricas. - Modela las características y atributos medibles de las transformaciones geométricas.	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad con el simulador PETH como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión “Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas”. Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos para que al final se verifique el puntaje que obtienen y reconocer a los 3 primeros lugares. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos.							

			Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 3 – Sesión 6 (2 horas) “La feria del lanzamiento perfecto”	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión ‘‘Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas”. Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha con la ayuda del Software GeoGebra. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos para que al final se verifique el puntaje que obtienen y reconocer a los 3 primeros lugares. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los							

	proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.		ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 4 – Sesión 7 (2 horas) “El Laboratorio de Procesamiento Óptimo”	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad de un Kahoot como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión “Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas”. Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha.							

	dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo		Se utiliza el Software “Desmos” para graficar las funciones exponenciales. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 4 – Sesión 8 (2 horas) “La búsqueda del tesoro escondido”	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa.							

	coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento		Leen el propósito de la sesión "Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas". Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Utiliza un Quizzes para demostrar todo lo aprendido en las clases de funciones. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							

	inductivo y deductivo									
Semana 4 – Sesión 9 (2 horas) “Evaluamos nuestros aprendizajes”	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Leen el propósito de la sesión “Evaluamos nuestra comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas”. Se brindan las indicaciones para la evaluación y el tiempo que tendrán para resolver la prueba. Se reparten las evaluaciones de trabajo con la cual se trabajará en clase. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se recogen las evaluaciones. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							

	otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo									
Semana 5 – Sesión 10 (2 horas) "Representamos la venta de productos con sistemas de ecuaciones lineales"	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas. - Expresa verbalmente su comprensión sobre la relación entre las variables de un sistema de ecuaciones lineales.	Trabajo en grupo / Ficha de trabajo individual	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión "Utilizamos sistemas de ecuaciones lineales para representar igualdades en situaciones de la vida cotidiana". Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase.							

			Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 5 – Sesión 11 (2 horas) "Resolvemos problemas haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales"	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. - Utiliza métodos de reducción, igualación y sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Así como el método gráfico.	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad con las torres de Hanoi como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión "Usamos diversos métodos para hallar el valor de las incógnitas de sistemas de ecuaciones lineales al resolver problemas". Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes niveles de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase.							

			Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 6 – Sesión 12 (2 horas) "Resolvemos problemas haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales"	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas. - Expresa verbalmente su comprensión sobre la relación entre las variables de un sistema de ecuaciones lineales. - Utiliza métodos de reducción, igualación y	Juego	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión "Usamos los distintos métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas". Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes retos de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos.							

	sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Así como el método gráfico.		Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se revisa el trabajo de los estudiantes realizado en sus cuadernos. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 7 – Sesión 13 (2 horas) “Resolvemos problemas haciendo uso de inecuaciones”	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a inecuaciones - Utiliza estrategias y procedimientos para determinar el conjunto solución de una inecuación.	Ficha de trabajo.	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad con las torres de Hanoi como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión “Planteamos inecuaciones y hallamos el conjunto solución de ellas al resolver problemas”. Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes niveles de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos.							

			Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							
Semana 7 – Sesión 14 (2 horas) "El reino de los números perdidos"	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas. - Utiliza métodos de reducción, igualación y sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Así como el método gráfico. - Justifica, mediante un contraejemplo, afirmaciones sobre el conjunto solución de	Resolución de problemas	Reciben el saludo cordial del docente y registran su asistencia, respondiendo con la palabra presente al escuchar su nombre o apellido. Realizan la actividad con las torres de Hanoi como motivación y se van registrando en el cuadro de reconocimientos a los estudiantes que resuelven el problema. Luego analizan la situación significativa. Leen el propósito de la sesión "Ayudamos a encontrar los números perdidos resolviendo problemas con inecuaciones". Se reparte la ficha de trabajo con la cual se trabajará en clase. Se van resolviendo los diferentes niveles de la ficha. Monitorea el trabajo de los estudiantes en clase. Se registra a los estudiantes que resolvieron los retos de la ficha en el cuadro de reconocimientos. Se invita a los estudiantes a salir a la pizarra para resolver alguno de los							

	inecuaciones lineales.		ejercicios de la ficha que se está trabajando. Se realiza la metacognición y cierre de la clase sobre lo aprendido por los estudiantes.							

V. MATERIALES Y RECURSOS A USAR EN ESTA UNIDAD	
PARA EL DOCENTE	PARA EL ESTUDIANTE
• Web Aprendo en casa y Perú Educa. Multimedia • Ministerio de Educación. Resolvamos problemas. Cuaderno de Trabajo de Matemática. secundaria 5 (2017) Lima.	• Páginas web sugeridas por el docente. • Folletos, separatas, fichas, láminas, equipo de multimedia, aula SMART, etc. • Plumones, cartulinas, papelógrafos, cinta masking tape, pizarra, tizas, etc. • Cuaderno de trabajo. Resolvemos problemas 5° de secundaria

Miraflores, octubre del 2024

Nancy Huamaní | Héctor Álvarez | Vicente Reyna | Gina Cupe

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 1
“DISEÑAMOS UN JARDÍN CON ECUACIONES CUADRÁTICAS”

ÁREA	Matemática	**FECHA**	30 de octubre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades. - Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen ecuaciones cuadráticas ($ax^2 = c$).	Resuelven fichas de actividades	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

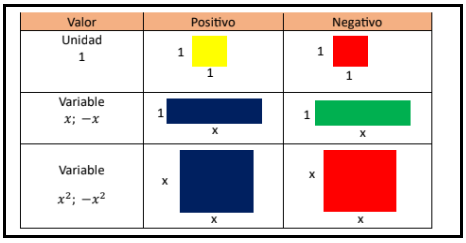
ENFOQUES TRANSVERSALES	**VALOR**	**ACTITUDES**
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales de dados, ruletas o juegos de azar para representar los retos. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de ecuaciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de ecuaciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los retos, van marcando su avance en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes forman dúos para competir entre ellos en la resolución de los retos. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los retos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente, después de ello, se plantea 3 normas de convivencia para la clase del día: 1. Respetar la opinión de mis compañeros. 2. Levantar la mano para opinar. 3. Participar en clase. **ZONA DE JUEGO:** Reciben la indicación de agruparse con su compañero del costado y cada pareja recibe una pequeña ficha con una ecuación, la indicación es que deben de hallar algún término de ella (Anexo 3). Con el dado mágico se lanza al aire y el número que salga indica que número de problema se tiene que resolver en la pizarra y para ello un estudiante que tenga el problema sale a resolverlo. 	Dado Proyector Plumones Pizarra	20 min

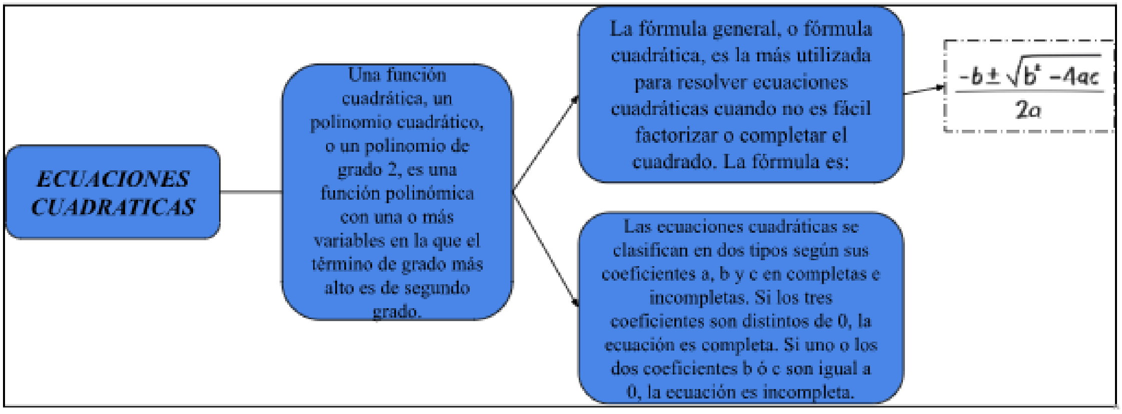
	Carlos tiene un terreno con forma de triángulo rectángulo tiene de diagonal 25 cm y de altura 15 cm. Averigua la medida de la base y el área. Juan tiene que encontrar la suma de dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73. Ana quiere encontrar la suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos que dan como resultado 181. Halla dichos números. El área de un rectángulo es 600 cm^2. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 100 metros. Un cuadrado tiene 44 cm^2 más que el otro y este tiene 2 metros menos de lado que el primer cuadrado. Calcula las medidas de los lados de los cuadrados. Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumenta en 395 unidades cuadradas. Hallan la incógnita en cada ecuación durante 5 minutos y expresan oralmente luego salen a la pizarra a explicar cómo resolvieron la situación. Responden a las siguientes preguntas: - ¿Qué pasos seguiste para encontrar los términos que se te solicitaba? *Respuesta esperada: Primero planteé la ecuación con los datos que me brindaba el problema, luego procedí a resolver la ecuación para obtener las soluciones de la ecuación.* - ¿Lograste encontrar la incógnita de la ecuación? *Respuesta esperada: Si la encontré luego de resolver la ecuación cuadrática que obtuve en el problema.* - ¿Qué pasos utilizas para resolver una ecuación cuadrática? *Respuesta esperada: la factorización, que implica encontrar dos números que multiplicados den el término independiente y sumados o restados den el coeficiente del término lineal. Otro enfoque es completar el cuadrado, donde se reescribe la ecuación en la forma $(x+p)^2$ y luego se despeja x. Ambos métodos requieren manipular la ecuación para que sea más sencilla de resolver mediante operaciones algebraicas.* **PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:** Leen el título de la sesión escrito en la pizarra *"Diseñamos un jardín con ecuaciones cuadráticas"* y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: *"Utilizamos ecuaciones cuadráticas para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana".* **PROBLEMATIZACIÓN** Reciben la Ficha de Trabajo ***(Anexo 4)***, donde se encuentra la situación problemática. *"Una empresa de jardinería está diseñando un nuevo jardín rectangular. El área total del jardín debe ser de 150 metros cuadrados. Además, quieren que la longitud del jardín sea 5 metros más que el doble de su ancho, ¿Cuáles son las medidas del jardín?"* 		
DESARROLLO	Dan solución a la situación problemática mediante la modelación matemática: **1. Reconocer un problema vinculado a la realidad.** Leen la situación contextualizada: una empresa de jardinería que debe diseñar un jardín rectangular con un área específica y ciertas relaciones entre las dimensiones (esto permitirá a los estudiantes conectar el problema con una situación real que podrían encontrar fuera del aula). **2. Concretar una finalidad problemática y reconocer cómo resolverla.** Responden las siguientes preguntas: - ¿De qué trata la situación planteada? *Respuesta esperada: Encontrar las medidas que tiene el jardín en construcción.*	Algeplano Pizarra Ficha de trabajo Cuadro de reconocimiento Plumones	60 min

<table>
<tr><td></td><td>
- ¿Cuáles son los datos más importantes que nos da el problema?
Respuesta esperada: El área total del jardín debe ser de 150 metros cuadrados. Además, quieren que la longitud del jardín sea 5 metros más que el doble de su anchura.
- ¿Qué nos pide hallar? ¿De qué forma podemos resolver el problema?
Respuesta esperada: Resolviendo la ecuación cuadrática del problema.
3. Hacer suposiciones o experimentar.
Junto al docente, responden las preguntas:
- ¿Existirá una fórmula para hallar las soluciones de una ecuación cuadrática?
Respuesta esperada: Consideramos que sí.
- ¿Para qué servirá esta fórmula?
Respuesta esperada: Para encontrar las dos soluciones de una ecuación cuadrática.
Los estudiantes intentarán realizar el problema sin una fórmula para poder hallar las soluciones de la ecuación cuadrática del problema.
Cada dúo recibe un algeplano y se les da las siguientes indicaciones:
- *Utilicen el material brindado para encontrar la solución del problema.*
- *Registren sus procedimientos en sus cuadernos.*
- *De manera libre pueden utilizar el material brindado para su exploración.*



4. Realizar la formulación matemática.
Junto al docente, concluyen que la fórmula para hallar las soluciones de una ecuación cuadrática es: $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; donde a es el término cuadrático, b es el segundo término y c es el término independiente.
Utilizan la fórmula para dar solución al problema.
5. Validación de la solución.
Comparan los resultados y verifican que existe una forma más rápida de hallar cualquier término de una sucesión.
Reciben la indicación de resolver los diferentes retos del problema y los estudiantes que lo hagan, recibirán un check en el cuadro de reconocimientos ***(Anexo 5)*** que estará pegado en la pared en una cartulina.
Con ayuda del algeplano también pueden comprender el problema, buscando una solución más rápida.
Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.
Se acercan a la pizarra y resuelven los problemas propuestos en la pizarra.
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>**CIERRE**</td><td>
EVALUACIÓN:
Resolución de los retos propuestos.
METACOGNICIÓN:
Pegan las Fichas de trabajo en su cuaderno y reciben una revisión, y, de ser el caso, una retroalimentación o aclaración de dudas acerca del tema por parte del docente.
Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión con la estrategia del 3-2-1.
➢ 3 ideas que comprendieron de la clase.
➢ 2 preguntas o dudas que tengan de las sucesiones geométricas.
➢ 1 comparación en torno al tema o concepto en cuestión.
Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.
</td><td>Pizarra
Plumones</td><td>10 min</td></tr>
</table>

Anexo 1: Marco teórico



Anexo 2: Lista de cotejo

	ÍTEMS	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades.		Transforma esas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen ecuaciones cuadráticas $(ax^2 = c)$.		OBSERVACIONES
N.º	APELLIDOS Y NOMBRES	SÍ	NO	SÍ	NO	
1	ALCARRAZ SOTO FERNANDA LUCIA					
2	AVENDAÑO BENDEZU BETTY					
3	BAZAN YANCCE JOSSELYN BRIGITTE					
4	BRAVO NOGUERA WALESKA VALENTINA					
5	BRINGAS POLO SHADE XIMENA					
6	CALVO RIOS JORDANA ELIZABETH					
7	CHECA MINAYA BRIANNA LUANA DE JESUS					
8	CONTRERAS PANIAGUA ROSA SARITA					
9	CONTRERAS RAMOS GLORIA STEFANY					
10	CUADRA PACHECO DOMENICA IVANNA					
11	ESPINOZA MEZA ESTEFANIA NATALIA					
12	GAMARRA VILCA LUCIANA MARCELA					
13	GUADALUPE GARCIA MAGDALENA ELISA					
14	HUANUCO GOMEZ LYZ ANDREA					
15	HUARACHA COLMENAREZ ANETTE TATIANA					
16	HUERTAS PAREDES ALEJANDRA ISABEL					
17	LOPEZ WONG ARIANA VANESKA					
18	MARTINEZ HUAMANÍ, LADY ASHE					
19	MENDOZA LANDEO GRECIA GAELA ORIANA					
20	MERCEDES CACHAY LUCIANA INES					
21	MONTALVO DIAZ XIARA LUHANA					
22	PEÑA CORDERO GREISY YANNIMYG					
23	QUICAÑO CRUZ EYMI FABIANA					
24	RIVEROS VENTURA YUNSU AFRID					
25	RODRIGUEZ NIEVES ALDANA AMIRA					
26	ROSALES GIL YUSBELKIS					
27	SALINAS GONZALES ANDREA JAZMIN					
28	SANCHEZ VARGAS DAPHNE DASHA					
29	SARMIENTO LEIVA DAMARIS MARICIELO					
30	SEDAN ANCCO ALEXANDRA GABRIELA					
31	SIMICH NARAZAS VICTORIA					
32	SOTO CISNEROS VALERY SOFIA					
33	SUAREZ ARCE JIMENA YSABELLA					
34	URCIA GELDRES LUCIANA DALISSE					
35	VALENCIA VALENCIA MARIA FERNANDA					
36	VARGAS RIVAS ANGELY DHAMAR					
37	YACTAYO GOMEZ MELANY NICOLE					

Anexo 3: Situaciones cuadráticas

Carlos tiene un terreno con forma de triángulo rectángulo tiene de diagonal 25 cm y de altura 15 cm. Averigua la medida de la base y el área.

Juan tiene que encontrar la suma de dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73.
Ana quiere encontrar la suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos que dan como resultado 181. Halla dichos números.
El área de un rectángulo es 600 cm^2. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 100 metros.
Un cuadrado tiene 44 cm^2 más que el otro y este tiene 2 metros menos de lado que el primer cuadrado. Calcula las medidas de los lados de los cuadrados.
Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumenta en 395 unidades cuadradas.

Situaciones cuadráticas (Solucionario)

<table>
<tr>
<td>Carlos tiene un terreno con forma de triángulo rectángulo tiene de diagonal 25 cm y de altura 15 cm. Averigua la medida de la base y el área.
Planteamiento:
Diagonal = hipotenusa = 25
Cateto = altura = 15
Cateto= base = x
Ecuación:
"Teorema de Pitágoras"
Hipotenusa^2 = cateto^2 + cateto^2"
$25^2= x^2 +15^2$
Resolución:
$25^2= x^2 +15^2$
$x^2= 400$
$x = \pm\sqrt{400} = 20$
Solución:
Nos quedamos únicamente con la solución positiva x= 20.
Por lo que la base es 20 cm y el área= base x altura = 20 x 15 = 300 cm^2</td>
<td>Juan tiene que encontrar la suma de dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73.
Planteamiento:
Primer número: x
Segundo número: x-5
Ecuación:
"la suma de sus cuadrados sea 73"
$x^2 + (x-5)^2 =73$
Resolución:
$x^2 + (x-5)^2 =73$
$x^{2+} x^2 -10x +25=73$
$2 x^2 -10x-48=0$
$x^2-5x-24=0$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{+5 \pm \sqrt{25+96}}{2} = \frac{+5 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{+5 \pm 11}{2} = \frac{+5 \pm 11}{2} =$
$x_1 = \frac{+5+11}{2} = 8$
$x_2 = \frac{+5-11}{2} = -3$
Solución:
Si el primer número es 8 el segundo es 3 y si el primero es -3 el segundo es -8. Se comprueba así que la suma de sus cuadrados en ambas soluciones presentadas es 73.</td>
</tr>
<tr>
<td>Ana quiere encontrar la suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos que dan como resultado 181. Halla dichos números.
Planteamiento:
Primer número: x
Segundo número: x+1
Ecuación: "La suma de dos números naturales consecutivos es 181"
$x^2 + (x+1)^2 =181$
Resolución:
$x^2 + (x+1)^2 =181$
$x^2+ x^2+2x+1=181$
$2x^2+2x-180=0$
$x^2+x-90=0$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+360}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{361}}{2} = \frac{-1 \pm 19}{2} =$
$x_1 = \frac{-1+19}{2} = 9$
$x_2 = \frac{-1-19}{2} = -10$
Solución:
Primer número: x = 9
Segundo número: x+1= 9+1 = 10
Al tratarse de números naturales sólo nos quedamos con la solución x= 9.</td>
<td>El área de un rectángulo es 600 cm^2. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 100 metros.
Planteamiento:
Lado menor: x
Lado mayor: 50-x
Ecuación:
(50-x). x = 600
Resolución:
(50-x). x = 600
$50x-x^2-600=0$
$-x^2+50x-600=0$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-50 \pm \sqrt{2500-2400}}{-2} = \frac{-50 \pm \sqrt{100}}{-2} =$
$x_1 = \frac{-50+10}{-2} = +20$
$x_2 = \frac{-50-10}{-2} = 30$
Solución:
Lado menor: x= 20
Lado mayor: 50-x= 30</td>
</tr>
<tr>
<td>Un cuadrado tiene 44 cm^2 más que el otro y este tiene 2 metros menos de lado que el primer cuadrado. Calcula las medidas de los lados de los cuadrados.</td>
<td>Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumenta en 395 unidades cuadradas.</td>
</tr>
</table>

Planteamiento:

Lado cuadrado pequeño: x

Lado cuadrado grande: x+2

Ecuación:

"Igualamos áreas"

$(x+2)^2 = x^2+44$

Resolución:

$(x+2)^2 = x^2+44$

$x^2+4+4x= x^2+44$

$x^2+4+4x-x^2-44=0$

$4x= 40$

$x= 40/4= 10$

Solución:

Lado cuadrado pequeño: x= 10 cm

Lado cuadrado grande: x+2= 12 cm

De este modo, el área del pequeño es 100 cm y el área del mayor es 144 cm. Por tanto,

Planteamiento:

Lado del cuadrado: x

Ecuación:

"Si aumenta el lado del cuadrado en 5 cm, el área aumenta en 395 cm²"

$(x+5)^2 = x^2+395$

Resolución:

$(x+5)^2 = x^2+395$

$x^2+25+10x= x^2+395$

$x^2- x^2 +10x = +395-25$

$+10x=370$

$x=370/10= 37$ cm

Solución:

Lado del cuadrado: x =37 cm

Anexo 4: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 1

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Propósito de aprendizaje: *Utilizamos ecuaciones cuadráticas para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana.*

Situación problemática:

Una empresa de jardinería está diseñando un nuevo jardín rectangular. El área total del jardín debe ser de 150 metros cuadrados. Además, quieren que la longitud del jardín sea 5 metros más que el doble de su ancho, ¿Cuáles son las medidas del jardín?

Retos Matemáticos:

Reto 1: *Si el lado de un cuadrado se incrementa en 5 metros, el área total del cuadrado aumenta a 169 metros cuadrados. ¿Cuál es la longitud del lado original del cuadrado?*	***Reto 2:*** *Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 1; 2 y 3. Calcular la longitud de cada lado del triángulo sabiendo que la medida de su área es 24* m^2.
Reto 3: *El área de un jardín rectangular es de 72 metros cuadrados. La longitud es 2 metros más larga que el doble del ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del jardín?*	***Reto 4:*** *Para cercar una finca rectangular de 750* m^2 *se han utilizado 110 m de malla ciclónica. Calcular las dimensiones de la finca.*

FICHA DE TRABAJO N.º 1 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Propósito de aprendizaje: *Utilizamos ecuaciones cuadráticas para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana.*

Situación problemática:

Una empresa de jardinería está diseñando un nuevo jardín rectangular. El área total del jardín debe ser de 150 metros cuadrados. Además, quieren que la longitud del jardín sea 5 metros más que el doble de su ancho, ¿Cuáles son las medidas del jardín?

Solución:
Ecuación cuadrática: $x(2x+5)=150 \rightarrow 2x^2+5x=150$
Expandiendo: $2x^2+5x-150=0$

$$2x^2+5x-150=0$$

Usamos la fórmula general:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4(2)(-150)}}{2(2)}$$
$$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+1200}}{4}$$
$$x=\frac{-5\pm\sqrt{1225}}{4}$$

$$x=\frac{-5\pm 35}{4}$$
$$x_1=7{,}5$$
$$x_2=-10$$

El valor negativo no tiene sentido en este contexto, por lo que la anchura del jardín es $x_1=7{,}5$.
Ahora que sabemos que la anchura es 7,5 metros, calculamos la longitud:
Longitud = $2x+5=2(7{,}5)+5=15+5=20$
Respuesta: El ancho del jardín es 7,5 metros y el largo 20 metros.

Retos Matemáticos:

Reto 1: *Si el lado de un cuadrado se incrementa en 5 metros, el área total del cuadrado aumenta a 169 metros cuadrados. ¿Cuál es la longitud del lado original del cuadrado?* Solución:	***Reto 2:*** *Los tres lados de un triángulo rectángulo son proporcionales a los números 1; 2 y 3. Calcular la longitud de cada lado del triángulo sabiendo que la medida de su área es 24* m^2. Solución:

Ecuación cuadrática:

$$(x+5)^2 = 169$$

Expandiendo: $x^2 + 10x - 25 = 169$

$$x^2 + 10x - 144 = 0$$

Usamos la fórmula general:

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4(1)(-144)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 576}}{2}$$

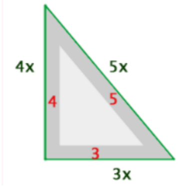
$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{676}}{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm 26}{2}$$

Entonces: $x_1 = 8; x_2 = -18$

La solución válida es $x_1 = 8$ ya que una longitud negativa no tiene sentido.

Las medidas de los lados del triángulo se obtienen multiplicando por un factor x los lados del triángulo rectángulo de la imagen. A partir de la fórmula para calcular el área puede conocerse dicho factor.



$$24 = \frac{(3x)(4x)}{2} = 6x^2$$

$$\frac{24}{6} = x^2$$

$$4 = x^2$$

$$x = \pm 2$$

Los lados del triángulo son 6m, 8m y 10m.

Reto 3:

El área de un jardín rectangular es de 72 metros cuadrados. La longitud es 2 metros más larga que el doble del ancho. ¿Cuáles son las dimensiones del jardín?

Solución:

Ecuación:

$$2x^2 + 2x - 72 = 0$$

Dividimos todo entre 2:

$$x^2 + x - 36 = 0$$

Usamos la fórmula general:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-36)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 144}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{145}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm 12{,}04}{2}$$

Entonces: $x_1 = 5{,}52; x_2 = -6{,}52$

La solución válida es $x = 5{,}52$

La longitud es $2(5{,}52) + 2 = 13{,}04$.

Reto 4:

Para cercar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de malla ciclónica. Calcular las dimensiones de la finca.

Solución:

Dividiendo entre dos la cantidad de malla utilizada se obtiene el semiperímetro de la finca 55m. Por tanto, el problema puede modelarse con las expresiones de la imagen:

$$750 = x(55 - x) = -x^{22} + 55x$$

$$0 = x^2 - 55x + 750$$

$$(x - 25)(x - 30)$$

La finca tiene dimensiones de 30m y 25m.

Anexo 5: Cuadro de reconocimiento

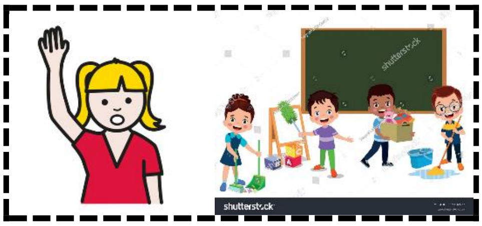
Estudiante	1	2	3	4
ALCARRAZ, Fernanda				
AVENDAÑO, Betty				
BAZAN, Josselyn				
BRAVO, Waleska				
BRINGAS, Shade				
CALVO, Jordana				
CHECA, Brianna				
CONTRERAS, Rosa				
CONTRERAS, Gloria				
CUADRA, Domenica				
ESPINOZA, Estefania				
GAMARRA, Luciana				
GUADALUPE, Magdalena				
HUANUCO, Lyz				
HUARACHA, Anette				
HUERTAS, Alejandra				
LOPEZ, Ariana				
MARTINEZ, Lady				
MENDOZA, Grecia				
MERCEDES, Luciana				
MONTALVO, Xiara				
PEÑA, Greisy				
QUICAÑO, Eymi				
RIVEROS, Yunsu				
RODRIGUEZ, Aldana				
ROSALES, Yusbelkis				
SALINAS, Andrea				
SANCHEZ, Daphne				
SARMIENTO, Damaris				
SEDAN, Alexandra				
SIMICH, Victoria				
SOTO, Valery				
SUAREZ, Jimena				
URCIA, Luciana				
VALENCIA, Maria				
VARGAS, Angely				
YACTAYO, Melany				

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 2
"DISEÑAMOS UNA LOZA DEPORTIVA CON ECUACIONES CUADRÁTICAS"

ÁREA	Matemática	**FECHA**	06 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

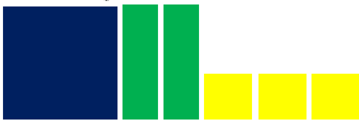
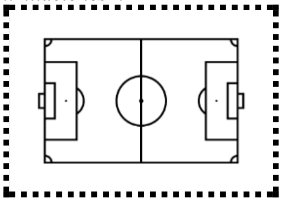
PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre ecuaciones cuadráticas. - Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.	Resuelven fichas de actividades	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		
ENFOQUES TRANSVERSALES		**VALOR**	**ACTITUDES**	
Orientación al bien común		Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.	

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el algeplano para representar las ecuaciones cuadráticas. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de ecuaciones cuadráticas 4 retos para ayudar a tomar decisiones acertadas a la protagonista de la situación.	• **Desafíos:** Se plantean 4 retos relacionados con la situación problemática sobre ecuaciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los retos, van marcando su avance en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes forman dúos para competir entre ellos en la resolución de los retos. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los retos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente, después de ello, se muestran 2 imágenes para que se puedan establecer las normas de convivencia para la clase del día:  Responden a la siguiente pregunta: - ¿Qué normas podemos proponer a partir de las imágenes? *Respuesta esperada: La normas que podemos proponer son las siguientes:* *1. Respetar la opinión de mis compañeros.* *2. Mantener el aula ordenada.*	Dado Proyector Plumones Pizarra	20 min
	ZONA DE JUEGO: Reciben la indicación de formar grupos de 4 integrantes y cada grupo recibe una pequeña ficha con una ecuación cuadrática, la indicación es que deben hallar sus posibles términos de solución ***(Anexo 3):***		

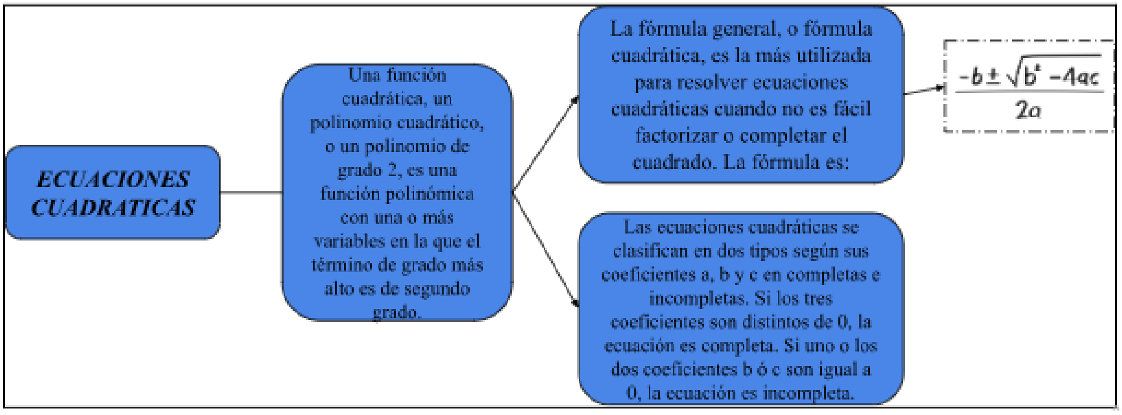
<table>
<tr>
<td></td>
<td>

Valor	Positivo	Negativo
Unidad 1	1 1	1 1
Variable x; $-x$	1 x	1 x
Variable x^2; $-x^2$	x x	x x

Observan el ejemplo del video
https://www.youtube.com/watch?v=wYU1Xzo-5nI cómo representar ecuaciones con las figuras del algeplano.
Después observan al docente realizar un ejemplo:
Si tengo la ecuación $x^2 - 2x + 3$, la representación sería:

Con el dado mágico se lanza al aire y el número que salga indica que número de problema se tiene que resolver en la pizarra, para ello un estudiante que tenga el problema sale a resolverlo.
Responden a las siguientes preguntas:
- ¿Qué pasos seguiste para representar la ecuación con el algeplano?
Respuesta esperada: Identifique las figuras correspondientes al modelo de la ecuación, luego realice las restas correspondientes para poder encontrar las soluciones de la ecuación.
- ¿Lograste encontrar la incógnita de la ecuación?
Respuesta esperada: Si logramos encontrar las incógnitas
- ¿Qué pasos utilizas para resolver una ecuación cuadrática?
Respuesta esperada: Para resolver una ecuación cuadrática, primero se reorganiza la ecuación en la forma estándar $ax^2 + bx + c = 0$. Luego, se identifican los coeficientes a, b y c. Existen tres métodos principales: factorización, completación de cuadrados y la fórmula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ también conocida como la fórmula cuadrática. Si es posible, se intenta factorizar la ecuación. Si no, se utiliza la fórmula cuadrática o completación de cuadrados para encontrar las soluciones. Finalmente, se verifican las soluciones en la ecuación original.
<hr>
PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:
Leen el título de la sesión escrito en la pizarra "*Diseñamos una loza deportiva con ecuaciones cuadráticas*" y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: "*Expresamos el significado de la ecuación cuadrática usando lenguaje algebraico para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana*".
<hr>
PROBLEMATIZACIÓN
Reciben la Ficha de Trabajo ***(Anexo 4)***, donde se encuentra la situación problemática.
"Un arquitecto ha sido contratado para diseñar un recinto deportivo rectangular que debe tener un área de 300 metros cuadrados. El largo del recinto debe ser 10 metros más que el ancho. El arquitecto debe determinar las dimensiones exactas del recinto, pero se enfrenta a una serie de limitaciones".

</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>DESARROLLO</td>
<td>
Dan solución a la situación problemática mediante la modelación matemática:
1. Reconocer un problema vinculado a la realidad.
Leen la situación contextualizada: Un arquitecto ha sido contratado para diseñar un recinto deportivo rectangular que debe tener un área de 300 metros cuadrados. El largo del recinto debe ser 10 metros más que el ancho. El arquitecto debe determinar las dimensiones exactas del recinto, pero se enfrenta a una serie de limitaciones.
</td>
<td>Algeplano
Pizarra
Ficha de trabajo
Cuadro de reconocimiento
Plumones</td>
<td>60 min</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
2. Concretar una finalidad problemática y reconocer cómo resolverla.
Responden las siguientes preguntas:
- ¿De qué trata la situación planteada?
Respuesta esperada: La situación planteada trata sobre un arquitecto que debe diseñar un recinto deportivo rectangular con un área de 300 metros cuadrados, donde el largo es 10 metros mayor que el ancho. Además, enfrenta restricciones adicionales, como un límite en el perímetro del recinto, y debe optimizar el espacio disponible, considerando también los costos de construcción.
- ¿Cuáles son los datos más importantes que nos da el problema?
Respuesta esperada: Los datos más importantes que nos da el problema son que el área del recinto deportivo debe ser de 300 metros cuadrados, el largo del recinto es 10 metros más que el ancho, y el perímetro no puede exceder los 80 metros. Además, se incluye el costo de construcción por metro cuadrado de S/ 150 y el costo de la cerca perimetral de S/ 25 por metro lineal.
- ¿Qué nos pide hallar? ¿De qué forma podemos resolver el problema?
Respuesta esperada: El problema nos pide hallar las dimensiones del recinto deportivo (ancho y largo) cumpliendo con el área y las restricciones del perímetro. También nos solicita maximizar el área y calcular el costo total de construcción. Podemos resolver el problema planteando y resolviendo una ecuación cuadrática para las dimensiones, utilizando la fórmula del perímetro para validar las restricciones y aplicando la función de maximización del área, además de realizar cálculos de costos.
3. Hacer suposiciones o experimentar.
Junto al docente, responden las preguntas:
- ¿Existirá una fórmula para hallar las soluciones de una ecuación cuadrática?
Respuesta esperada: Consideramos que sí.
- ¿Para qué servirá esta fórmula?
Respuesta esperada: Para encontrar las dos soluciones de una ecuación cuadrática.
Los estudiantes intentarán realizar el problema sin una fórmula para poder hallar las soluciones de la ecuación cuadrática del problema.
4. Realizar la formulación matemática.
Junto al docente, concluyen que la fórmula para hallar las soluciones de una ecuación cuadrática es: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; donde a es el término cuadrático, b es el segundo término y c es el término independiente.
Utilizan la fórmula para dar solución al problema.
5. Validación de la solución.
Comparan los resultados y verifican que existe una forma más rápida de hallar cualquier término de una sucesión.
Reciben la indicación de resolver los diferentes retos del problema y los estudiantes que lo hagan, recibirán un check en el cuadro de reconocimientos (Anexo 5) que estará pegado en la pared en una cartulina.
Con ayuda del algeplano también pueden comprender el problema, buscando una solución más rápida.
Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.
Se acercan a la pizarra y resuelven los problemas propuestos en la pizarra.
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>CIERRE</td>
<td>
EVALUACIÓN:
Resolución de los retos propuestos.
METACOGNICIÓN:
Pegan las Fichas de trabajo en su cuaderno y reciben una revisión, y, de ser el caso, una retroalimentación o aclaración de dudas acerca del tema por parte del docente.
Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión rellenando la Ficha SQA (Anexo 6).
<table>
<tr><th>¿QUÉ SABÍA?</th><th>¿QUÉ QUIERO SABER?</th><th>¿QUÉ APRENDÍ?</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación
</td>
<td>Pizarra
Plumones</td>
<td>10 min</td>
</tr>
</table>

Anexo 1: Marco teórico



Anexo 2: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Traduce datos, valores desconocidos, regularidades, condiciones de equivalencia o variación entre ecuaciones cuadráticas.		
Evalúa si la solución cumple con las condiciones iniciales del problema y si otras expresiones algebraicas planteadas (modelos) reproducen mejor las condiciones del problema.		

Anexo 3: Ecuaciones cuadráticas

$x^2 - 5x + 7 = 0$	$x^2 + x - 6 = 0$	$2x^2 - 7x + 3 = 0$
$x^2 - 5x - 84 = 0$	$2x^2 + 3x - 27 = 0$	$4x^2 + 7x - 2 = 0$
$x^2 - 10x + 9 = 0$	$x^2 + 4x + 4 = 0$	$2x^2 + 4x - 30 = 0$

Ecuaciones cuadráticas (SOLUCIONARIO)

$$x^2 - 5x + 7 = 0$$

1.- $x^2 - 5x + 6 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 1$ $b = -5$ $c = 6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \qquad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

2.- $x^2 + x - 6 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 1$ $b = 1$ $c = -6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} \qquad x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} \qquad x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

5.- $2x^2 - 7x + 3 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 2$ $b = -7$ $c = 3$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} \qquad x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} \qquad x = \frac{7 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{7+5}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 5x - 84 = 0$$

6.- $x^2 - 5x - 84 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 1$ $b = -5$ $c = -84$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-84)}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 336}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm \sqrt{361}}{2} \qquad x = \frac{5 \pm 19}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+19}{2} = 12$$

$$x_2 = \frac{5-19}{2} = -7$$

$$2x^2 + 3x - 27 = 0$$

7.- $2x^2 + 3x - 27 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 2$ $b = 3$ $c = -27$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-27)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 216}}{4} \qquad x = \frac{-3 \pm \sqrt{225}}{4} \qquad x = \frac{-3 \pm 15}{4}$$

$$x_1 = \frac{-3+15}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-3-15}{4} = -\frac{9}{2}$$

$$4x^2 + 7x - 2 = 0$$

8.- $4x^2 + 7x - 2 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 4$ $b = 7$ $c = -2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2)}}{2 \cdot 4}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{8} \qquad x = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{8} \qquad x = \frac{-7 \pm 9}{8}$$

$$x_1 = \frac{-7+9}{8} = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = \frac{-7-9}{8} = -2$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

9.- $x^2 - 10x + 9 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 1$ $b = -10$ $c = 9$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} \qquad x = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} \qquad x = \frac{10 \pm 8}{2}$$

$$x_1 = \frac{10+8}{2} = 9$$

$$x_2 = \frac{10-8}{2} = 1$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

10.- $x^2 - 4x + 4 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 1$ $b = -4$ $c = 4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} \qquad x = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} \qquad x = \frac{4 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{4+0}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{4-0}{2} = 2$$

$x_1 = x_2 = 2$ **Solución doble**

$$2x^2 + 4x - 30 = 0$$

$2x^2 + 4x - 30 = 0$ **(Recuerda forma $ax^2 + bx + c = 0$)**

$a = 2$ $b = 4$ $c = -30$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-30)}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+240}}{4} \qquad x = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{4} \qquad x = \frac{-4 \pm 16}{4}$$

$$x_1 = \frac{-4+16}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-4-16}{4} = -5$$

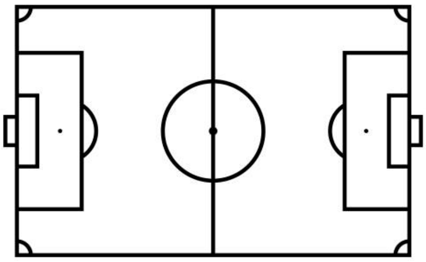
Anexo 4: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 2

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos el significado de la ecuación cuadrática usando lenguaje algebraico para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana.*

Situación problemática:

Un arquitecto ha sido contratado para diseñar un recinto deportivo rectangular que debe tener un área de 300 metros cuadrados. El largo del recinto debe ser 10 metros más que el ancho. El arquitecto debe determinar las dimensiones exactas del recinto, pero se enfrenta a una serie de limitaciones.



Retos Matemáticos:

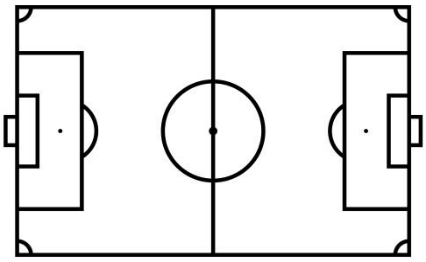
Reto 1: Planteamiento del problema Determina las dimensiones del recinto utilizando la información proporcionada. Usa una ecuación cuadrática basada en la relación entre el largo, el ancho y el área total.	***Reto 2: Restricciones adicionales*** Supón que, por razones de seguridad, el perímetro no puede exceder los 80 metros. Plantea otra ecuación que contemple esta nueva condición y encuentra las dimensiones del recinto respetando ambas condiciones (área y perímetro).
Reto 3: Maximización del espacio disponible El arquitecto quiere maximizar el área sin aumentar el perímetro. Encuentra la mayor área posible que se pueda construir si el perímetro no puede exceder los 80 metros.	***Reto 4: Costos de construcción*** Si el costo por metro cuadrado de césped es de S/ 150 y la longitud total de la cerca perimetral es de S/25 por metro lineal, calcula el costo total de construir el recinto incluyendo el césped y el perímetro.

FICHA DE TRABAJO N.º 2 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ___________________________ ***Fecha:*** __________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** __________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos el significado de la ecuación cuadrática usando lenguaje algebraico para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana.*

Situación problemática:

Un arquitecto ha sido contratado para diseñar un recinto deportivo rectangular que debe tener un área de 300 metros cuadrados. El largo del recinto debe ser 10 metros más que el ancho. El arquitecto debe determinar las dimensiones exactas del recinto, pero se enfrenta a una serie de limitaciones.



Retos Matemáticos:

Reto 1: Planteamiento del problema
Determina las dimensiones del recinto utilizando la información proporcionada. Usa una ecuación cuadrática basada en la relación entre el largo, el ancho y el área total.
Solución:
Ecuación cuadrática:
$$x(x+10)=300$$
Expandiendo: $x^2+10x=300$
$$x^2+10x-300=0$$
Usamos la fórmula general:
$$x=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4(1)(-300)}}{2(1)}$$
$$x=\frac{-10\pm\sqrt{100+1200}}{2}$$
$$x=\frac{-10\pm\sqrt{1300}}{2}$$
$$x=\frac{-10\pm 36{,}06}{2}$$
Entonces: $x_1=13{,}03$; $x_2=-23{,}03$
La solución válida es $x_1=13{,}03$ ya que una longitud negativa no tiene sentido.
Ahora, calculamos el largo: $13{,}03+10=23{,}03$
Respuesta: El ancho es aproximadamente 13 metros y el largo es 23 metros.

Reto 2: Restricciones adicionales
Supón que, por razones de seguridad, el perímetro no puede exceder los 80 metros. Plantea otra ecuación que contemple esta nueva condición y encuentra las dimensiones del recinto respetando ambas condiciones (área y perímetro).
Solución:
El perímetro no debe exceder los 80 metros. El perímetro P de un rectángulo es:
$$P=2A\times 2L$$
Sustituyendo los valores de:
$$L=23{,}03 \text{ y } A=13{,}03$$
$$P=2A\times 2L$$
$$P=2(13{,}03)\times 2(23{,}03)$$
$$P=46{,}06+26{,}06$$
$$P=72{,}12$$

Respuesta: El perímetro es 72.12 metros, que es menor que el límite de 80 metros, por lo que las dimensiones encontradas cumplen con la restricción.

Reto 3: Maximización del espacio disponible
El arquitecto quiere maximizar el área sin aumentar el perímetro. Encuentra la mayor área posible que se pueda construir si el perímetro no puede exceder los 80 metros.
Solución:
Para maximizar el área con un perímetro de 80 metros, planteamos la ecuación del perímetro como:

Reto 4: Costos de construcción
Si el costo por metro cuadrado de césped es de S/ 150 y la longitud total de la cerca perimetral es de S/25 por metro lineal, calcula el costo total de construir el recinto incluyendo el césped y el perímetro.
Solución:
Con las dimensiones originales de ancho 13,03 metros y largo 23,03 metros, el área es

Ecuación cuadrática: $P = 2L + 2A = 80$ $L + A = 40$ $L = 40 - A$ El área del recinto se expresa como: $Área = A \times L$ $A(A - 40)$ El vértice de una parábola se encuentra con la fórmula: $\frac{-b}{2a}$ Usamos la fórmula: $-\frac{-b}{2a} = -\frac{-40}{2(1)} = \frac{40}{2} = 20$ Por lo tanto, el ancho que maximiza el área es 20 metros, y el largo es: $L = 40 - 20 = 20$ El área máxima es: $A = 20 \times 20 = 400$ Respuesta: El máximo tamaño que puede tomar cada lado es de 20 metros.	aproximadamente 300 metros cuadrados. El costo por metro cuadrado de construcción es de S/ 150, entonces el costo del área es: $Costo\ del\ área = 300 \times 150 = 45000$ El perímetro es de aproximadamente 72,12 metros. El costo de la cerca perimetral es de S/ 25 por metro lineal: $Costo\ del\ perímetro = 72{,}12 \times 25 = 1803$ El costo total de construcción es: $Costo\ del\ total = 1803 + 45000 = 46803$ Respuesta: El costo total es de S/ 46803 por construir todo el campo deportivo.

Anexo 6: Ficha SQA

¿QUÉ SABÍA?	¿QUÉ QUIERO SABER?	¿QUÉ APRENDÍ?

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 3
“COMPROBAMOS RESOLUCIONES DE PROBLEMAS CON ECUACIONES CUADRÁTICAS”

ÁREA	Matemática	**FECHA**	08 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. - Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	- Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática para interpretar un problema. - Plantea afirmaciones sobre las posibles soluciones a ecuaciones cuadráticas y las justifica o descarta mediante un contraejemplo y propiedades matemáticas.	Corrección de errores en la resolución de problemas	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	**VALOR**	**ACTITUDES**
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales de dados, ruletas o juegos de azar para representar los retos. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de ecuaciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de ecuaciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los retos, van marcando su avance en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes forman dúos para competir entre ellos en la resolución de los retos. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los retos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente, después de ello, recuerdan las 3 normas de convivencia para la clase del día: 1. Respetar la opinión de mis compañeros. 2. Levantar la mano para opinar. 3. Participar en clase.	Pizarra Plumones Proyector Wordwall	20 min
	ZONA DE JUEGO: Las estudiantes participan de la actividad “Multiplicación de Binomios”, donde visualizarán 6 cajas que contienen multiplicación de binomios y sus resultados, los cuales deberán de ser comprobados por estudiantes voluntarias o escogidas por el docente. En caso el resultado sea correcto, comunicarán al docente que lo es, pero si identifican que hay un error, se marcará la opción “incorrecto”. https://wordwall.net/es/resource/80830409  Luego de cada participación, las estudiantes analizan por qué el resultado es correcto y por qué es incorrecto según sea el caso. (El número de cajas es aleatorio)		

	1. $(x+1)(x-1)=0$ $x^2+1=0$ Respuesta: Incorrecto Responden la pregunta: ¿Por qué es incorrecto? *Respuesta esperada: Porque la multiplicación es: $x^2-x+x-1=0$; lo que quedaría como $x^2-1=0$.* 2. $(x+2)(x+2)=0$ $x+4x+4=0$ Respuesta: Incorrecto Responden la pregunta: ¿Por qué es incorrecto? *Respuesta esperada: Porque la multiplicación es: $x^2+4x+4=0$; en el resultado presentado el primer término no está elevado al cuadrado.* 3. $(x+3)(x-3)=0$ $x-9=0$ Respuesta: Incorrecto Responden la pregunta: ¿Por qué es incorrecto? *Respuesta esperada: Porque la multiplicación es: $x^2-3x+3x-9=0$; lo que quedaría como $x^2-9=0$. En la respuesta presentada el primer término no está elevado al cuadrado.* 4. $(x+1)(x+1)=0$ $x^2+2x+1=0$ Respuesta: Correcto Responden la pregunta: ¿Por qué es correcto? *Respuesta esperada: Porque la multiplicación es: $x^2+x+x+1=0$; lo que quedaría como $x^2+2x+1=0$.* 5. $(x+2)(x-1)=0$ $x2+x-2=0$ Respuesta: Correcto Responden la pregunta: ¿Por qué es correcto? *Respuesta esperada: Porque la multiplicación es: $x^2-x+2x-2=0$; lo que quedaría como $x^2+x-2=0$.* 6. $(x+1)(x-1)=0$ $x2-1=0$ Respuesta: Correcto Responden la pregunta: ¿Por qué es correcto? *Respuesta esperada: Porque la multiplicación es: $x^2-x+x-1=0$; lo que quedaría como $x^2-1=0$.*		
	PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: Leen el título de la sesión escrito en la pizarra *"Comprobamos resoluciones de problemas con ecuaciones cuadráticas"* y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: *"Expresamos nuestra comprensión sobre las soluciones de ecuaciones cuadráticas y planteamos afirmaciones acerca de ellas".*		
	PROBLEMATIZACIÓN Escuchan con atención la situación que enfrentarán durante la clase: *"Las estudiantes de 4° "E" comprobarán si la resolución de algunos problemas es correcta o incorrecta, así como encontrarán en qué parte de la resolución está el error que deben corregir".*		
DESARROLLO	Las estudiantes visualizan la situación problemática A proyectada: *"Fernanda es una estudiante de arquitectura y está realizando una maqueta para entregarla como proyecto final de uno de sus cursos. Las condiciones para su elaboración son las siguientes: debe tener como superficie total más de 100 cm^2 y menos de 900 cm^2".* Forman 8 grupos y reciben una ficha con situaciones resueltas con algunos errores que ellas deberán identificar y corregir en un tiempo estimado de 25 minutos. ***(Anexo 2)*** 1. Fernanda decide construir su maqueta con una plancha de cartón rectangular que tiene como superficie total 180 cm^2. Ella sabe que uno de sus lados mide 3 cm menos que el otro. ¿Cuáles son las medidas de sus lados? 2. Rosa, una amiga de Fernanda, le regaló una plancha de cartón cuadrada para que realice su maqueta. Sin embargo, ella sabía que la superficie excede el límite permitido. Si, al reducir uno de sus lados en 5 cm y el otro en 2 cm, obtiene una superficie de 810 cm^2, ¿cuál era el área original de la plancha de cartón? 3. Estefania le pregunta a Fernanda qué medidas tiene su maqueta. Ella le contesta que el largo de su maqueta es mayor que el ancho en 4 cm y el área es 396 cm^2. ¿Cuál es la medida del ancho? 4. Ariana, dudosa de si realizó bien su proyecto, decidió hallar la superficie total de la maqueta y se dio cuenta que era menor que 100 cm^2. El largo de su maqueta, originalmente, medía 2 cm más que su ancho. Si, al realizar modificaciones, le aumenta 2	Proyector Diapositivas Ficha de retos Cuadro de reconocimiento Temporizador Ruleta	60 min

	cm más al largo y la superficie total cambia a 117 cm^2, ¿cuáles eran las medidas originales de su maqueta? Durante el tiempo brindado, el cual es temporizado con el video de YouTube https://youtu.be/3VCJIsIGNVA?si=ukjco-wMiP7OWfNm , reciben el monitoreo por parte del docente, y, cuando completen alguno de los retos, se colocará un check en el cuadro de reconocimiento. Al término de los 25 minutos, las estudiantes exponen los trabajos. El orden de exposición se decide a través de una ruleta: https://app-sorteos.com/wheel/3EE5W9 Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.		
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Resolución de los retos propuestos. **METACOGNICIÓN**: Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión con la estrategia de "la papa se quema", donde las estudiantes se pasarán una pelota de trapo mientras se escucha una música y, cuando la canción se detenga, la estudiante que tenga la pelota responderá una de las siguientes preguntas: - ¿Qué aprendiste hoy? - ¿Cómo lo aprendiste? - ¿En qué situaciones de la vida puedes usar lo aprendido? - ¿Por qué una ecuación cuadrática tiene dos soluciones? Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.	Pizarra Plumones	10 min

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Expresa, con representaciones simbólicas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre las soluciones de una ecuación cuadrática para interpretar un problema.		
Plantea afirmaciones sobre las posibles soluciones a ecuaciones cuadráticas y las justifica o descarta mediante un contraejemplo y propiedades matemáticas.		

Anexo 2: Situaciones para trabajo grupal

TRABAJO GRUPAL

Identifica los errores que presentan las siguientes resoluciones de los problemas propuestos y corrígelos en los espacios en blanco.

1. Fernanda decide construir su maqueta con una plancha de cartón rectangular que tiene como superficie total 180 cm^2. Ella sabe que uno de sus lados mide 3 cm menos que el otro. ¿Cuáles son las medidas de sus lados? **a. Identificamos los datos:** Ancho = x Largo = x - 3 Área = 180 cm2 **b. Planteamos la ecuación:** $x(x+3) = 180$ $x^2 - 3x = 180$ $x^2 - 3x + 180 = 0$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad donde: a = 1;\ b = 3;\ c = 180$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-180)}}{2(1)}$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+720}}{2}$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{729}}{2}$ $x = \frac{-3 \pm 17}{2}$ $x_1 = \frac{-3+17}{2} = \frac{14}{2} = 7$ $x_2 = \frac{-3-17}{2} = \frac{-20}{2} = -10$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x. Ancho = 7 Largo = 7 - 3 = 4 Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 7 y 4 cm.	
2. Rosa, una amiga de Fernanda, le regaló una plancha de cartón cuadrada para que realice su maqueta. Sin embargo, ella sabía que la superficie excede el límite permitido. Si, al reducir uno de sus lados en 5 cm y el otro en 2 cm, obtiene una superficie de 810 cm^2, ¿cuál era el área original de la plancha de cartón? **a. Identificamos los datos:** Ancho = x + 5 Largo = x - 2 Área = 810 cm^2 **b. Planteamos la ecuación:** $(x+5)(x-2) = 810$ $x2 - 2x - 5x + 10 = 810$ $x2 - 7x + 10 - 810 = 0$ $x2 - 7x - 800 = 0$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad donde: a = 1;\ b = 7;\ c = 800$ $x = \frac{-7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(-800)}}{2(1)}$ $x = \frac{-7 \pm \sqrt{49+3200}}{2}$ $x = \frac{-7 \pm \sqrt{3249}}{2}$ $x = \frac{-7 \pm 57}{2}$ $x_1 = \frac{-7+57}{2} = \frac{-50}{2} = -25$ $x_2 = \frac{-7-57}{2} = \frac{+64}{2} = 32$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x. Ancho = 32 + 5 = 37 Largo = 32 - 2 = 30 Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 37 y 30 cm.	
3. Estefania le pregunta a Fernanda qué medidas tiene su maqueta. Ella le contesta que el largo de su maqueta es mayor que el ancho en 4 cm y el área es 396 cm^2. ¿Cuál es la medida del ancho?	

a. Identificamos los datos: Ancho = x Largo = x + 4 Área = 396 cm^2 **b. Planteamos la ecuación:** $x(x+4) = 396$ $x^2 - 4x = 396$ $x^2 + 4x - 396 = 0$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad donde: a = 1;\ b = 4;\ c = 396$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{(4)^2 - 4(1)(-396)}}{2(1)}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 1584}}{2}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{1600}}{2}$ $x = \frac{4 \pm 40}{2}$ $x_1 = \frac{4 + 40}{2} = \frac{36}{2} = -18$ $x_2 = \frac{4 - 40}{2} = \frac{-44}{2} = 21$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x. Ancho = 21 Largo = 21 + 3 = 24 Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 21 y 24 cm.	
4. Ariana, dudosa de si realizó bien su proyecto, decidió hallar la superficie total de la maqueta y se dio cuenta que era menor que 100 cm^2. El largo de su maqueta, originalmente, medía 2 cm más que su ancho. Si, al realizar modificaciones, le aumenta 2 cm más al largo y la superficie total cambia a 117 cm^2, ¿cuáles eran las medidas originales de su maqueta? **a. Identificamos los datos:** Ancho = x Largo = x + 4 Área = 117 cm^2 **b. Planteamos la ecuación:** $\boldsymbol{x(x+4) = 117}$ $\boldsymbol{x^2 + 4x = 117}$ $\boldsymbol{x^2 + 4x + 117 = 0}$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad donde: a = 1;\ b = 4;\ c = 117$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{(4)^2 + 4(1)(117)}}{2(1)}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{2}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{2}$ $x = \frac{4 \pm 14}{2}$ $x_1 = \frac{4 + 14}{2} = \frac{18}{2} = 9$ $x_2 = \frac{4 - 14}{2} = \frac{10}{2} = 5$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el menor valor Ancho = 5 Largo = 5 + 2 = 7 Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 5 y 7 cm.	

TRABAJO GRUPAL (SOLUCIONARIO)

Identifica los errores que presentan las siguientes resoluciones de los problemas propuestos y corrígelos en los espacios en blanco.

1. Fernanda decide construir su maqueta con una plancha de cartón rectangular que tiene como superficie total 180 cm^2. Ella sabe que uno de sus lados mide 3 cm menos que el otro. ¿Cuáles son las medidas de sus lados? **a. Identificamos los datos:** Ancho = x Largo = x - 3 Área = 180 cm2 **b. Planteamos la ecuación:** $x(x+3)=180$ $x^2-3x=180$ $x^2-3x+180=0$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad donde: a=1;\ b=3;\ c=180$ $x=\frac{-3\pm\sqrt{(-3)^2-4(1)(-180)}}{2(1)}$ $x=\frac{-3\pm\sqrt{9+720}}{2}$ $x=\frac{-3\pm\sqrt{729}}{2}$ $x=\frac{-3\pm 17}{2}$ $x_1=\frac{-3+17}{2}=\frac{14}{2}=7$ $x_2=\frac{-3-17}{2}=\frac{-20}{2}=-10$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x. Ancho = 7 Largo = 7 - 3 = 4 Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 7 y 4 cm.	**a. Identificamos los datos:** Ancho = x Largo = x - 3 Área = 180 cm2 **b. Planteamos la ecuación:** $x(x-3)=180$ $x^2-3x=180$ $x^2-3x-180=0$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$ $donde: a=1;\ b=-3;\ c=-180$ $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4(1)(-180)}}{2(1)}$ $x=\frac{+3\pm\sqrt{9+720}}{2}$ $x=\frac{3\pm\sqrt{729}}{2}$ $x=\frac{3\pm 27}{2}$ $x_1=\frac{3+27}{2}=\frac{30}{2}=15$ $x_2=\frac{3-27}{2}=\frac{-24}{2}=-12$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x. Ancho = 15 Largo = 15 - 3 = 12 Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 15 y 12 cm.
2. Rosa, una amiga de Fernanda, le regaló una plancha de cartón cuadrada para que realice su maqueta. Sin embargo, ella sabía que la superficie excede el límite permitido. Si, al reducir uno de sus lados en 5 cm y el otro en 2 cm, obtiene una superficie de 810 cm^2, ¿cuál era el área original de la plancha de cartón? **a. Identificamos los datos:** Ancho = x + 5 Largo = x - 2 Área = 810 cm^2 **b. Planteamos la ecuación:** $(x+5)(x-2)=810$ $x^2-2x-5x+10=810$ $x^2-7x+10-810=0$ $x^2-7x-800=0$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad donde: a=1;\ b=7;\ c=800$ $x=\frac{-7\pm\sqrt{(-7)^2-4(1)(-800)}}{2(1)}$ $x=\frac{-7\pm\sqrt{49+3200}}{2}$ $x=\frac{-7\pm\sqrt{3249}}{2}$ $x=\frac{-7\pm 57}{2}$ $x_1=\frac{-7+57}{2}=\frac{-50}{2}=-25$ $x_2=\frac{-7-57}{2}=\frac{+64}{2}=32$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x. Ancho = 32 + 5 = 37 Largo = 32 - 2 = 30 Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 37 y 30 cm.	**a. Identificamos los datos:** Ancho = x - 5 Largo = x - 2 Área = 810 cm^2 **b. Planteamos la ecuación:** $(x-5)(x-2)=810$ $x^2-2x-5x+10=810$ $x^2-7x+10-810=0$ $x^2-7x-800=0$ **c. Utilizamos la fórmula general** $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$ $donde: a=1;\ b=7;\ c=800$ $x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4(1)(-800)}}{2(1)}$ $x=\frac{+7\pm\sqrt{49+3200}}{2}$ $x=\frac{7\pm\sqrt{3249}}{2}$ $x=\frac{7\pm 57}{2}$ $x_1=\frac{7+57}{2}=\frac{64}{2}=32$ $x_2=\frac{7-57}{2}=\frac{-50}{2}=-25$ **d. Reemplazamos el valor de x** Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x. Nos pide el área original, por lo tanto, la medida del lado del cuadrado era x = 32. $A=x^2=32^2=1024$ El área original de la plancha de cartón era 1024 cm^2.
3. Estefania le pregunta a Fernanda qué medidas tiene su maqueta. Ella le contesta que el largo de su maqueta es mayor que el ancho en 4 cm y el área es 396 cm^2. ¿Cuál es la medida del ancho? **a. Identificamos los datos:** Ancho = x Largo = x + 4 Área = 396 cm^2	**a. Identificamos los datos:** Ancho = x Largo = x + 4 Área = 396 cm^2 **b. Planteamos la ecuación:** $x(x+4)=396$ $x^2+4x=396$

<table>
<tr>
<td>

b. Planteamos la ecuación:

$x(x+4)=396$

$x^2-4x=396$

$x^2+4x-396=0$

c. Utilizamos la fórmula general

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad donde: a=1;\ b=4;\ c=396$

$x=\frac{4\pm\sqrt{(4)^2-4(1)(-396)}}{2(1)}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16+1584}}{2}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{1600}}{2}$

$x=\frac{4\pm 40}{2}$

$x_1=\frac{4+40}{2}=\frac{36}{2}=-18$

$x_2=\frac{4-40}{2}=\frac{-44}{2}=21$

d. Reemplazamos el valor de x

Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x.

Ancho = 21

Largo = 21 + 3 = 24

Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 21 y 24 cm.

</td>
<td>

$x^2+4x-396=0$

c. Utilizamos la fórmula general

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$

$donde: a=1;\ b=4;\ c=396$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{(4)^2-4(1)(-396)}}{2(1)}$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+1584}}{2}$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{1600}}{2}$

$x=\frac{-4\pm 40}{2}$

$x_1=\frac{-4+40}{2}=\frac{36}{2}=18$

$x_2=\frac{-4-40}{2}=\frac{-44}{2}=-22$

d. Reemplazamos el valor de x

Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo de x.

Ancho = 18

La medida del ancho es 18 cm.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

4. Ariana, dudosa de si realizó bien su proyecto, decidió hallar la superficie total de la maqueta y se dio cuenta que era menor que 100 cm^2. El largo de su maqueta, originalmente, media 2 cm más que su ancho. Si, al realizar modificaciones, le aumenta 2 cm más al largo y la superficie total cambia a 117 cm^2, ¿cuáles eran las medidas originales de su maqueta?

a. Identificamos los datos:

Ancho = x Largo = x + 4 Área = 117 cm^2

b. Planteamos la ecuación:

$\boldsymbol{x(x+4)=117}$

$\boldsymbol{x^2+4x=117}$

$\boldsymbol{x^2+4x+117=0}$

c. Utilizamos la fórmula general

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \quad donde: a=1;\ b=4;\ c=117$

$x=\frac{4\pm\sqrt{(4)^2+4(1)(117)}}{2(1)}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16+180}}{2}$

$x=\frac{4\pm\sqrt{196}}{2}$

$x=\frac{4\pm 14}{2}$

$x_1=\frac{4+14}{2}=\frac{18}{2}=9$

$x_2=\frac{4-14}{2}=\frac{10}{2}=5$

d. Reemplazamos el valor de x

Al ser medidas, utilizaremos el menor valor

Ancho = 5

Largo = 5 + 2 = 7

Por lo tanto, las medidas de la plancha de cartón son 5 y 7 cm.

</td>
<td>

a. Identificamos los datos:

Ancho = x Largo = x + 4 Área = 117 cm^2

b. Planteamos la ecuación:

$\boldsymbol{x(x+4)=117}$

$\boldsymbol{x^2+4x=117}$

$\boldsymbol{x^2+4x-117=0}$

c. Utilizamos la fórmula general

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$

$donde: a=1;\ b=4;\ c=-117$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{(4)^2-4(1)(-117)}}{2(1)}$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+468}}{2}$

$x=\frac{-4\pm\sqrt{484}}{2}$

$x=\frac{-4\pm 22}{2}$

$x_1=\frac{-4+22}{2}=\frac{18}{2}=9$

$x_2=\frac{-4-22}{2}=\frac{-26}{2}=-13$

d. Reemplazamos el valor de x

Al ser medidas, utilizaremos el valor positivo.

Ancho = 9

Largo = 9 + 4 = 13

Por lo tanto, las medidas originales de su maqueta son 9 y 13 cm.

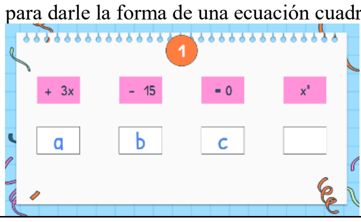
</td>
</tr>
</table>

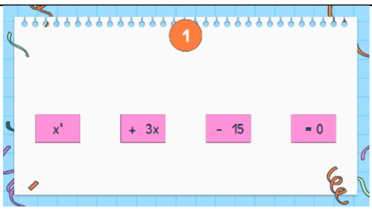
SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 4
"RESUELVEMOS PROBLEMAS HACIENDO USO DE ECUACIONES CUADRÁTICAS"

ÁREA	Matemática	**FECHA**	09 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

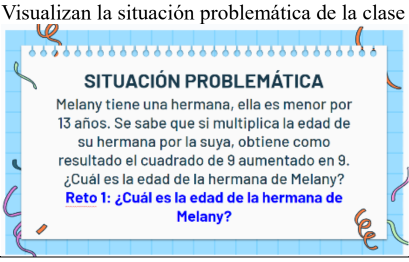
<table>
<tr><th colspan="5">PROPÓSITO DE APRENDIZAJE</th></tr>
<tr><th>COMPETENCIAS</th><th>CAPACIDADES</th><th>DESEMPEÑOS PRECISADOS</th><th>EVIDENCIA DE APRENDIZAJE</th><th>INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td>Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</td><td>- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.
- Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.</td><td>- Establece relaciones entre datos, valores desconocidos, regularidades y las transforma en ecuaciones cuadráticas.
- Utiliza la fórmula general para encontrar las raíces de una ecuación cuadrática.</td><td rowspan="2">Resolución de problemas</td><td rowspan="2">Lista de cotejo</td></tr>
<tr><td>Gestiona su aprendizaje de manera autónoma</td><td>Define metas de aprendizaje.</td><td>Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.</td></tr>
<tr><th colspan="2">ENFOQUES TRANSVERSALES</th><th>VALOR</th><th colspan="2">ACTITUDES</th></tr>
<tr><td colspan="2">Orientación al bien común</td><td>Responsabilidad</td><td colspan="2">Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">GAMIFICACIÓN</th></tr>
<tr><th>ESTÉTICA</th><th>MECÁNICA</th><th>DINÁMICA</th></tr>
<tr><td>• Diseño visual y retroalimentación: Utilizar elementos visuales de dados, ruletas o juegos de azar para representar los retos.
• Narrativa envolvente: Crear una historia alrededor del tema de ecuaciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.</td><td>• Desafíos: Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de ecuaciones cuadráticas.
• Reconocimiento: A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los retos, van marcando su avance en el cuadro de reconocimientos.</td><td>• Competencia amistosa: Los estudiantes forman dúos para competir entre ellos en la resolución de los retos.
• Progreso visible: Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los retos, fomentando una competencia sana.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>MOMENTOS</th><th>ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES</th><th>RECURSOS</th><th>TIEMPO</th></tr>
<tr><td rowspan="3">INICIO</td><td>ACTIVIDADES PERMANENTES:
Reciben la bienvenida por parte del docente y prenden sus cámaras para tomar la asistencia del día.</td><td rowspan="3">Pizarra
Plumones
Proyector
Wordwall</td><td rowspan="3">20 min</td></tr>
<tr><td>PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:
Leen el título de la sesión "Resolvemos problemas haciendo uso de ecuaciones cuadráticas" y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: "Utilizamos diversas estrategias para hallar las raíces de una ecuación cuadrática al resolver problemas".
Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: "El día de hoy, resolveremos problemas simultáneamente, y su avance será registrado en una tabla de puntuación".
https://keepthescore.com/board/jhsknhwwlzfme/</td></tr>
<tr><td>ZONA DE JUEGO:
Las estudiantes observan las diapositivas (Anexo 2) y participan de la actividad "Ordenamos las ecuaciones", donde deberán ordenar ecuaciones para darle la forma de una ecuación cuadrática.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

Cinco estudiantes, de forma voluntaria, participan de la actividad, dando indicaciones al docente para que coloque los términos en el orden correcto. Las estudiantes que participen y lo hagan de forma correcta recibirán 2 puntos en la tabla de puntuaciones.

PROBLEMATIZACIÓN
Visualizan la situación problemática de la clase proyectada.

</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>DESARROLLO</td>
<td>Las estudiantes escuchan la indicación de cómo se trabajará en clase: “Ingresarán a https://www.whiteboard.chat/ e introducen el código 411jt3m8. Escriben su nombre y resolverán cada reto propuesto en la pizarra. Tendrán 25 minutos para resolver los retos y, las 5 primeras en resolver el primer reto obtendrán 10 puntos; las siguientes 5 obtienen 9 puntos y así sucesivamente.
Dan solución a los retos:
Reto 1: Melany tiene una hermana, ella es menor por 13 años. Se sabe que si multiplica la edad de su hermana por la suya, obtiene como resultado el cuadrado de 9 aumentado en 9. ¿Cuál es la edad de la hermana de Melany?
a. Identificamos los datos:
$Edad\ de\ Melany\ = x\ ;\ Edad\ de\ la\ hermana\ de\ Melany\ = x - 13$
Multiplicación = $9^2 + 9 = 90$
b. Planteamos la ecuación:
$x(x-13) = 90$
$x^2 - 13x = 90$
$x^2 - 13x - 90 = 0$
c. Utilizamos la fórmula general
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad donde: a = 1;\ b = 13;\ c = -90$
$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4(1)(-90)}}{2(1)}$
$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 + 360}}{2}$
$x = \frac{13 \pm \sqrt{529}}{2}$
$x = \frac{13 \pm 23}{2}$
$x_1 = \frac{13 + 23}{2} = \frac{36}{2} = 18$
$x_2 = \frac{13 - 23}{2} = \frac{-10}{2} = -5$
d. Reemplazamos el valor de x
Al ser edades, utilizaremos el valor positivo de x.
Edad de Melany = 18
Edad de la hermana de Melany = 18 - 13 = 5
Por lo tanto, la edad de la hermana de Melany es 5 años.

Reto 2: Si la edad de Melany fuera el doble que la de su hermana y la multiplicación de sus edades fuese 128. ¿Cuál sería la edad de Melany?
a. Identificamos los datos:
$Edad\ de\ Melany\ = 2x\ ;\ Edad\ de\ la\ hermana\ de\ Melany\ = x$
Multiplicación = 128
b. Planteamos la ecuación:
$x(2x) = 128$
$2x^2 - 128 = 0$
c. Utilizamos la fórmula general</td>
<td>Proyector

Diapositivas

Ficha de retos

Cuadro de reconocimiento

Temporizador

Ruleta</td>
<td>60 min</td>
</tr>
</table>

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad donde: a = 2;\ b = 0;\ c = -128$$
$$x = \frac{-(0) \pm \sqrt{(0)^2 - 4(2)(-128)}}{2(2)}$$
$$x = \frac{0 \pm \sqrt{0 + 1024}}{4}$$
$$x = \frac{\pm\sqrt{1024}}{4}$$
$$x = \frac{\pm 32}{4}$$
$$x_1 = \frac{32}{4} = 8$$
$$x_2 = \frac{-32}{4} = -8$$

d. Reemplazamos el valor de x

Al ser edades, utilizaremos el valor positivo de x.
Edad de Melany = 2(8) = 16
Edad de la hermana de Melany = 8
Por lo tanto, la edad de Melany es 16 años.

Reto 3: Se sabe que Melany es mayor que su hermana por 12 años. Si el cuadrado de la suma de sus edades es igual a 676. ¿Cuál es la suma de sus edades?

a. Identificamos los datos:

$Edad\ de\ Melany\ = x\,;\ Edad\ de\ la\ hermana\ de\ Melany\ = x - 12$
Cuadrado de la suma = 676

b. Planteamos la ecuación:

$(x + x - 12)^2 = 676$
$(2x - 12)^2 = 676$
$4x^2 - 48x + 144 = 676$
$4x^2 - 48x + 144 - 676 = 0$
$4x^2 - 48x - 532 = 0$

c. Utilizamos la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad donde: a = 4;\ b = -48;\ c = -532$$
$$x = \frac{-(-48) \pm \sqrt{(48)^2 - 4(4)(-532)}}{2(4)}$$
$$x = \frac{48 \pm \sqrt{2304 + 8512}}{8}$$
$$x = \frac{48 \pm \sqrt{10816}}{8}$$
$$x = \frac{48 \pm 104}{8}$$
$$x_1 = \frac{48 + 104}{8} = \frac{152}{8} = 19$$
$$x_2 = \frac{48 - 104}{8} = \frac{-56}{8} = -7$$

d. Reemplazamos el valor de x

Al ser edades, utilizaremos el valor positivo de x.
Edad de Melany = 19
Edad de la hermana de Melany = 19 - 12 = 7
Suma de edades = 19 + 7 = 26
Por lo tanto, la suma de las edades de Melany y su hermana es 26.

Reto 4: En la ecuación $x^2 + 2x + 1 = 0$; ¿cuál es el valor del discriminante? ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación?

a. Utilizamos la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \qquad donde: a = 1;\ b = 2;\ c = 1$$
$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2}$$
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{2}$$
$$x = \frac{-2 \pm 0}{2}$$
$$x_1 = \frac{-2 + 0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$
$$x_2 = \frac{-2 + 0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

	b. **Analizamos la fórmula y averiguamos acerca del término discriminante.** El discriminante es la parte de la fórmula cuadrática dentro del símbolo de raíz cuadrada: $b^2 - 4ac$. $\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = 0$ c. **Respondemos a las preguntas.** El valor del discriminante es 0 Tiene solo una solución. Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas a través del chat o prendiendo su micrófono. Se colocan los puntos correspondientes a cada estudiante según su progreso.		
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1). **METACOGNICIÓN**: Las estudiantes ingresan a https://kahoot.it/ e introducen el código que aparece al iniciar el juego https://create.kahoot.it/details/9905bec1-15a8-48d0-8c4c-d105ea113fd7 Responden las preguntas del quiz y reciben una explicación por parte del docente. Reciben el agradecimiento por su participación.	Pizarra Plumones	10 min

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Establece relaciones entre datos desconocidos.		
Plantea correctamente las ecuaciones cuadráticas.		
Utiliza la fórmula para hallar las raíces de una ecuación cuadrática.		
Responde correctamente a la situación.		

Anexo 2: Diapositivas

https://docs.google.com/presentation/d/1cJgihNfUDuAF9aw7Ne7mCFamh3fIMNbD6TlFzfrmlnA/edit?usp=sharing

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 5
"EL DESAFÍO DEL SALTO PARABÓLICO"

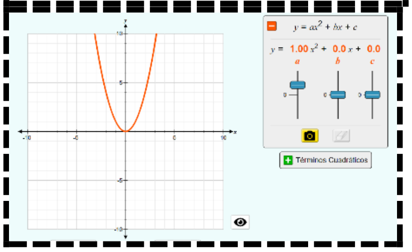
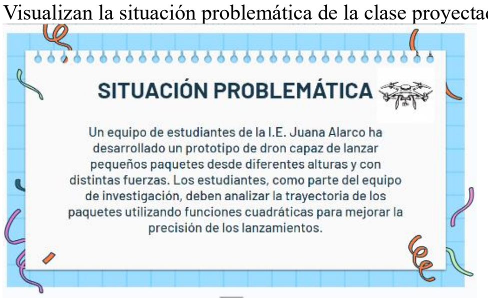
ÁREA	Matemática	**FECHA**	13 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

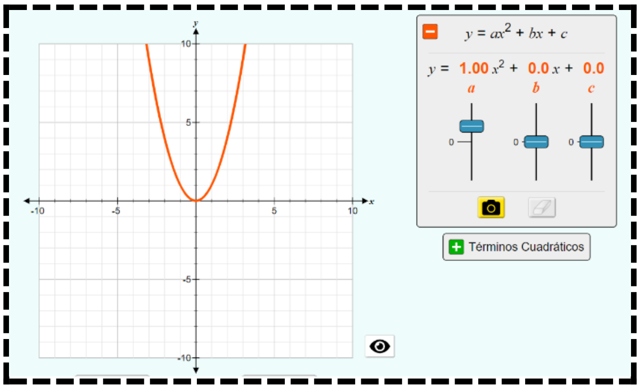
PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo	Resolución de problemas	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	**VALOR**	**ACTITUDES**
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el simulador PETH, la pizarra interactiva. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes forman dúos para competir entre ellos en la resolución de los desafíos. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente y prenden sus cámaras para tomar la asistencia del día. Se muestran 2 imágenes para que se puedan establecer las normas de convivencia para la clase del día:	Diapositivas Tabla de puntuación Simulador Peth	25 min

	 Responden a la siguiente pregunta: - ¿Qué normas podemos proponer a partir de las imágenes? *Respuesta esperada: La normas que podemos proponer son las siguientes:* *Respetar la opinión de mis compañeros.* *Participar activamente en clase.*		
	PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: Leen el título de la sesión *"El desafío del salto parabólico"* y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: *"Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas"*. Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: *"El día de hoy, resolveremos problemas simultáneamente, y su avance será registrado en una tabla de puntuación"*. https://keepthescore.com/board/jhsknhwwlzfme/ Al final de la clase se verificará el puntaje obtenido por las estudiantes y se realizará el reconocimiento: 		
	ZONA DE JUEGO: Las estudiantes copian el siguiente link: https://phet.colorado.edu/sims/html/graphing-quadratics/latest/graphing-quadratics_all.html?locale=es   Observan las diapositivas ***(Anexo 2)*** y participan de la actividad "Graficamos las funciones cuadráticas", donde deberán graficar la función cuadrática. - Diez estudiantes, de forma voluntaria, participan de la actividad, dando indicaciones al docente para graficar las funciones en el simulador PHET. - Las estudiantes que participen y lo hagan de forma correcta recibirán 2 puntos en la tabla de puntuaciones.		
	PROBLEMATIZACIÓN Visualizan la situación problemática de la clase proyectada. 		
DESARROLLO	Las estudiantes escuchan la indicación de cómo se trabajará en clase: *"Ingresarán a https://www.whiteboard.chat/ e introducen el código 411pm5h6. Escriben su nombre y resolverán cada reto propuesto en la*	Whiteboard Diapositivas	55 min

	pizarra. Tendrán 50 minutos para resolver los retos y, se irán registrando los puntos obtenidos de acuerdo a los desafíos que van desarrollando". Dan solución a los retos de la situación problemática mediante la cruz demostrativa: **1. Presentación de la situación:** Darán lectura a la información explícita e implícita en la situación presentada: Un equipo de estudiantes debe ayudar a los a mejorar la precisión de un dron lanzador de paquetes mediante el análisis de trayectorias parabólicas. Utilizando funciones cuadráticas, los estudiantes enfrentan cinco desafíos. Cada reto incrementa en dificultad, permitiendo a los estudiantes aplicar y profundizar en los conceptos de funciones cuadráticas (esto permitirá a los estudiantes conectar el problema con una situación real que podrían encontrar fuera del aula). **2. Análisis de la información:** Responden las siguientes preguntas: - ¿De qué trata la situación planteada? *Respuesta esperada: La situación plantea el análisis de la trayectoria parabólica de un paquete lanzado desde un dron, con el objetivo de mejorar la precisión de sus lanzamientos. Los estudiantes, deben resolver problemas de altura y tiempo usando funciones cuadráticas. A través de cinco desafíos de dificultad gradual, los estudiantes calculan tiempos de caída, alturas máximas, tiempos de impacto y optimizan el lanzamiento para alcanzar objetivos específicos. Esta secuencia les permite explorar cómo las funciones cuadráticas modelan movimientos reales, aplicando la matemática en un contexto significativo y práctico.* - ¿Cuáles son los datos más importantes que nos da el problema? *Respuesta esperada: Los datos más importantes del problema incluyen la altura inicial del dron, las velocidades iniciales del lanzamiento (hacia abajo o hacia arriba), y la gravedad que afecta la trayectoria parabólica del paquete, lo que genera funciones cuadráticas que describen el movimiento. A partir de estos datos, se modelan diferentes situaciones que permiten calcular el tiempo de caída, la altura máxima y la distancia alcanzada, siendo estos valores clave para resolver cada desafío de la actividad.* - ¿Qué nos pide hallar? ¿De qué forma podemos resolver el problema? *Respuesta esperada: El problema nos pide hallar el tiempo de caída, la altura máxima alcanzada, los tiempos en que el paquete alcanza una altura específica y la velocidad inicial necesaria para llegar a una distancia determinada. Para resolver estos problemas, usamos funciones cuadráticas que modelan el movimiento en forma de parábola. Al plantear las funciones correspondientes para cada situación y aplicando la fórmula cuadrática y cálculo del vértice de la parábola, podemos encontrar las soluciones para cada uno de los desafíos propuestos.* **3. Demostración de la validez:** Junto al docente, realizan los gráficos de las funciones planteadas en el simulador PETH:  Las estudiantes observan el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=AhDZQeCOjdw donde se les explica cómo encontrar el vértice de una función cuadrática. Terminan sus trabajos y envían al docente para que sean evaluados. **4. Conclusiones:** Al resolver este problema, se concluye que las funciones cuadráticas son herramientas eficaces para modelar y analizar movimientos parabólicos, como el lanzamiento de objetos desde cierta altura. Además, se comprende cómo los conceptos de vértice y raíces de la parábola permiten calcular tiempos, alturas y distancias en situaciones de la vida real. Finalmente, esta actividad destaca la importancia de interpretar y aplicar funciones matemáticas en contextos prácticos, ayudando a los estudiantes a	Tabla de puntuación Simulador Peth	

	entender cómo la teoría matemática se relaciona con fenómenos físicos en aplicaciones tecnológicas. Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas a través del chat o prendiendo su micrófono. Se colocan los puntos correspondientes a cada estudiante según su progreso. Se realiza el reconocimiento a las estudiantes que obtuvieron mayor puntaje.		
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1).	Formulario Lista de cotejo	10 min
	METACOGNICIÓN: Responden mediante un formulario las 3 preguntas de metacognición: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe7KZ6n-cQs4blPKpPrH4J5HqfJtXVbHJU7-lUKu1RIgjF4cA/viewform?usp=sf_link ➢ 3 cosas que no sabía antes de la clase de hoy. ➢ 2 cosas aprendí el día de hoy. ➢ 1 cosa que me genera intriga por investigar. Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.		

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.		
Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre.		
Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.		

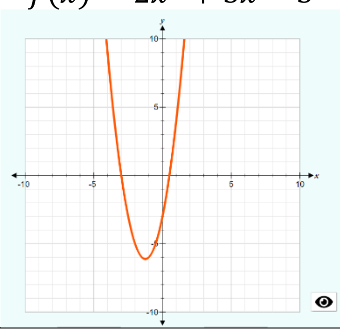
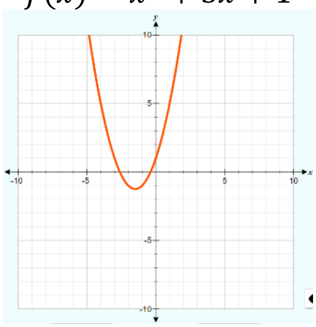
Anexo 2: Diapositivas

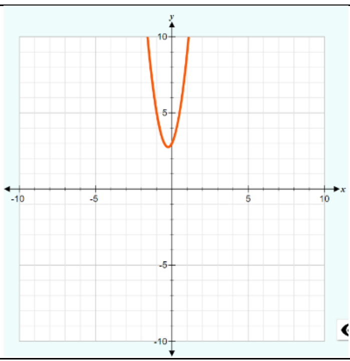
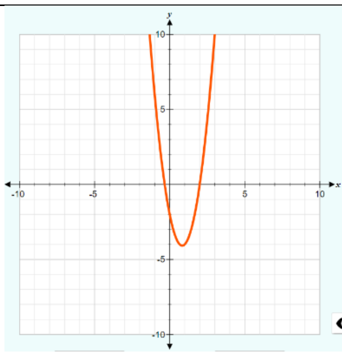
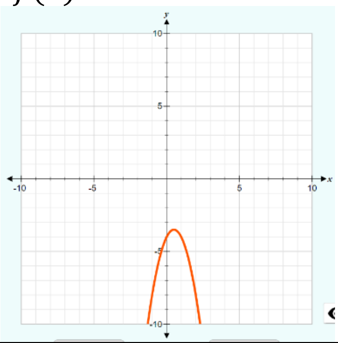
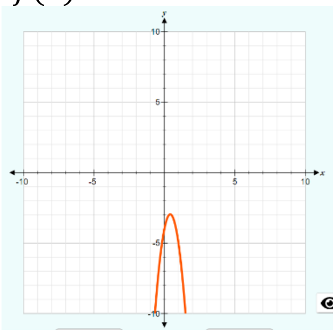
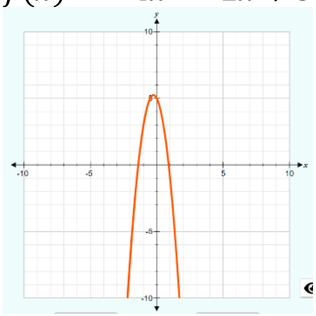
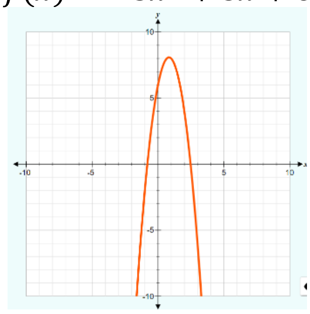
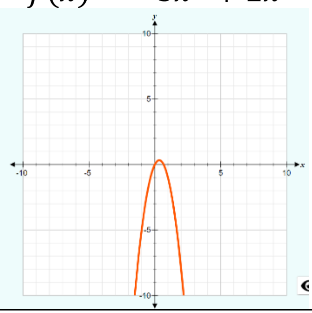
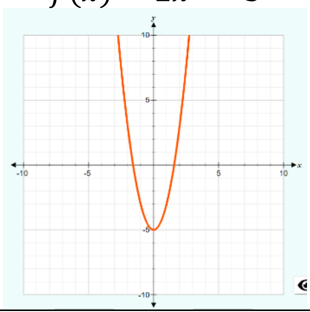
https://docs.google.com/presentation/d/1bERsvlrXgjWDavaPQsdGoh-ZGuifASyjvUvzH0ukbbY/edit#slide=id.g30f06c49eb7_0_35

Anexo 3: Funciones cuadráticas

$f(x) = 2x^2 + 5x - 3$	$f(x) = x^2 + 3x + 1$
$f(x) = 4x^2 + 2x + 3$	$f(x) = 3x^2 - 5x - 2$
$f(x) = -2x^2 + 2x - 4$	$f(x) = -6x^2 + 5x - 4$
$f(x) = -4x^2 - 2x + 5$	$f(x) = -3x^2 + 5x + 6$
$f(x) = -3x^2 + 2x$	$f(x) = 2x^2 - 5$

Funciones cuadráticas (SOLUCIONARIO)

$f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ 	$f(x) = x^2 + 3x + 1$ 
$f(x) = 4x^2 + 2x + 3$	$f(x) = 3x^2 - 5x - 2$

	
$f(x) = -2x^2 + 2x - 4$ 	$f(x) = -6x^2 + 5x - 4$ 
$f(x) = -4x^2 - 2x + 5$ 	$f(x) = -3x^2 + 5x + 6$ 
$f(x) = -3x^2 + 2x$ 	$f(x) = 2x^2 - 5$ 

Anexo 4: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 3

Nombres y Apellidos: ______________________________________ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos el significado de la ecuación cuadrática usando lenguaje algebraico para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana.*

Situación problemática:

Un equipo de estudiantes de la I.E. Juana Alarco ha desarrollado un prototipo de dron capaz de lanzar pequeños paquetes desde diferentes alturas y con distintas fuerzas. Los estudiantes, como parte del equipo de investigación, deben analizar la trayectoria de los paquetes utilizando funciones cuadráticas para mejorar la precisión de los lanzamientos.

Desafío 1: La altura inicial

El dron se encuentra a una altura de 20 metros y suelta un paquete en caída libre. La función que describe la altura del paquete en función del tiempo es:

$$f(x) = -5x^2 + 6$$

Gráfica la función y encuentra en cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo. (5 puntos)

Desafío 2: Lanzamiento con velocidad inicial

Ahora, el dron suelta el paquete con una velocidad inicial de 10 m/s hacia abajo. La función que describe la altura es:

$$f(x) = -5x^2 - 4x + 5$$

Gráfica la función y encuentra en cuánto tiempo el paquete llegará al suelo y cuál será su altura máxima durante el trayecto. (5 puntos)

Desafío 3: Lanzamiento hacia arriba

El dron decide lanzar el paquete hacia arriba con una velocidad inicial de 15 m/s desde una altura de 20 metros. La nueva función que representa la altura es:

$$f(x) = -5x^2 + 3x + 5$$

Gráfica la función y encuentra en cuánto tiempo tarda el paquete en alcanzar su altura máxima, y cuál es esa altura máxima. (5 puntos)

Desafío 4: Calcular tiempos de alcance y puntos de impacto

Ahora el equipo debe determinar cuánto tiempo tarda el paquete en volver a una altura específica después de ser lanzado hacia arriba. Dado que la altura máxima del paquete es 40 metros, deben calcular en qué tiempos el paquete se encuentra a 35 metros de altura.

$$f(x) = -5x^2 + 15x - 15$$

Gráfica la función y determina en qué tiempos el paquete estará a 35 metros de altura. (5 puntos)

FICHA DE TRABAJO N.º 3 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos el significado de la ecuación cuadrática usando lenguaje algebraico para resolver problemas en situaciones de la vida cotidiana.*

Situación problemática:

Un equipo de estudiantes de la I.E. Juana Alarco ha desarrollado un prototipo de dron capaz de lanzar pequeños paquetes desde diferentes alturas y con distintas fuerzas. Los estudiantes, como parte del equipo de investigación, deben analizar la trayectoria de los paquetes utilizando funciones cuadráticas para mejorar la precisión de los lanzamientos.

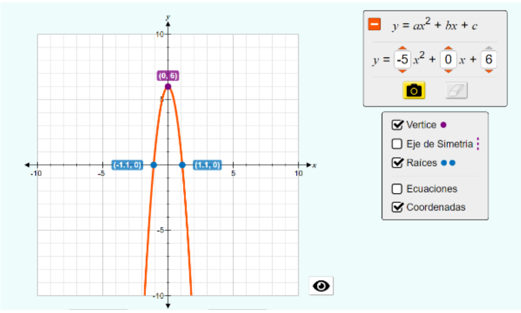
Desafío 1: La altura inicial

El dron se encuentra a una altura de 20 metros y suelta un paquete en caída libre. La función que describe la altura del paquete en función del tiempo es:

$$f(x) = -5x^2 + 6$$

Gráfica la función y encuentra en cuánto tiempo tarda el paquete en llegar al suelo. (5 puntos)

Solución:



Respuesta: El paquete tarda 1,1 segundos en llegar al suelo.

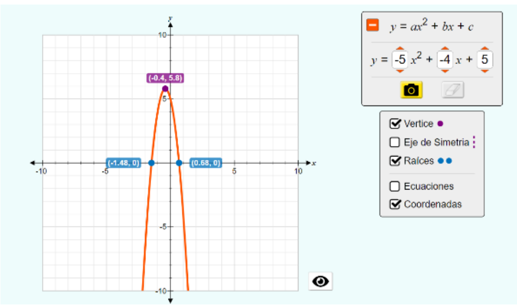
Desafío 2: Lanzamiento con velocidad inicial

Ahora, el dron suelta el paquete con una velocidad inicial de 10 m/s hacia abajo. La función que describe la altura es:

$$f(x) = -5x^2 - 4x + 5$$

Gráfica la función y encuentra en cuánto tiempo el paquete llegará al suelo y cuál será su altura máxima durante el trayecto. (5 puntos)

Solución:



Calculamos el vértice usando la fórmula:

$$v = \frac{-b}{2a}$$

$$v = \frac{-(-4)}{2(-5)}$$
$$v = \frac{4}{-10}$$
$$v = -0{,}4$$

Sustituyendo:

$$f(x) = -5(-0{,}4)^2 - 4(-0{,}4) + 5$$
$$f(x) = 7{,}4$$

Respuesta: El paquete tarda aproximadamente 0,66 segundos en llegar al suelo, y su altura máxima es de 7,4 metros.

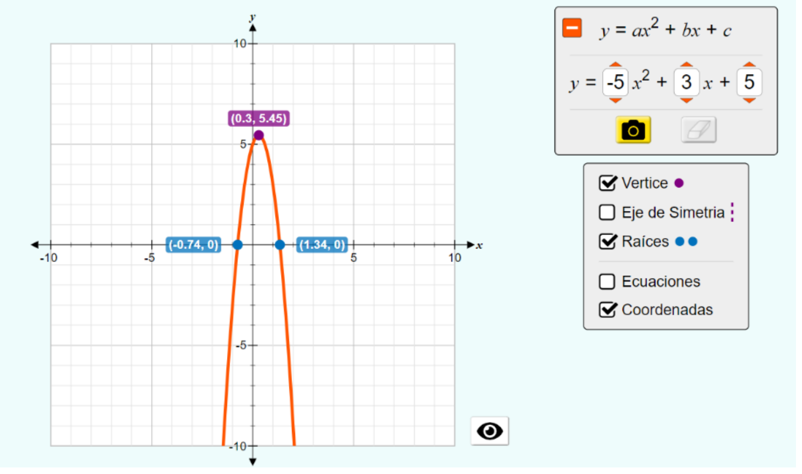
Desafío 3: Lanzamiento hacia arriba

El dron decide lanzar el paquete hacia arriba con una velocidad inicial de 15 m/s desde una altura de 20 metros. La nueva función que representa la altura es:

$$f(x) = -5x^2 + 3x + 5$$

Gráfica la función y encuentra en cuánto tiempo tarda el paquete en alcanzar su altura máxima, y cuál es esa altura máxima. (5 puntos)

Solución:



Calculamos el vértice usando la fórmula:

$$v = \frac{-b}{2a}$$
$$v = \frac{-(3)}{2(-5)}$$
$$v = \frac{-3}{-10}$$
$$v = 0{,}3$$

Sustituyendo:

$$f(x) = -5(-0{,}3)^2 + 3(0{,}3) + 5$$
$$f(x) = 3{,}35$$

Respuesta: El paquete tarda aproximadamente 1,34 segundos en llegar al suelo, y su altura máxima es de 3,35 metros.

Desafío 4: Calcular tiempos de alcance y puntos de impacto

Ahora el equipo debe determinar cuánto tiempo tarda el paquete en volver a una altura específica después de ser lanzado hacia arriba. Dado que la altura máxima del paquete es 40 metros, deben calcular en qué tiempos el paquete se encuentra a 35 metros de altura.

$$f(x) = -5x^2 + 15x - 15$$

Gráfica la función y determina en qué tiempos el paquete estará a 35 metros de altura. (5 puntos)

Solución:
Dividimos entre 5:
$-x^2 + 3x - 3$
Usamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(-1)(-3)}}{2(-1)}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 12}}{-2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{-2}$$

Respuesta: La ecuación no tiene soluciones reales; Esto indica que el paquete nunca alcanza exactamente los 35 metros en su trayectoria.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 6
"EL DESAFÍO DEL SALTO PARABÓLICO"

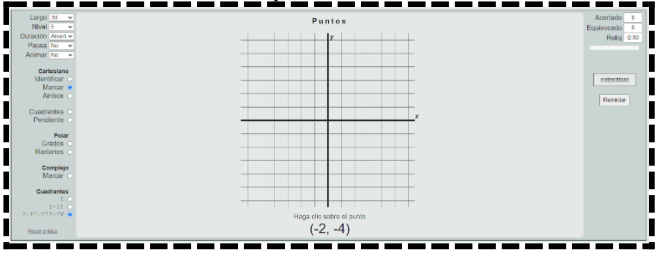
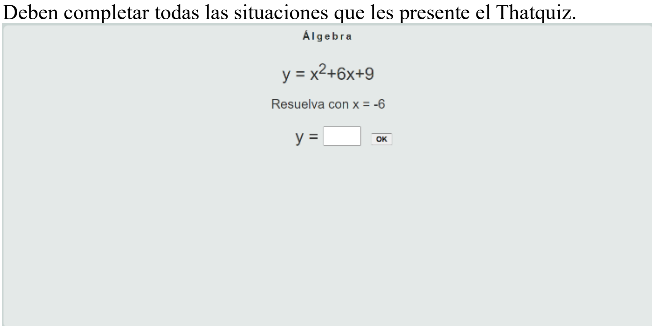
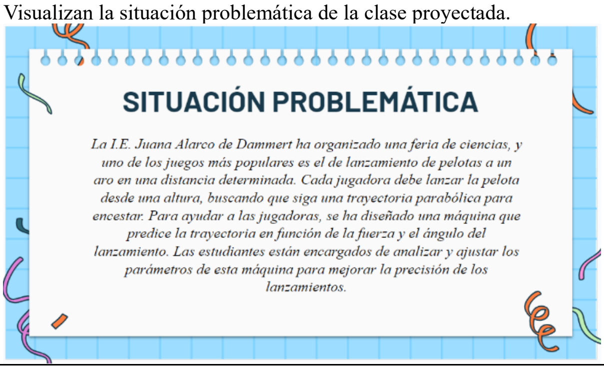
ÁREA	Matemática	**FECHA**	15 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo	Resolución de problemas	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	VALOR	ACTITUDES
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Thatquiz, la pizarra interactiva. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes forman dúos para competir entre ellos en la resolución de los desafíos. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente y prenden sus cámaras para tomar la asistencia del día. Observan el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=CgBAo_JnUkk&t=11s Responden a la siguiente pregunta: - ¿Qué norma podemos proponer a partir del video observado? *Respuesta esperada: La normas que podemos proponer son las siguientes: Trabajar colaborativamente.*	Diapositivas Tabla de puntuación Thatquiz.	25 min
	PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: Leen el título de la sesión "*La feria del lanzamiento perfecto*" y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: "*Expresamos con diversas*		

	representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas". Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: "*El día de hoy, resolveremos problemas simultáneamente, y su avance será registrado en una tabla de puntuación*". https://keepthescore.com/board/jhsknhwwlzfme/ **ZONA DE JUEGO:** Las estudiantes copian el siguiente link: https://www.thatquiz.org/es-7/?-j104-l5-mpnv600-nu-p0-f0 Deben completar todas las situaciones que les presente el Thatquiz ubicando las coordenadas en el plano cartesiano.  Luego ingresan al siguiente link: https://www.thatquiz.org/es-0/?-j100-l6-mpnv600-p0-f0 Deben completar todas las situaciones que les presente el Thatquiz.  Reciben 10 minutos para realizar ambas actividades. Diez estudiantes, de forma voluntaria, participan de la actividad, dando indicaciones al docente para graficar las coordenadas en el Thatquiz. Las estudiantes que participen y lo hagan de forma correcta recibirán 2 puntos en la tabla de puntuaciones. **PROBLEMATIZACIÓN** Visualizan la situación problemática de la clase proyectada.  		
DESARROLLO	Las estudiantes escuchan la indicación de cómo se trabajará en clase: "*Ingresarán a https://www.whiteboard.chat/ e introducen el código 4115upjq. Escriben su nombre y resolverán cada reto propuesto en la pizarra. Tendrán 50 minutos para resolver los retos y, se irán registrando los puntos obtenidos de acuerdo a los desafíos que van desarrollando*". Dan solución a los retos de la situación problemática mediante la cruz demostrativa: **1. Presentación de la situación:** Darán lectura a la información explícita e implícita en la situación presentada: Las estudiantes participan en una feria de ciencias donde deben ajustar la trayectoria parabólica de una pelota lanzada para que alcance una altura y distancia determinadas. Usan funciones cuadráticas para modelar la trayectoria y deben resolver diferentes desafíos que les piden identificar los parámetros de la función, calcular el vértice (altura máxima), encontrar los puntos de intersección con el suelo y crear funciones cuadráticas que representen lanzamientos específicos. **2. Análisis de la información:** Responden las siguientes preguntas:	Whiteboard Diapositivas Tabla de puntuación	55 min

	- ¿De qué trata la situación planteada? *Respuesta esperada: La situación trata de un juego en una feria de ciencias donde los estudiantes deben ajustar la trayectoria de una pelota lanzada hacia un aro, usando funciones cuadráticas para modelar su movimiento parabólico. A través de varios desafíos, exploran cómo los parámetros de la función cuadrática afectan la altura máxima, el alcance y la forma de la trayectoria, aplicando teoría de funciones cuadráticas para resolver problemas prácticos y lograr lanzamientos precisos.* - ¿Cuáles son los datos más importantes que nos da el problema? *Respuesta esperada: Los datos más importantes del problema incluyen la posición y altura del vértice de la parábola (que representa la altura máxima y la distancia horizontal en la que se alcanza), los puntos de intersección de la trayectoria con el eje x (que indican dónde la pelota toca el suelo) y los coeficientes de la ecuación cuadrática, que afectan la forma y apertura de la parábola. Estos elementos permiten a los estudiantes modelar y ajustar la trayectoria de la pelota para cumplir con las condiciones del juego.* - ¿Qué nos pide hallar? ¿De qué forma podemos resolver el problema? *Respuesta esperada: El problema nos pide hallar la ecuación cuadrática que describe la trayectoria de la pelota para que alcance una altura máxima específica a una distancia determinada y regrese al suelo en un punto deseado. Para resolverlo, debemos identificar el vértice de la parábola (altura máxima y distancia horizontal) y los puntos de intersección con el eje x (donde la pelota toca el suelo).* **3. Demostración de la validez:** Junto al docente, utiliza la fórmula para hallar el vértice de la función $v = \frac{-b}{2a}$ $v = \frac{-8}{2(-2)}$ $v = \frac{-8}{-4}$ $v = 2$ Terminan sus trabajos y lo envían al docente para que sean evaluados. **4. Conclusiones:** Podemos concluir que las funciones cuadráticas son herramientas efectivas para modelar trayectorias parabólicas, como la de una pelota lanzada. Los parámetros de la ecuación cuadrática en particular, la posición del vértice y el valor de a determina la altura máxima, la apertura y el alcance de la parábola, permitiendo ajustar la trayectoria a situaciones específicas. Además, esta actividad muestra cómo los conceptos teóricos de las funciones cuadráticas tienen aplicaciones prácticas en problemas de la vida real, ayudando a los estudiantes a comprender mejor la relación entre los parámetros de la ecuación y el comportamiento de la curva. Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas a través del chat o prendiendo su micrófono. Se colocan los puntos correspondientes a cada estudiante según su progreso.		
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1). **METACOGNICIÓN**: Responden mediante un formulario las 3 preguntas de metacognición: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe7KZ6n-cQs4blPKpPrH4J5HqfJtXVbHJU7-lUKu1RIgjF4cA/viewform?usp=sf_link ➢ 3 cosas que no sabía antes de la clase de hoy. ➢ 2 cosas aprendí el día de hoy. ➢ 1 cosa que me genera intriga por investigar. Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.	Formulario Lista de cotejo	10 min

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.		
Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre.		
Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.		

Anexo 2: Diapositivas

https://docs.google.com/presentation/d/1Hfch8ZzS5L5ApY1UPYNm2my6sPnedbJxfG0L1bIRRac/edit#slide=id.g303913b3ba6_0_83

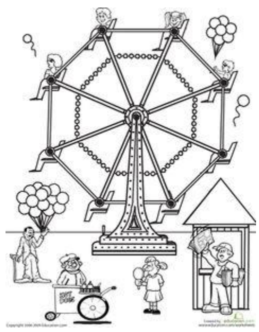
Anexo 3: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 4

Nombres y Apellidos: _______________________________________ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas.*

Situación problemática:

La I.E. Juana Alarco de Dammert ha organizado una feria de ciencias, y uno de los juegos más populares es el de lanzamiento de pelotas a un aro en una distancia determinada. Cada jugadora debe lanzar la pelota desde una altura, buscando que siga una trayectoria parabólica para encestar. Para ayudar a las jugadoras, se ha diseñado una máquina que predice la trayectoria en función de la fuerza y el ángulo del lanzamiento. Las estudiantes están encargadas de analizar y ajustar los parámetros de esta máquina para mejorar la precisión de los lanzamientos.



Desafío 1: Identificación de parámetros en la función cuadrática
Las estudiantes tienen la función de la trayectoria:

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 5$$

Determinar los valores de a, b y c y explicar el efecto de cada parámetro en la forma de la parábola. ¿Qué significa cada término en el contexto del lanzamiento, es decir, la apertura, dirección, y el punto de inicio de la trayectoria? (5 puntos)

Desafío 2: Cálculo del punto máximo de la trayectoria (Vértice)
Una jugadora desea conocer la altura máxima que alcanzará la pelota durante el lanzamiento. La función cuadrática de la trayectoria es:

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 5$$

Usar la fórmula del vértice para encontrar la altura máxima y la distancia horizontal a la que se alcanza. Explicar cómo se interpreta los valores de (x; y). (5 puntos)

Desafío 3: Determinación de las intersecciones con el eje x
Resolver la función cuadrática por factorización, completando el cuadrado o usando la fórmula general, para encontrar los valores de x en los que y= 0. Comparar métodos de resolución y analizar en qué casos cada uno es más eficiente. (5 puntos)

Desafío 4: Creación de una función para un lanzamiento específico
El equipo quiere diseñar una nueva función para lanzar la pelota de tal forma que alcance una altura máxima y que acierte en el primer lanzamiento, para ello proponen la siguiente función:

$$f(x) = -3x^2 + 12 + 8$$

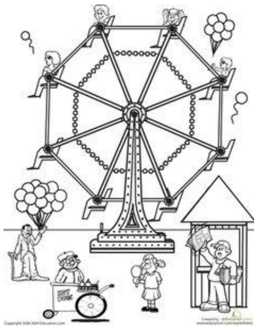
(5 puntos)

FICHA DE TRABAJO N.º 4 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas.*

Situación problemática:

La I.E. Juana Alarco de Dammert ha organizado una feria de ciencias, y uno de los juegos más populares es el de lanzamiento de pelotas a un aro en una distancia determinada. Cada jugadora debe lanzar la pelota desde una altura, buscando que siga una trayectoria parabólica para encestar. Para ayudar a las jugadoras, se ha diseñado una máquina que predice la trayectoria en función de la fuerza y el ángulo del lanzamiento. Las estudiantes están encargadas de analizar y ajustar los parámetros de esta máquina para mejorar la precisión de los lanzamientos.



Desafío 1: Identificación de parámetros en la función cuadrática
Las estudiantes tienen la función de la trayectoria:

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 5$$

Determinar los valores de a, b y c y explicar el efecto de cada parámetro en la forma de la parábola. ¿Qué significa cada término en el contexto del lanzamiento, es decir, la apertura, dirección, y el punto de inicio de la trayectoria? (5 puntos)

Solución:
Identificar los parámetros:
a: Determina la apertura de la parábola.
Si a>0, la parábola se abre hacia arriba.
Si a<0, la parábola se abre hacia abajo.
b: Influye en la simetría de la parábola y afecta la ubicación del vértice.
c: Representa el punto de inicio de la trayectoria en el eje y cuando x toma el valor de 0.
Respuesta: El valor de a determina si la parábola sube y luego baja; el término c indica la altura inicial de la pelota cuando comienza el lanzamiento.

Desafío 2: Cálculo del punto máximo de la trayectoria (Vértice)
Una jugadora desea conocer la altura máxima que alcanzará la pelota durante el lanzamiento. La función cuadrática de la trayectoria es:

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 5$$

Usar la fórmula del vértice para encontrar la altura máxima y la distancia horizontal a la que se alcanza. Explicar cómo se interpreta los valores de (x; y). (5 puntos)

Solución:
Calculamos el vértice usando la fórmula:

$$v = \frac{-b}{2a}$$
$$v = \frac{-8}{2(-2)}$$
$$v = \frac{-8}{-4}$$
$$v = 2$$

Sustituyendo:

$$f(x) = -2(2)^2 + 8(2) + 5$$
$$f(x) = 13$$

Respuesta: La pelota alcanza su punto más alto a una distancia horizontal de 2 metros desde el punto de lanzamiento, y esa altura máxima es de 13 metros.

Desafío 3: Determinación de las intersecciones con el eje x

Resolver la función cuadrática por factorización, completando el cuadrado o usando la fórmula general, para encontrar los valores de x en los que y= 0. Comparar métodos de resolución y analizar en qué casos cada uno es más eficiente. (5 puntos)

Solución:

Para encontrar los puntos en los que la pelota toca el suelo, buscamos los valores de x donde y=0.

Usar la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(-2)(5)}}{2(-2)}$$
$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 40}}{-4}$$
$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{104}}{-4}$$

Obtenemos las dos soluciones: $x_1 = -0{,}55$; $x_2 = 4{,}55$

Respuesta: La pelota toca el suelo en los puntos $x_1 = -0{,}55$, *aunque solo el segundo punto, en* $x_2 = 4{,}55$, *es relevante en un contexto físico, ya que representa el momento en que la pelota vuelve al suelo después de alcanzar la altura máxima.*

Desafío 4: Creación de una función para un lanzamiento específico

El equipo quiere diseñar una nueva función para lanzar la pelota de tal forma que alcance una altura máxima y que acierte en el primer lanzamiento, para ello proponen la siguiente función:

$$f(x) = -3x^2 + 12 + 8$$

(5 puntos)

Solución:

Calculamos el vértice usando la fórmula:

$$v = \frac{-b}{2a}$$
$$v = \frac{-12}{2(-3)}$$
$$v = \frac{-12}{-6}$$
$$v = 2$$

Sustituyendo:

$$f(x) = -3(2)^2 + 12(2) + 8$$
$$f(x) = 20$$

Respuesta: La pelota alcanza su punto más alto a una distancia horizontal de 2 metros desde el punto de lanzamiento, y esa altura máxima es de 20 metros.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 7
"EL LABORATORIO DE PROCESAMIENTO ÓPTIMO"

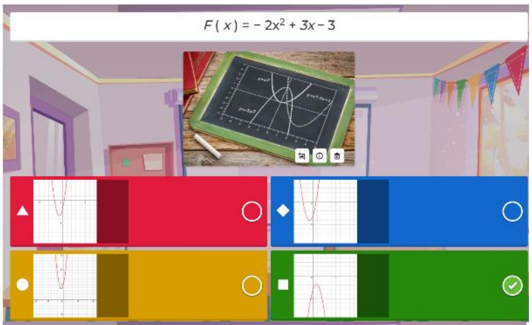
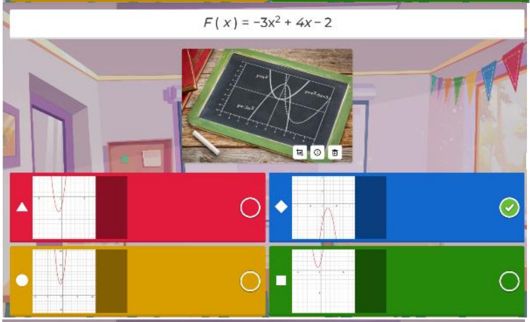
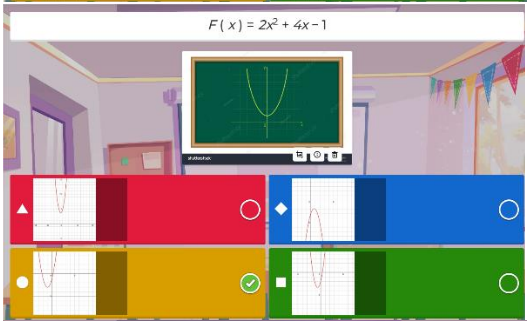
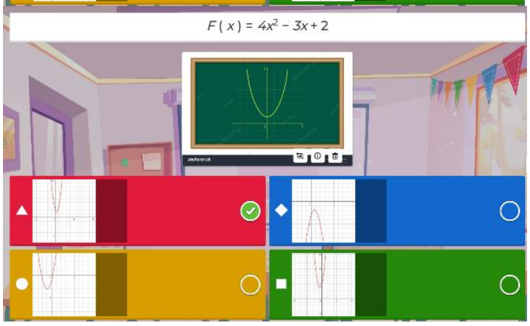
ÁREA	Matemática	**FECHA**	16 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

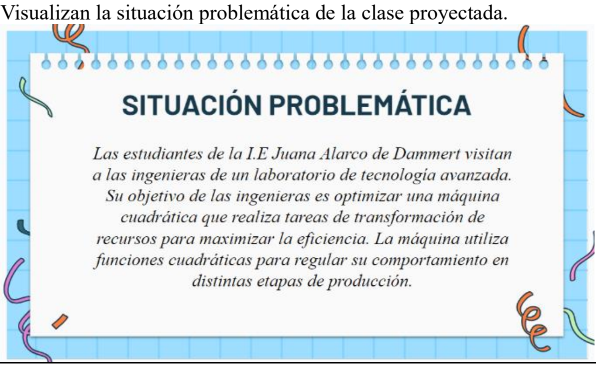
PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo	Resolución de problemas	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	**VALOR**	**ACTITUDES**
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Kahoot, la pizarra interactiva Idroo, la tabla de puntuación, Desmos. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente y prenden sus cámaras para tomar la asistencia del día. Observan el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=hsECYeYB2po&t=1s Responden a la siguiente pregunta: - ¿Qué norma podemos proponer a partir del video observado? *Respuesta esperada: La normas que podemos proponer son las siguientes: Trabajar colaborativamente.* **PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:** Leen el título de la sesión *"El Laboratorio de Procesamiento Óptimo"* y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: "*Expresamos con diversas*	Diapositivas Tabla de puntuación Kahoot.	25 min

	representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas". Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: "*El día de hoy, resolveremos problemas simultáneamente, y su avance será registrado en una tabla de puntuación*". https://keepthescore.com/board/jhsknhwwlzfme/ Al final de la clase se verificará el puntaje obtenido por las estudiantes y se realizará el reconocimiento.		
	ZONA DE JUEGO: Las estudiantes copian el siguiente link: www.kahoot.it y colocan el código del juego 05093356. Deben seleccionar la gráfica correcta según corresponda a la función mostrada.     Responden a la siguiente pregunta: - ¿De qué depende si la gráfica de la función es abierta hacia abajo o hacia arriba? *Respuesta esperada: La dirección de apertura de la gráfica de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ depende del signo del coeficiente a. Si a es positivo, la parábola se abre hacia arriba, lo que indica que tiene un mínimo en su vértice. Si a es negativo, la parábola se abre hacia abajo, mostrando un máximo en su vértice. Este coeficiente afecta la curvatura, orientando la parábola en función de si los valores de y crecen o decrecen conforme x se aleja del vértice.*		

	- ¿Cómo influye en la gráfica el término independiente de una función al ser negativo o positivo? *Respuesta esperada: El término independiente ccc en una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ determina el punto donde la gráfica de la parábola intercepta el eje y. Si c es positivo, la parábola cruzará el eje y por encima del origen; si es negativo, la cruzará por debajo. Este valor representa el valor de $f(x)$ cuando $x = 0$ y afecta únicamente la posición vertical de la parábola, sin influir en su forma o dirección de apertura.* **PROBLEMATIZACIÓN** Visualizan la situación problemática de la clase proyectada. 		
DESARROLLO	Las estudiantes escuchan la indicación de cómo se trabajará en clase: “Ingresarán a https://app.idroo.com/es/boards/luPCSBZPkI Escriben su nombre y resolverán cada desafío propuesto en la pizarra. Tendrán 50 minutos para resolver los desafíos y, se irán registrando los puntos obtenidos de acuerdo a los desafíos que van desarrollando. Dan solución a los retos de la situación problemática mediante la cruz demostrativa: **1. Presentación de la situación:** Darán lectura a la información explícita e implícita en la situación presentada: En un laboratorio de tecnología avanzada, los estudiantes han visitado a las ingenieras encargadas de optimizar una máquina de procesamiento que utiliza funciones cuadráticas para regular su funcionamiento en diferentes etapas. A través de cuatro desafíos, deben ajustar la altura de caída de piezas, controlar la velocidad de salida en una rampa, optimizar la distancia de lanzamiento a una cinta transportadora y minimizar el consumo energético de la máquina. Cada reto les permite aplicar conceptos de funciones cuadráticas, interpretando sus puntos máximos, mínimos y raíces, para mejorar la eficiencia y precisión de la máquina. **2. Análisis de la información:** Responden las siguientes preguntas: - ¿De qué trata la situación planteada? *Respuesta esperada: La situación plantea que los estudiantes, como ingenieros en un laboratorio, deben optimizar el funcionamiento de una máquina de procesamiento que aplica funciones cuadráticas en distintas etapas para mejorar su eficiencia y precisión. A través de cuatro retos, deben ajustar parámetros como altura, velocidad, distancia de lanzamiento y consumo de energía, utilizando conceptos de vértices, máximos, mínimos y raíces de funciones cuadráticas.* - ¿Cuáles son los datos más importantes que nos da el problema? *Respuesta esperada: Los datos clave del problema incluyen las funciones cuadráticas específicas para cada reto: en el primero, una función de altura de caída $f(x) = -2x^2 + 12x + 3$; en el segundo, una función de velocidad de salida $f(x) = 0{,}5x^2 - 4x + 15$; en el tercero, una función de distancia de lanzamiento $f(x) = -x^2 + 10x$; y en el cuarto, una función de consumo energético $f(x) = 3x^2 - 18x + 30$. Estos datos permiten a los estudiantes calcular máximos, mínimos y raíces, interpretando los resultados para optimizar cada etapa de la máquina.* - ¿Qué nos pide hallar? ¿De qué forma podemos resolver el problema? *Respuesta esperada: El problema pide hallar los puntos óptimos de las funciones cuadráticas en cada reto: el máximo en la altura de caída, el mínimo en la velocidad de salida, las raíces para la distancia de lanzamiento y el mínimo en el consumo energético. Para resolverlo, los estudiantes deben analizar cada función cuadrática, utilizando el cálculo del vértice para encontrar máximos o mínimos y resolver las ecuaciones cuadráticas para hallar raíces, aplicando conceptos de análisis de parábolas y optimización en contextos prácticos.* **3. Demostración de la validez:**	Idroo Diapositivas Tabla de puntuación Desmos	55 min

Junto al docente, utilizan los cuadros de doble entrada para encontrar los vértices de los desafíos 1 y 2.

Desafío 1:

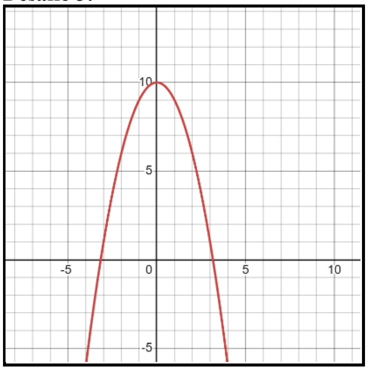
x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-29	-11	3	13	19	21	19

Desafío 2:

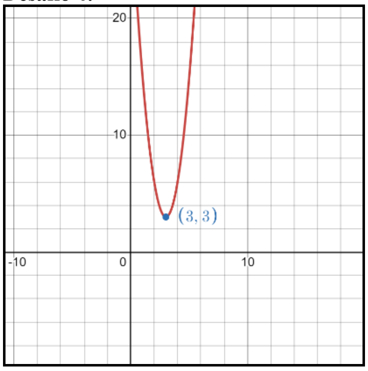
x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	25	19,5	15	11,5	9	7,5	7	7,5

Utilizan la plataforma DESMOS (https://www.desmos.com/calculator?lang=es) para realizar los gráficos de los desafíos 3 y 4.

Desafío 3:



Desafío 4:



Terminan sus trabajos y lo envían al docente para que sean evaluados.

4. **Conclusiones:**

Las estudiantes llegan a las siguientes conclusiones:

a. Las funciones cuadráticas tienen aplicaciones prácticas en la optimización de sistemas, como el control de una máquina de procesamiento en un laboratorio.
b. A través del análisis de vértices, máximos, mínimos y raíces, es posible mejorar aspectos de eficiencia, precisión y consumo de recursos.
c. Además, esta actividad muestra que el uso de matemáticas aplicadas permite tomar decisiones informadas en contextos tecnológicos, destacando la relevancia de conceptos matemáticos en resolver problemas reales y en diseñar soluciones efectivas.jor la relación entre los parámetros de la ecuación y el comportamiento de la curva.

Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas a través del chat o prendiendo su micrófono.

Se colocan los puntos correspondientes a cada estudiante según su progreso.

CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1). **METACOGNICIÓN**: Responden mediante un formulario las 3 preguntas de metacognición: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSe7KZ6n-cQs4blPKpPrH4J5HqfJtXVbHJU7-lUKu1RIgjF4cA/viewform?usp=sf_link ➢ 3 cosas que no sabía antes de la clase de hoy.	Formulario Lista de cotejo	10 min

	➢ 2 cosas aprendí el día de hoy. ➢ 1 cosa que me genera intriga por investigar. Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.		

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.		
Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre.		
Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.		

Anexo 2: Diapositivas

https://docs.google.com/presentation/d/1zczgI1HSIgdAOarq0HYszUvozrJcTh6JgxWGGRzCJkY/edit#slide=id.g303913b3ba6_0_73

Anexo 3: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 5

Nombres y Apellidos: ______________________________________ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas.*

Situación problemática:

Las estudiantes de la I.E Juana Alarco de Dammert visitan a las ingenieras de un laboratorio de tecnología avanzada. Su objetivo de las ingenieras es optimizar una máquina cuadrática que realiza tareas de transformación de recursos para maximizar la eficiencia. La máquina utiliza funciones cuadráticas para regular su comportamiento en distintas etapas de producción.

Desafío 1: Ajuste de altura óptima

La máquina lanza piezas de metal desde una rampa. La altura óptima garantiza que las piezas caigan en el centro de una plataforma de recepción ubicada a cierta distancia y está dada por la siguiente función.

$$f(x) = -2x^2 + 12x + 3$$

Las estudiantes deben encontrar el valor de x que maximiza la función, interpretando el vértice de la parábola. (5 puntos)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y							

Desafío 2: Control de la velocidad de salida

Las piezas deben alcanzar una velocidad específica al final de una rampa curva para ser ensambladas sin error. La función cuadrática de la trayectoria es:

$$f(x) = 0,5x^2 - 4x + 15$$

Los estudiantes deben encontrar el mínimo de la función cuadrática para controlar la velocidad óptima de salida de las piezas. (5 puntos)

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y								

Desafío 3: Optimización de la distancia de lanzamiento

La máquina lanza productos a una cinta transportadora situada a una distancia de 20 metros. Si la distancia de lanzamiento es incorrecta, el producto no llegará al centro de la cinta. La función cuadrática de la trayectoria es:

$$f(x) = -x^2 + 10x$$

Los estudiantes deben realizar la gráfica de la función para encontrar las raíces de la función y determinar la distancia óptima de lanzamiento. (5 puntos)

Desafío 4: Eficiencia energética de la máquina

La máquina consume energía en función del tiempo, y el laboratorio busca minimizar el consumo manteniendo el mismo rendimiento, este está dado por la siguiente función:

$$f(x) = 3x^2 - 18x + 30$$

Los estudiantes deben realizar la gráfica de la función y calcula el mínimo de la función para optimizar el consumo energético. (5 puntos)

FICHA DE TRABAJO N.º 5 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ______________________________________ ***Fecha:*** ____________

Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________

Propósito de aprendizaje: *Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas.*

Situación problemática:

Las estudiantes de la I.E Juana Alarco de Dammert visitan a las ingenieras de un laboratorio de tecnología avanzada. Su objetivo de las ingenieras es optimizar una máquina cuadrática que realiza tareas de transformación de recursos para maximizar la eficiencia. La máquina utiliza funciones cuadráticas para regular su comportamiento en distintas etapas de producción.

Desafío 1: Ajuste de altura óptima

La máquina lanza piezas de metal desde una rampa. La altura óptima garantiza que las piezas caigan en el centro de una plataforma de recepción ubicada a cierta distancia y está dada por la siguiente función.

$$\boldsymbol{f(x) = -2x^2 + 12x + 3}$$

Las estudiantes deben encontrar el valor de x que maximiza la función, interpretando el vértice de la parábola. (5 puntos)

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-29	-11	3	13	19	21	19

Respuesta: La posición máxima de impacto (el vértice) se alcanza en $x = 3$.

Desafío 2: Control de la velocidad de salida

Las piezas deben alcanzar una velocidad específica al final de una rampa curva para ser ensambladas sin error. La función cuadrática de la trayectoria es:

$$\boldsymbol{f(x) = 0,5x^2 - 4x + 15}$$

Los estudiantes deben encontrar el mínimo de la función cuadrática para controlar la velocidad óptima de salida de las piezas. (5 puntos)

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	25	19,5	15	11,5	9	7,5	7	7,5

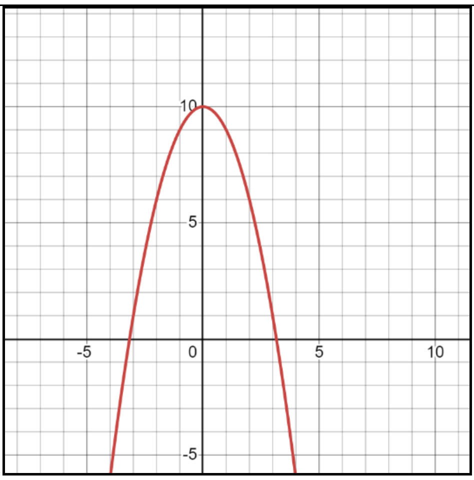
Respuesta: El mínimo ocurre en $x = 4$, lo que da una velocidad de $f(4) = 7\ m/s$.

Desafío 3: Optimización de la distancia de lanzamiento

La máquina lanza productos a una cinta transportadora situada a una distancia de 20 metros. Si la distancia de lanzamiento es incorrecta, el producto no llegará al centro de la cinta. La función cuadrática de la trayectoria es:

$$\boldsymbol{f(x) = -x^2 + 10x}$$

Los estudiantes deben realizar la gráfica de la función para encontrar las raíces de la función y determinar la distancia óptima de lanzamiento. (5 puntos)



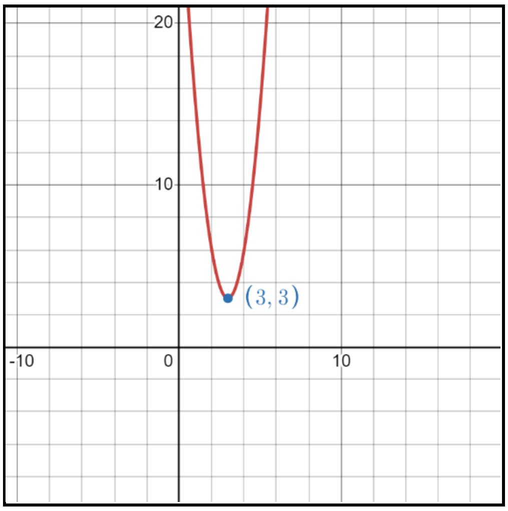
Respuesta: Las raíces son $x = 0$ y $x = 10$, por lo que la distancia máxima de lanzamiento es de 10 metros.

Desafío 4: Eficiencia energética de la máquina

La máquina consume energía en función del tiempo, y el laboratorio busca minimizar el consumo manteniendo el mismo rendimiento, este está dado por la siguiente función:

$$\boldsymbol{f(x) = 3x^2 - 18x + 30}$$

Los estudiantes deben realizar la gráfica de la función y calcula el mínimo de la función para optimizar el consumo energético. (5 puntos)



Respuesta: El mínimo ocurre en $x = 3$, lo que da un consumo de e(3)=3 kW.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 8
"LA BÚSQUEDA DEL TESORO ESCONDIDO"

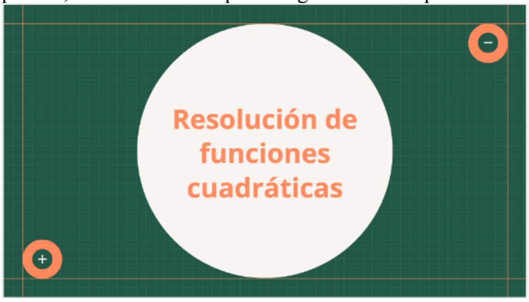
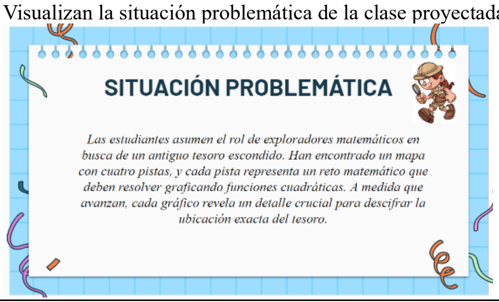
ÁREA	Matemática	**FECHA**	20 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

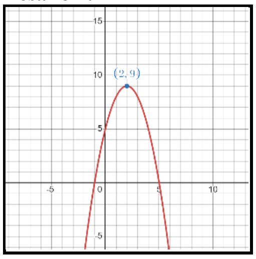
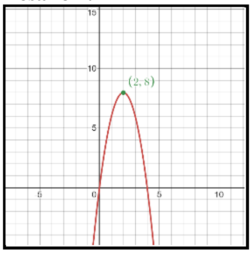
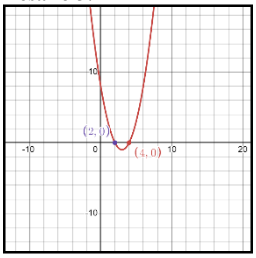
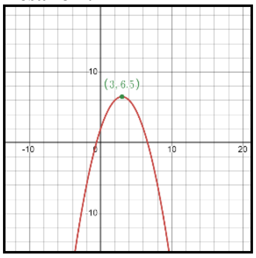
PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo	Resolución de problemas	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	VALOR	ACTITUDES
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Canva, la pizarra interactiva, la tabla de puntuación, Desmos.. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente y prenden sus cámaras para tomar la asistencia del día. Observan el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=CgBAo_JnUkk&t=11s Responden a la siguiente pregunta: - ¿Qué norma podemos proponer a partir del video observado? *Respuesta esperada: La normas que podemos proponer son las siguientes: Trabajar de manera grupal de forma armoniosa.*	Diapositivas Tabla de puntuación Canva	25 min
	PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE: Leen el título de la sesión "*La búsqueda del tesoro escondido*" y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: "*Expresamos con diversas*		

	representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas". Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: "*El día de hoy, resolveremos problemas simultáneamente, y su avance será registrado en una tabla de puntuación*". https://keepthescore.com/board/jhsknhwwlzfme/		
	ZONA DE JUEGO: Observan las diapositivas con 10 problemas sobre funciones cuadráticas: https://www.canva.com/design/DAGWUW-Fzvc/1G0OltGAuFoJnutgiM_l2Q/edit Deben resolver todas las situaciones que se les presente en el menor tiempo posible, las 3 estudiantes que lo hagan obtendrán puntos extras.  Reciben 10 minutos para realizar las actividades. Diez estudiantes, de forma voluntaria, participan de la actividad, dando las respuestas correctas de las situaciones presentadas. Las estudiantes que participen y lo hagan de forma correcta recibirán 2 puntos en la tabla de puntuaciones.		
	PROBLEMATIZACIÓN Visualizan la situación problemática de la clase proyectada.  		
DESARROLLO	Las estudiantes escuchan la indicación de cómo se trabajará en clase: "*Ingresarán a Whiteboard.chat e introducen el código 4110su3d. Escriben su nombre y resolverán cada reto propuesto en la pizarra. Tendrán 30 minutos para resolver los desafíos y, se irán registrando los puntos obtenidos de acuerdo a los desafíos que van desarrollando".* Se les indica que utilicen la calculadora Desmos para realizar las gráficas de los desafíos planteados. Dan solución a los desafíos de la situación problemática mediante la estrategia de la cruz demostrativa: **1. Presentación de la situación:** Darán lectura a la información explícita e implícita en la situación presentada: En esta actividad, los estudiantes se embarcan en una aventura para encontrar un tesoro escondido, enfrentando cuatro desafíos que requieren el uso de funciones cuadráticas para resolver problemas prácticos. En cada desafío, como ajustar la trayectoria de una catapulta, mover una roca con una palanca, localizar una entrada secreta, y operar un mecanismo de seguridad, deben graficar y analizar parábolas para identificar vértices y raíces que les permitan avanzar en la misión. Así, aplican sus conocimientos de funciones cuadráticas en contextos significativos, guiándolos paso a paso hacia el descubrimiento del tesoro. **2. Análisis de la información:** Responden las siguientes preguntas: - ¿De qué trata la situación planteada? *Respuesta esperada: La situación planteada es una aventura en la que los estudiantes, como exploradores, deben usar funciones cuadráticas para resolver desafíos que los acercarán a un tesoro escondido. Cada reto implica graficar y analizar una parábola para superar obstáculos: ajustar una catapulta, mover una roca, hallar una entrada secreta y operar un mecanismo de seguridad.* - ¿Cuáles son los datos más importantes que nos da el problema? *Respuesta esperada: Los datos más importantes del problema incluyen las funciones cuadráticas específicas que describen cada situación: la*	Whiteboard Diapositivas Tabla de puntuación Desmos	55 min

	trayectoria de una catapulta $f(x) = -x^2 + 4x + 5$, la fuerza de una palanca $f(x) = -2x^2 + 8x$, la altura de una colina para ubicar una entrada secreta $f(x) = -2x^2 + 8x$, y la distancia óptima para hallar una cuerda y abrir un cofre $f(x) = -0.5x^2 + 3x + 2$. Estos datos permiten a los estudiantes graficar las parábolas, encontrar vértices y raíces, y resolver cada reto en su búsqueda del tesoro. - ¿Qué nos pide hallar? ¿De qué forma podemos resolver el problema? *Respuesta esperada: El problema nos pide hallar puntos clave en cada función cuadrática, como el vértice (punto máximo o mínimo) y las raíces (puntos de intersección con el eje X), para resolver cada reto en la aventura hacia el tesoro. Para resolverlo, podemos graficar cada función cuadrática y analizar sus características: el vértice para encontrar alturas o distancias máximas, y las raíces para determinar puntos de cruce o ubicación de entradas. Utilizando fórmulas de vértice y factorización o la fórmula cuadrática para las raíces, obtenemos estos valores y avanzamos en cada paso de la misión.* **3. Demostración de la validez:** Utilizan la plataforma DESMOS (https://www.desmos.com/calculator?lang=es) para realizar los gráficos de los desafíos 1; 2; 3 y 4. **Desafío 1:**  **Desafío 2:**  **Desafío 3:**  **Desafío 4:**  **4. Conclusiones:** Las estudiantes llegan a las siguientes conclusiones: 1. Las funciones cuadráticas son herramientas útiles para modelar problemas del mundo real, ya que permiten describir trayectorias, alturas máximas, y ubicaciones de puntos clave en diversos contextos. 2. Además, al resolver estos desafíos, los estudiantes no solo practican cómo graficar y analizar las parábolas, sino que		

<table>
<tr><td></td><td>también desarrollan habilidades para interpretar datos matemáticos en situaciones significativas.
3. La actividad muestra cómo los conceptos abstractos de vértices y raíces pueden aplicarse para solucionar problemas prácticos, fomentando una comprensión más profunda de las matemáticas y su utilidad en la vida cotidiana.
Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.
Se colocan los puntos correspondientes a cada estudiante según su progreso.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">CIERRE</td><td>EVALUACIÓN:
Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1).</td><td rowspan="2">Ficha SQA
Lista de cotejo</td><td rowspan="2">10 min</td></tr>
<tr><td>METACOGNICIÓN:
Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión rellenando la Ficha SQA (Anexo 3).<table><tr><th>¿QUÉ SABÍA?</th><th>¿QUÉ QUIERO SABER?</th><th>¿QUÉ APRENDÍ?</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.</td></tr>
</table>

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.		
Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre.		
Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.		

Anexo 2: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 6

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas.*

Situación problemática:

Las estudiantes asumen el rol de exploradores matemáticos en busca de un antiguo tesoro escondido. Han encontrado un mapa con cuatro pistas, y cada pista representa un reto matemático que deben resolver graficando funciones cuadráticas. A medida que avanzan, cada gráfico revela un detalle crucial para descifrar la ubicación exacta del tesoro.

Desafío 1: La catapulta

Para cruzar un río caudaloso, deben ajustar la trayectoria de una catapulta. Esta lanza un objeto cuya altura depende de la distancia, siguiendo una función cuadrática del tipo:

$$\boldsymbol{f(x) = -x^2 + 4x + 5}$$

Graficar la función y encontrar el punto más alto (vértice) para asegurarse de que el objeto alcance la orilla opuesta del río sin caer al agua. (5 puntos)

Desafío 2: La llave bajo la roca

La siguiente pista indica que hay una llave escondida debajo de una roca, pero solo puede moverse utilizando una palanca. La función que describe la fuerza necesaria es:

$$\boldsymbol{f(x) = -2x^2 + 8x}$$

Graficar la función y analizar dónde la fuerza es máxima (vértice) para levantar la roca sin romper la palanca. (5 puntos)

Desafío 3: La entrada secreta

El tesoro está escondido en una cueva cuya entrada está oculta en una colina. La altura de la colina sigue una función cuadrática:

$$\boldsymbol{f(x) = x^2 - 6x + 8}$$

Graficar la función y determinar en qué puntos (intersecciones con el eje x) la altura es cero, ya que estos puntos indican la ubicación de entradas potenciales a la cueva. (5 puntos)

Desafío 4: El cofre del tesoro

Finalmente, encuentran el cofre del tesoro, pero está protegido por un mecanismo que requiere calcular la distancia óptima para usar una cuerda y abrirlo sin activar las trampas. La distancia entre el cofre y el punto de sujeción sigue la función:

$$\boldsymbol{f(x) = -0{,}5x^2 + 3x + 2}$$

Graficar la función y determinar el punto máximo (vértice) que representa la distancia segura para hallar la cuerda y abrir el cofre. (5 puntos)

FICHA DE TRABAJO N.º 6 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ______________________________________ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Propósito de aprendizaje: *Expresamos con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico su comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas.*

Situación problemática:

Las estudiantes asumen el rol de exploradores matemáticos en busca de un antiguo tesoro escondido. Han encontrado un mapa con cuatro pistas, y cada pista representa un reto matemático que deben resolver graficando funciones cuadráticas. A medida que avanzan, cada gráfico revela un detalle crucial para descifrar la ubicación exacta del tesoro.

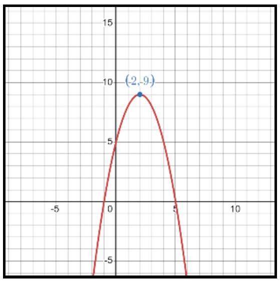
Desafío 1: La catapulta

Para cruzar un río caudaloso, deben ajustar la trayectoria de una catapulta. Esta lanza un objeto cuya altura depende de la distancia, siguiendo una función cuadrática del tipo:

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5$$

Graficar la función y encontrar el punto más alto (vértice) para asegurarse de que el objeto alcance la orilla opuesta del río sin caer al agua. (5 puntos)

Solución:



Respuesta: La trayectoria máxima es de 9 metros de altura en el punto (2,9), permitiendo cruzar el río.

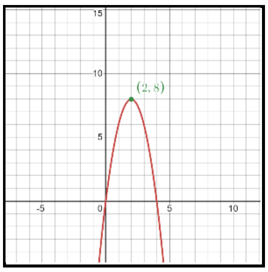
Desafío 2: La llave bajo la roca

La siguiente pista indica que hay una llave escondida debajo de una roca, pero solo puede moverse utilizando una palanca. La función que describe la fuerza necesaria es:

$$f(x) = -2x^2 + 8x$$

Graficar la función y analizar dónde la fuerza es máxima (vértice) para levantar la roca sin romper la palanca. (5 puntos)

Solución:



Respuesta: La fuerza máxima se alcanza en el punto (2,8), permitiendo levantar la roca.

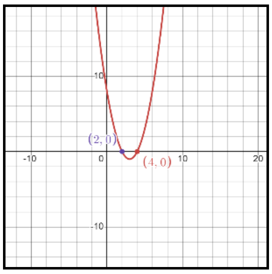
Desafío 3: La entrada secreta

El tesoro está escondido en una cueva cuya entrada está oculta en una colina. La altura de la colina sigue una función cuadrática:

$$\boldsymbol{f(x) = x^2 - 6x + 8}$$

Graficar la función y determinar en qué puntos (intersecciones con el eje x) la altura es cero, ya que estos puntos indican la ubicación de entradas potenciales a la cueva. (5 puntos)

Solución:



Respuesta: Las raíces $x = 2$ *y* $x = 4$ *indican posibles entradas a la cueva.*

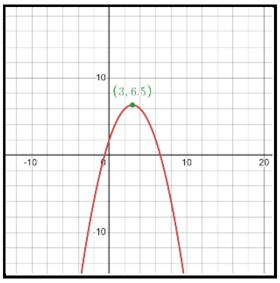
Desafío 4: El cofre del tesoro

Finalmente, encuentran el cofre del tesoro, pero está protegido por un mecanismo que requiere calcular la distancia óptima para usar una cuerda y abrirlo sin activar las trampas. La distancia entre el cofre y el punto de sujeción sigue la función:

$$\boldsymbol{f(x) = -0{,}5x^2 + 3x + 2}$$

Graficar la función y determinar el punto máximo (vértice) que representa la distancia segura para hallar la cuerda y abrir el cofre. (5 puntos)

Solución:



Respuesta: La distancia segura para hallar la cuerda y abrir el cofre es de 6.5 unidades en el punto (3; 6,5).

Anexo 3: Ficha SQA

¿QUÉ SABÍA?	¿QUÉ QUIERO SABER?	¿QUÉ APRENDÍ?

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 9
"EVALUAMOS NUESTROS APRENDIZAJES"

ÁREA	Matemática	**FECHA**	22 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	- Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones. - Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre. Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo	Resolución de problemas	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	**VALOR**	**ACTITUDES**
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Desmos. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 5 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Reciben la bienvenida por parte del docente y responden a la asistencia. Realizan una lluvia de ideas sobre cómo sería un "aula ideal" (ambiente, actitudes, comportamientos) a partir de las imágenes que observan en el proyector Anotan las ideas en la pizarra.  Responden a la siguiente pregunta: - ¿Qué hacen los estudiantes en la segunda imagen?	Proyector Tabla de puntuación.	25 min

	Respuesta esperada: Realizamos diferentes actividades para aprender diferentes temas. - ¿Qué aspectos debemos mejorar para poder realizar sin dificultad estas actividades en la primera imagen? *Respuesta esperada: Respetar la opinión de mis compañeras, levantar la mano para opinar, hacer caso a las indicaciones de nuestro docente* Con las respuestas de la pregunta anterior se propondrán las normas de convivencia *1. Respetar la opinión de mis compañeras.* *2. Levantar la mano para opinar.* **PROPÓSITO Y ORGANIZACIÓN DE LA CLASE:** Leen el título de la sesión "*Evaluamos nuestros aprendizajes*" y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: "*Evaluamos nuestra comprensión sobre la relación entre funciones cuadráticas*".		
DESARROLLO	Reciben la evaluación (Anexo 2). Escucha las indicaciones por parte del docente: ➢ Utiliza la calculadora gráfica DESMOS para realizar las gráficas de las siguientes situaciones **1. Salto del canguro** Un canguro salta siguiendo una trayectoria parabólica que puede modelarse con la función $f(x) = -x^2 + 4x$, donde "x" es la distancia horizontal recorrida en metros e "y"es la altura alcanzada en metros. **Problema:** Representa gráficamente la trayectoria del salto. Determina la altura máxima que alcanza el canguro y a qué distancia del punto de partida aterriza. 2. **El Puente Parabólico** Un puente tiene la forma de una parábola que puede modelarse con la función $f(x) = -0{,}5x^2 + 5x$, donde y es la distancia horizontal en metros desde un extremo del puente y x es la altura en metros. **Problema:** Construye la gráfica la función y determina el punto más alto del puente, así como el ancho del mismo. **3. El Tiro Libre en Baloncesto** Un jugador de baloncesto lanza el balón, cuya trayectoria sigue la función cuadrática $f(x) = -0{,}2x^2 + 2x + 1$, donde y es la distancia horizontal desde el punto de lanzamiento (en metros) y x es la altura del balón (en metros). **Problema:** Representa gráficamente la trayectoria del balón. Determina la altura máxima alcanzada y verifica si el balón supera un aro que está a 3 metros de altura y a 5 metros de distancia del jugador. **4. El Parque de Diversiones** En una montaña rusa, la trayectoria de la subida y bajada inicial está modelada por la ecuación $f(x) = -x^2 + 6x - 8$, donde y es la distancia horizontal en metros desde el inicio del recorrido y x es la altura en metros. **Problema:** Grafica la trayectoria de la montaña rusa. Determina el punto más alto del recorrido y las posiciones donde regresa al suelo. **5. La Agricultura y el Campo** Un agricultor quiere construir un canal de riego cuyo perfil transversal tiene forma parabólica. La ecuación que describe esta forma es $f(x) = -0{,}25x^2 + 3$, donde y es la distancia horizontal desde el centro del canal (en metros) y x es la profundidad (en metros). **Problema:** Grafica la forma del canal. Encuentra el ancho del canal en la superficie y su profundidad máxima, justifica con un contraejemplo porque la gráfica está abierta hacia abajo. Se recogen las evaluaciones. Se dan los resultados de la tabla de puntuación y se realiza el reconocimiento. Se les indica que guarden las tablets para que se retiren de la sala SMART.	Diapositivas Desmos	55 min
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la escala de valoración (Anexo 1). **METACOGNICIÓN**: Las estudiantes realizan una reflexión en su cuaderno de las 3 cosas que no sabías antes de tocar el tema de funciones cuadráticas. Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.	Escala de valoración	10 min

Anexo 1: Escala de valoración

CRITERIO DE EVALUACIÓN	Inicio	Proceso	Logrado	Destacado
Expresa, con diversas representaciones gráficas y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre la relación entre la variación de sus coeficientes, y los cambios que se observan en su representación gráfica, para interpretar un problema en su contexto y estableciendo relaciones entre dichas representaciones.				
Plantea afirmaciones sobre relaciones de cambio que observa entre las variables de una función cuadrática y en repartos proporcionales, u otras relaciones que descubre.				
Justifica o descarta la validez de afirmaciones mediante un contraejemplo, propiedades matemáticas, o razonamiento inductivo y deductivo.				

Anexo 2: Evaluación

EVALUAMOS NUESTROS APRENDIZAJES

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Indicaciones: *Utiliza la calculadora gráfica DESMOS para realizar las gráficas de las siguientes situaciones.*

1. Salto del canguro Un canguro salta siguiendo una trayectoria parabólica que puede modelarse con la función $f(x) = -x^2 + 4x$ donde "x" es la distancia horizontal recorrida en metros e "y"es la altura alcanzada en metros. **Problema:** Representa gráficamente la trayectoria del salto. Determina la altura máxima que alcanza el canguro y a qué distancia del punto de partida aterriza.
2. **El Puente Parabólico** Un puente tiene la forma de una parábola que puede modelarse con la función $f(x) = -0{,}5x^2 + 5x$ donde y es la distancia horizontal en metros desde un extremo del puente y x es la altura en metros. **Problema:** Construye la gráfica la función y determina el punto más alto del puente, así como el ancho del mismo.
3. El Tiro Libre en Baloncesto Un jugador de baloncesto lanza el balón, cuya trayectoria sigue la función cuadrática $f(x) = -0{,}2x^2 + 2x + 1$ donde y es la distancia horizontal desde el punto de lanzamiento (en metros) y x es la altura del balón (en metros). **Problema:** Representa gráficamente la trayectoria del balón. Determina la altura máxima alcanzada y verifica si el balón supera un aro que está a 3 metros de altura y a 5 metros de distancia del jugador.
4. El Parque de Diversiones En una montaña rusa, la trayectoria de la subida y bajada inicial está modelada por la ecuación $f(x) = -x^2 + 6x - 8$ donde y es la distancia horizontal en metros desde el inicio del recorrido y x es la altura en metros. **Problema:** Grafica la trayectoria de la montaña rusa. Determina el punto más alto del recorrido y las posiciones donde regresa al suelo.
5. La Agricultura y el Campo Un agricultor quiere construir un canal de riego cuyo perfil transversal tiene forma parabólica. La ecuación que describe esta forma es $f(x) = -0{,}25x^2 + 3$ donde y es la distancia horizontal desde el centro del canal (en metros) y x es la profundidad (en metros). **Problema:** Grafica la forma del canal. Encuentra el ancho del canal en la superficie y su profundidad máxima, justifica con un contraejemplo porque la gráfica está abierta hacia abajo.

EVALUAMOS NUESTROS APRENDIZAJES (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ______________________________________ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Indicaciones: *Utiliza la calculadora gráfica DESMOS para realizar las gráficas de las siguientes situaciones.*

1. Salto del canguro

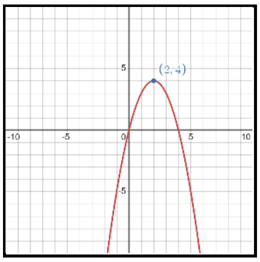
Un canguro salta siguiendo una trayectoria parabólica que puede modelarse con la función

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

donde "x" es la distancia horizontal recorrida en metros e "y"es la altura alcanzada en metros.

Problema: Representa gráficamente la trayectoria del salto. Determina la altura máxima que alcanza el canguro y a qué distancia del punto de partida aterriza.

Solución:



Respuesta: El canguro aterriza a los 4 metros.

2. **El Puente Parabólico**

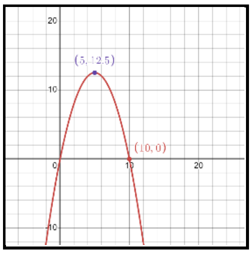
Un puente tiene la forma de una parábola que puede modelarse con la función

$$f(x) = -0{,}5x^2 + 5x$$

donde y es la distancia horizontal en metros desde un extremo del puente y x es la altura en metros.

Problema: Construye la gráfica la función y determina el punto más alto del puente, así como el ancho del mismo.

Solución:



Respuesta: El punto más alto será 12,5 metros y el ancho 10 metros.

3. El Tiro Libre en Baloncesto

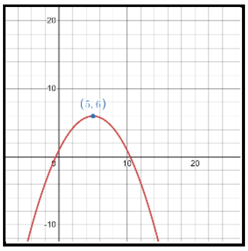
Un jugador de baloncesto lanza el balón, cuya trayectoria sigue la función cuadrática

$$f(x) = -0{,}2x^2 + 2x + 1$$

donde y es la distancia horizontal desde el punto de lanzamiento (en metros) y x es la altura del balón (en metros).

Problema: Representa gráficamente la trayectoria del balón. Determina la altura máxima alcanzada y verifica si el balón supera un aro que está a 3 metros de altura y a 5 metros de distancia del jugador.

Solución:



Respuesta: En x=5, y=6, que es mayor que los 3 metros del aro, por lo que sí lo supera.

4. El Parque de Diversiones

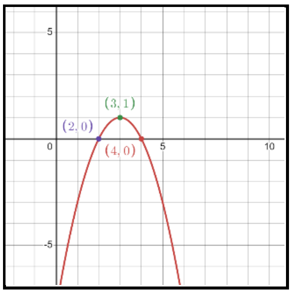
En una montaña rusa, la trayectoria de la subida y bajada inicial está modelada por la ecuación

$$f(x) = -x^2 + 6x - 8$$

donde y es la distancia horizontal en metros desde el inicio del recorrido y x es la altura en metros.

Problema: Grafica la trayectoria de la montaña rusa. Determina el punto más alto del recorrido y las posiciones donde regresa al suelo.

Solución:



Respuesta: La montaña rusa toca el suelo en x=2 y x=4 y el punto más alto es 3 metros.

5. La Agricultura y el Campo

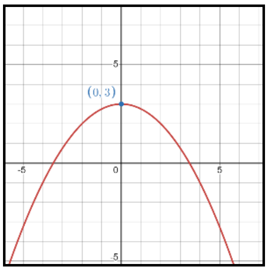
Un agricultor quiere construir un canal de riego cuyo perfil transversal tiene forma parabólica. La ecuación que describe esta forma es

$$f(x) = -0{,}25x^2 + 3$$

donde y es la distancia horizontal desde el centro del canal (en metros) y x es la profundidad (en metros).

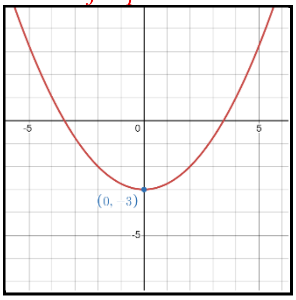
Problema: Grafica la forma del canal. Encuentra el ancho del canal en la superficie y su profundidad máxima, justifica con un contraejemplo porque la gráfica está abierta hacia abajo.

Solución:



Respuesta: La profundidad máxima es y=3 metros.

Contraejemplo:



Rpta: Si bien la gráfica puede representar una profundidad en el plano, se verifica que el valor que toma en el vértice es negativo y este no puede ser una respuesta válida para la profundidad.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 10
"REPRESENTAMOS LA VENTA DE PRODUCTOS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES"

ÁREA	Matemática	**FECHA**	27 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

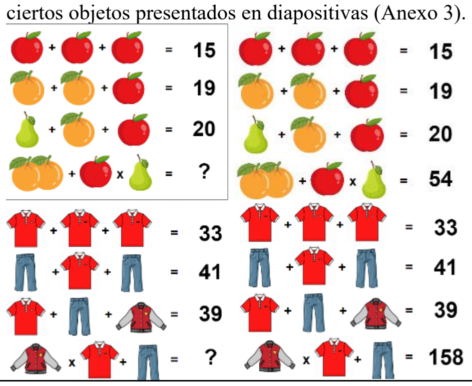
PROPÓSITO DE APRENDIZAJE

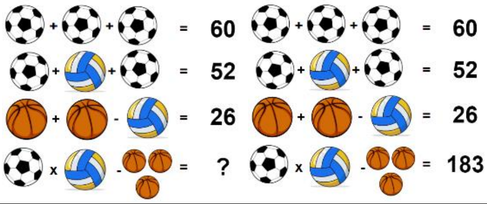
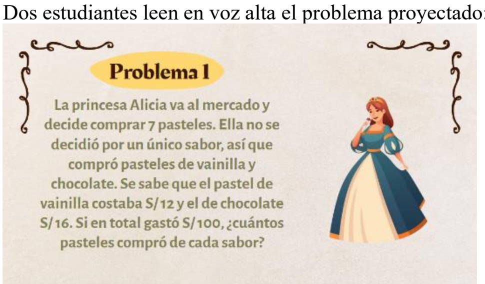
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	EVIDENCIA DE APRENDIZAJE	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas. - Expresa verbalmente su comprensión sobre la relación entre las variables de un sistema de ecuaciones lineales.	Trabajo en grupo / Ficha de trabajo individual	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	VALOR	ACTITUDES
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN

ESTÉTICA	MECÁNICA	DINÁMICA
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Canva, la pizarra interactiva, la tabla de puntuación, Desmos. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Las estudiantes reciben un cordial saludo por parte del docente y expresan, de forma oral, su presencia en clase a través de la lista de asistencia. **ZONA DE JUEGO:** Las estudiantes visualizan tres retos en los que se debe encontrar el valor de ciertos objetos presentados en diapositivas (Anexo 3). 	Diapositivas Tabla de puntuación Canva	20 min

	 		
	MISIÓN DE LA CLASE Leen el título de la sesión “Representamos la venta de productos con sistemas de ecuaciones lineales” y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: “Utilizamos sistemas de ecuaciones lineales para representar igualdades en situaciones de la vida cotidiana”.  **ORGANIZACIÓN:** Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: “*El día de hoy nos enfrentaremos a algunos retos en donde debemos plantear ecuaciones a partir de expresiones verbales. Esta primera actividad será realizada en grupos escogidos al azar, los cuales se mantendrán durante las dos siguientes clases y serán representados por un escudo. Luego del trabajo grupal, realizarán una actividad individual. Además, cada logro será reconocido con insignias*”.		
	PROBLEMATIZACIÓN Dos estudiantes leen en voz alta el problema proyectado:  		
DESARROLLO	Las estudiantes responden la siguiente pregunta: - ¿De qué trata el problema? *Respuesta esperada: El problema trata de la compra de pasteles.* - ¿Qué datos nos da el problema? *Respuesta esperada: Compró 7 pasteles en total. El pastel de vainilla cuesta S/ 12 y el de chocolate S/ 16. Gastó S/ 100 en total.* - ¿Qué nos pide el problema? *Respuesta esperada: La cantidad de pasteles que compró de cada sabor.* - ¿De qué forma podemos responder a la situación? *Respuesta esperada: Planteando ecuaciones.* - ¿Cuántas ecuaciones podemos plantear? Respuesta esperada: Dos ecuaciones. - ¿Cuáles son? Respuesta esperada: Primero, debemos asignar variables a los pasteles y podemos usar las letras x e y. La primera ecuación formada es $x + y = 7$ y la segunda, $12x + 16y = 100$ - ¿Qué podemos hacer con las ecuaciones formadas? *Respuesta esperada: Podemos despejar una de las variables en la primera ecuación y sustituirla en la segunda.* $x + y = 7$ $x = 7 - y$ $12x + 16y = 100$ $12(7 - y) + 16y = 100$ $84 - 12y + 16y = 100$ $4y = 100 - 84$ $4y = 16$ $y = 4$ - ¿Respondimos la pregunta?	Diapositivas Proyector Plumones Pizarra Escudos Hojas A6 Insignias Ficha de trabajo Cuadro de reconocimiento grupal Cuadro de reconocimiento individual	60 min

Respuesta esperada: No, aún está pendiente hallar la cantidad de pasteles de vainilla que compró.

- ¿Cómo podemos hallar esa cantidad?

Respuesta esperada: Reemplazando el valor hallado en cualquier ecuación, por ejemplo, en la primera cuando despejamos x.

$$x = 7 - (4)$$
$$x = 7 - 4$$
$$x = 3$$

Las estudiantes responden a la pregunta del problema:

La princesa Alicia compró 3 pasteles de vainilla y 4 de chocolate.

Las estudiantes reciben un papelito con un escudo, el cual deberán guardar, y forman 7 grupos de acuerdo al que hayan recibido.

Reciben 5 hojas A6 con el siguiente formato. Además, atienden la explicación de cómo se realizará la actividad: "*En grupos, resolverán 5 retos, para cada uno habrá un tiempo determinado en el que deberán escribir, en las hojas que han recibido, el número de reto y sus respuestas. Cuando terminen de resolverlo, entregan las hojas al docente*".

Visualizan el Reto 1 y se temporiza 1 minuto y medio para resolverlo:

Solución:

$$3x = 18$$

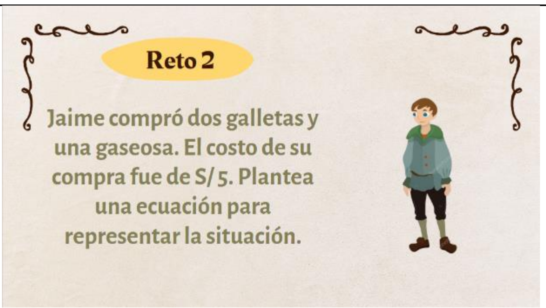
Una estudiante, de forma voluntaria, explica por qué la respuesta es esa.

Su grupo, o un grupo voluntario, responde a la pregunta:

- ¿Qué pasaría si, en vez de tres latas de atún, la situación señalaría que compró 5?

Respuesta esperada: Solo se tendría que cambiar el 3 por el 5.

Visualizan el Reto 2 y se temporiza 1 minuto y medio para resolverlo:

<table>
<tr>
<td></td>
<td>


Solución:

$2x + y = 5$

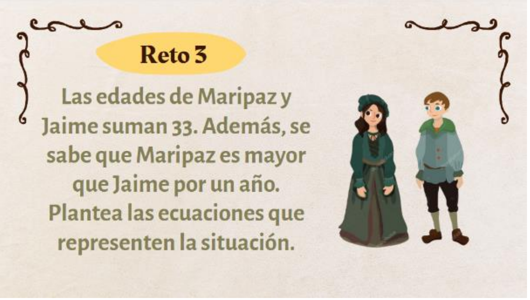
Una estudiante, de forma voluntaria, explica la solución.

Su grupo, o un grupo voluntario, responde a la pregunta:

- ¿Qué representaría la ecuación si, en vez del 2, coloco un 4?

Respuesta esperada: Que Jaime compró 4 galletas.

Visualizan el Reto 3 y se temporiza 3 minutos para resolverlo:



Solución:

$x + y = 33$

$x = y + 1$

Una estudiante, de forma voluntaria, explica la solución.

Su grupo, o un grupo voluntario, responde a la pregunta:

- ¿Qué ecuación representaría la expresión “La edad de Maripaz es el doble que la edad de Jaime?

Respuesta esperada: La ecuación sería $x = 2y$.

Visualizan el Reto 4 y se temporiza 3 minutos para resolverlo:

Solución:

$2x + 2y = 60$

$x = 2y$

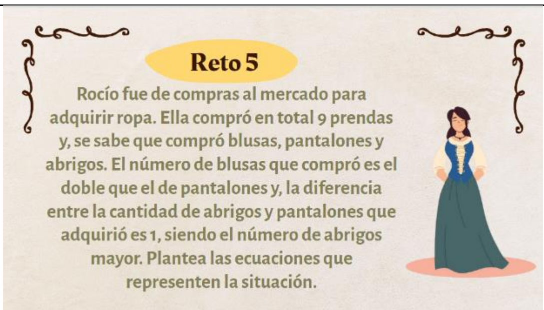
Una estudiante, de forma voluntaria, explica la solución.

Su grupo, o un grupo voluntario, responde a la pregunta:

- ¿Qué cambios habría en las ecuaciones si se da la condición de que el terreno tiene la forma de un cuadrado?

Respuesta esperada: Solo habría una variable y, por ende, solo se necesitaría la primera ecuación, la cual quedaría $4x = 60$.

Visualizan el Reto 5 y se temporiza 4 minutos para resolverlo:
</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>

Solución:
$$x + y + z = 9$$
$$x = 2y$$
$$z = 1 + y$$
Una estudiante, de forma voluntaria, explica la solución.
Su grupo, o un grupo voluntario, responde a la pregunta:
- ¿Qué relación encuentran entre el número de variables y el número de ecuaciones formadas?
Respuesta esperada: Que, por lo general, tienen que haber el mismo número de ecuaciones que el de variables.

Reciben la insignia de la misión 1 cuando completen todos los retos de forma correcta y la colocan en el cuadro de reconocimiento grupal.


Reciben la Ficha de Trabajo y resuelven los problemas propuestos de forma individual, los cuales serán cotejados en la siguiente clase.
Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.
Se colocan los puntos correspondientes a cada estudiante según su progreso, en caso hayan culminado con algún problema de la ficha de trabajo en el cuadro de reconocimiento individual.</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">CIERRE</td>
<td>EVALUACIÓN:
Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1).</td>
<td rowspan="2">Lista de cotejo</td>
<td rowspan="2">10 min</td>
</tr>
<tr>
<td>METACOGNICIÓN:
Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión a través de la dinámica “Los titulares”, donde las estudiantes completan la frase:
“Hoy cumplimos con la misión de …”
Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación</td>
</tr>
</table>

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Transforma una expresión verbal a una ecuación lineal con una y dos incógnitas.		
Establece un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas a partir de una expresión.		
Transforma una expresión verbal a un sistema de ecuaciones lineales con tres incógnitas.		

Anexo 2: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 7

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Propósito de aprendizaje: *Utilizamos sistemas de ecuaciones lineales para representar igualdades en situaciones de la vida cotidiana.*

Desafío 1: Mi hermana menor *Vania desea saber las edades de Astrid y su hermana menor. Ella sabe que la suma de sus edades es 25. Además, sabe que el triple de la edad de Astrid menos la edad de su hermana, es igual a 35. ¿Cuántos años tienen Astrid y su hermana?*
Desafío 2: Examen de matemáticas *Bianca y su amiga tomaron un examen de matemáticas. Se sabe que la nota de Bianca es el doble que la de su amiga disminuida en 3. Además, se sabe que el triple de la nota de su amiga menos su nota es 13. ¿Cuáles son las notas de Bianca y su amiga?*
Desafío 3: Comprando frutas *Johanna fue al mercado y compró 1 kg de kiwi y 1 kg de mandarina. Ella sabe que el precio del kg de kiwi disminuido en S/ 10; es igual al precio por kg de mandarina. Además, se sabe que el kiwi cuesta el triple de lo que cuesta la mandarina. ¿Cuál es el precio por kg de cada fruta?*

FICHA DE TRABAJO N.º 7 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Propósito de aprendizaje: *Utilizamos sistemas de ecuaciones lineales para representar igualdades en situaciones de la vida cotidiana.*

Desafío 1: Mi hermana menor
Vania desea saber las edades de Astrid y su hermana menor. Ella sabe que la suma de sus edades es 25. Además, sabe que el triple de la edad de Astrid menos la edad de su hermana, es igual a 35. ¿Cuántos años tienen Astrid y su hermana?
Definir las variables:

$$x = Edad\ de\ Astrid$$
$$y = Edad\ de\ la\ hermana\ menor\ de\ Astrid$$

Plantear ecuaciones

$$x + y = 25 \ldots\ Ecuación\ 1$$
$$3x - y = 35 \ldots\ Ecuación\ 2$$

Resolver usando método de reducción

$$x + y = 25$$
$$3x - y = 35$$
$$\overline{x + 3x + y - y = 25 + 35}$$
$$4x = 60$$
$$x = 15$$

Sustituir el valor de x en ecuación 1:

$$(15) + y = 25$$
$$y = 25 - 15$$
$$y = 10$$

Responder a la situación:
Las edades de Astrid y su hermana son 15 y 10 años respectivamente.

Desafío 2: Examen de matemáticas
Bianca y su amiga tomaron un examen de matemáticas. Se sabe que la nota de Bianca es el doble que la de su amiga disminuida en 3. Además, se sabe que el triple de la nota de su amiga menos su nota es 13. ¿Cuáles son las notas de Bianca y su amiga?
Definir las variables:

$$x = Nota\ de\ Bianca$$
$$y = Nota\ de\ amiga\ de\ Bianca$$

Plantear ecuaciones

$$x = 2y - 3 \ldots\ Ecuación\ 1$$
$$3y - x = 13 \ldots\ Ecuación\ 2$$

Resolver usando método de sustitución
Reemplazar el valor de x de la ecuación 1 en la ecuación 2

$$3y - (2y - 3) = 13$$
$$3y - 2y + 3 = 13$$
$$y = 13 - 3$$
$$y = 10$$

Sustituir para hallar el valor de x

$$3(10) - x = 13$$
$$30 - 13 = x$$
$$17 = x$$

Responder a la situación:
Las notas de Bianca y su amiga son 17 y 10 respectivamente.

Desafío 3: Comprando frutas
Johanna fue al mercado y compró 1 kg de kiwi y 1 kg de mandarina. Ella sabe que el precio del kg de kiwi disminuido en S/ 10; es igual al precio por kg de mandarina. Además, se sabe que el kiwi cuesta el triple de lo que cuesta la mandarina. ¿Cuál es el precio por kg de cada fruta?
Definir las variables:

$$x = Precio\ de\ kiwi$$
$$y = Precio\ de\ mandarina$$

Plantear ecuaciones

$$x - 10 = y \ldots\ Ecuación\ 1$$
$$x = 3y \ldots\ Ecuación\ 2$$

Resolver usando método de igualación
Despejar el valor de x en la primera ecuación

$$x - 10 = y$$
$$x = y + 10$$

Igualar el valor de x de ambas ecuaciones

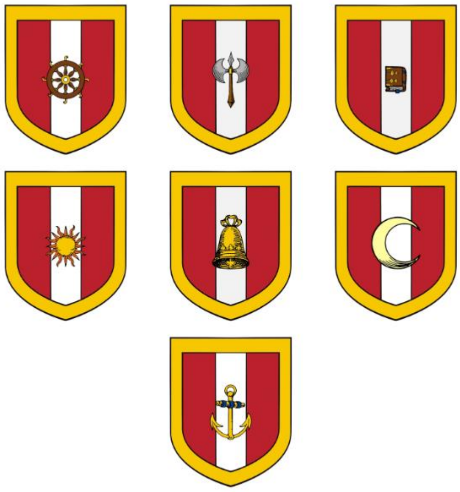
$$3y = y + 10$$
$$3y - y = 10$$
$$2y = 10$$
$$y = 10/2$$
$$y = 5$$

Sustituir el valor de y en ecuación 1:

$$x - 10 = y$$
$$x - 10 = 5$$
$$x = 15$$

Responder a la situación:
El precio por kg de kiwi y mandarina es S/15 y S/5 respectivamente.

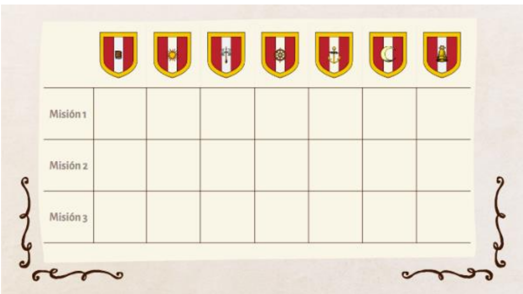
Anexo 3: Escudos



Anexo 4: Hoja de respuestas

Anexo 5: Insignias

Anexo 6: Cuadro de reconocimiento por equipo



Anexo 7: Diapositivas

https://docs.google.com/presentation/d/1Tr8HYac5CPk73KmE3APOyvbfonZj2DY9OJCU3mCG_2U/edit?usp=sharing

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 11
“RESUELVEMOS PROBLEMAS HACIENDO USO DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES”

ÁREA	Matemática	**FECHA**	29 de noviembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

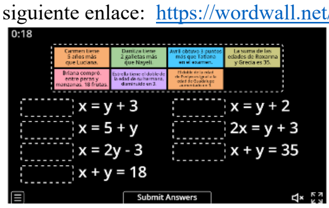
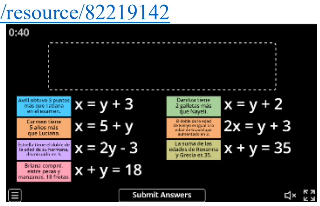
<table>
<tr><th colspan="5">PROPÓSITO DE APRENDIZAJE</th></tr>
<tr><th>COMPETENCIAS</th><th>CAPACIDADES</th><th>DESEMPEÑOS PRECISADOS</th><th>EVIDENCIA DE APRENDIZAJE</th><th>INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td>Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio</td><td>- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.
- Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.</td><td>- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Utiliza métodos de reducción, igualación y sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Así como el método gráfico.</td><td rowspan="2">Resolución de problemas</td><td rowspan="2">Lista de cotejo</td></tr>
<tr><td>Gestiona su aprendizaje de manera autónoma</td><td>Define metas de aprendizaje.</td><td>Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.</td></tr>
<tr><th colspan="2">ENFOQUES TRANSVERSALES</th><th>VALOR</th><th colspan="2">ACTITUDES</th></tr>
<tr><td colspan="2">Orientación al bien común</td><td>Responsabilidad</td><td colspan="2">Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.</td></tr>
</table>

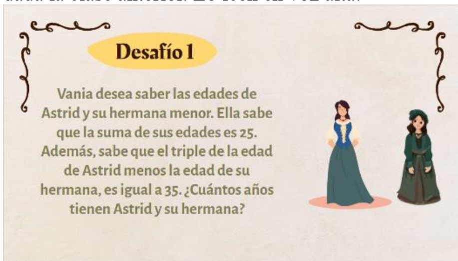
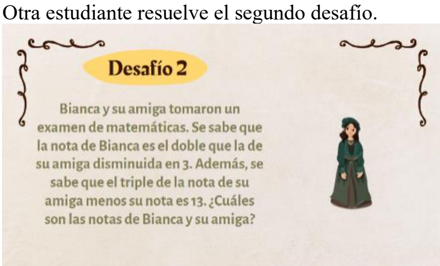
<table>
<tr><th colspan="3">GAMIFICACIÓN</th></tr>
<tr><th>ESTÉTICA</th><th>MECÁNICA</th><th>DINÁMICA</th></tr>
<tr><td>• Diseño visual y retroalimentación: Utilizar elementos visuales como el Canva, la pizarra interactiva, la tabla de puntuación, Desmos.
• Narrativa envolvente: Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.</td><td>• Desafíos: Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas.
• Reconocimiento: A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.</td><td>• Competencia amistosa: Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero.
• Progreso visible: Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>MOMENTOS</th><th>ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES</th><th>RECURSOS</th><th>TIEMPO</th></tr>
<tr><td rowspan="3">INICIO</td><td>ACTIVIDADES PERMANENTES:
Reciben la bienvenida por parte del docente y expresan, oralmente, su asistencia.</td><td rowspan="3">Diapositivas

Wordwall

Proyector

Ficha de trabajo 2</td><td rowspan="3">15 min</td></tr>
<tr><td>ZONA DE JUEGO:
Las estudiantes participan de la actividad “Convertimos expresiones verbales a expresiones algebraicas”, la cual consiste en representar algunas situaciones con ecuaciones lineales. La actividad se realiza mediante el siguiente enlace: https://wordwall.net/resource/82219142


</td></tr>
<tr><td>MISIÓN DE LA CLASE
Leen el título de la sesión “Resolvemos problemas haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales” y lo anotan en su cuaderno, al igual que el propósito: “Usamos diversos métodos para hallar el valor de las incógnitas de sistemas de ecuaciones lineales al resolver problemas”.</td></tr>
</table>

	 **ORGANIZACIÓN:** Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: "*El día de hoy tendremos la misión de resolver algunos problemas usando sistemas de ecuaciones lineales. En la primera parte, tres estudiantes mostrarán un proceso de resolución propuesto por ellas para los problemas de la ficha de trabajo brindada la clase anterior. Luego de cada explicación, se brindará una forma de resolución empleando un método distinto (reducción, sustitución e igualación), los cuales serán utilizados en un trabajo grupal, donde aplicaremos estos métodos y conoceremos el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales y conseguir la segunda insignia que demuestre que han cumplido la misión 2*".		
	PROBLEMATIZACIÓN Visualizan el primer desafío propuesto a desarrollar en la ficha de trabajo dada la clase anterior. Lo leen en voz alta:  		
DESARROLLO	Una estudiante muestra su proceso de resolución en la pizarra. Definimos las variables: $x = Edad\ de\ Astrid$ $y = Edad\ de\ la\ hermana\ menor\ de\ Astrid$ Planteamos ecuaciones $x + y = 25 \ldots\ Ecuación\ 1$ $3x - y = 35 \ldots\ Ecuación\ 2$ Resolvemos usando método de reducción $x + y = 25$ $3x - y = 35$ $\overline{x + 3x + y - y = 25 + 35}$ $4x = 60$ $x = 15$ Sustituimos el valor de x en ecuación 1: $(15) + y = 25$ $y = 25 - 15$ $y = 10$ Respondemos a la situación: Las edades de Astrid y su hermana son 15 y 10 años respectivamente. Reflexionan a partir de la siguiente pregunta: - ¿Por qué consideran que se llama método de reducción? *Respuesta esperada: Porque una de las ecuaciones se elimina, se reduce el número de ecuaciones a solo 1.* Otra estudiante resuelve el segundo desafío.  Definimos las variables: $x = Nota\ de\ Bianca$ $y = Nota\ de\ amiga\ de\ Bianca$ Planteamos ecuaciones	Proyector Diapositivas Plumones Pizarra Ficha de trabajo 3 Cuadro de reconocimiento grupal Cuadro de reconocimiento individual Insignias Tablets GeoGebra	65 min

	$x = 2y - 3 \ldots \ Ecuación\ 1$ $3y - x = 13 \ldots \ Ecuación\ 2$ Resolvemos usando método de sustitución Reemplazamos el valor de x de la ecuación 1 en la ecuación 2 $3y - (2y - 3) = 13$ $3y - 2y + 3 = 13$ $y = 13 - 3$ $y = 10$ Sustituimos para hallar el valor de x $3(10) - x = 13$ $30 - 13 = x$ $17 = x$ Respondemos a la situación: Las notas de Bianca y su amiga son 17 y 10 respectivamente. Reflexionan a partir de la siguiente pregunta: - ¿Por qué consideran que se llama método de sustitución? *Respuesta esperada: Porque sustituimos el valor de una de las incógnitas por un valor que sea igual a ella.* Otra estudiante resuelve el tercer desafío.  Definimos las variables: $x = Precio\ de\ kiwi$ $y = Precio\ de\ mandarina$ Planteamos ecuaciones $x - 10 = y \ldots \ Ecuación\ 1$ $x = 3y \ldots \ Ecuación\ 2$ Resolvemos usando método de igualación Despejamos el valor de x en la primera ecuación $x - 10 = y$ $x = y + 10$ Igualamos el valor de x de ambas ecuaciones $3y = y + 10$ $3y - y = 10$ $2y = 10$ $y = 10/2$ $y = 5$ Sustituimos el valor de y en ecuación 1: $x - 10 = y$ $x - 10 = 5$ $x = 15$ Respondemos a la situación: El precio por kg de kiwi y mandarina es S/15 y S/5 respectivamente. Reflexionan a partir de la siguiente pregunta: - ¿Por qué consideran que se llama método de igualación? *Respuesta esperada: Porque igualamos el valor de una de las incógnitas presentes en ambas ecuaciones.* Se reúnen en los grupos previamente seleccionados según sus escudos. Reciben la Ficha de trabajo 8 Resuelven los 4 desafíos propuestos. Cuando todas las estudiantes tengan las respuestas, el equipo recibe la segunda insignia por cumplir la misión 2. Las estudiantes se trasladan al aula Smart. Completan la segunda parte de la ficha resolviendo la situación problemática 2 siendo acompañadas por el docente. Reciben la indicación de resolver los siguientes 5 retos con ayuda de GeoGebra. Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas. Se colocan los puntos correspondientes a cada estudiante según su progreso.		
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1). **METACOGNICIÓN:**	Lista de cotejo	10 min

	Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión a través de la dinámica “Los titulares”, donde las estudiantes completan la frase: *“Hoy cumplimos con la misión de …”* Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.		

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Establece un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas a partir de una expresión.		
Utiliza los métodos de reducción, sustitución e igualación para hallar los valores de las incógnitas de un sistema de ecuaciones.		
Utiliza el método gráfico para hallar los valores de las incógnitas de un sistema de ecuaciones e interpreta el valor del punto de intersección.		

Anexo 2: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 8

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Misión: *Usamos diversos métodos para hallar el valor de las incógnitas de sistemas de ecuaciones lineales al resolver problemas.*

Situación problemática 1: *Un grupo de estudiantes se encuentran realizando una competencia matemática, en la cual, cada par de estudiantes brinda un acertijo que relaciona sus edades. El objetivo será adivinar cuántos años tiene cada una de ellas.*
Desafío 1: Andrea y Beatriz *La suma de nuestras edades es igual a la diferencia entre el cuadrado de 8, disminuido en 10, y el cubo de 3. Además, si se resta la edad de Andrea a la de Beatriz, se obtiene como resultado la raíz cúbica de 8, aumentado en 1.*
Desafío 2: Camila y Danitza *La edad de Danitza es igual a la edad de Camila aumentada en 3. Además, se sabe que, el doble de la edad de Camila, más el triple de la edad de Danitza, da como resultado el doble del cuadrado de 6, aumentado en 2.*
Desafío 3: Evelyn y Fabiana *La edad de Evelyn es igual a la cuarta parte del doble de la edad de Fabiana, aumentada en 4. Además, se sabe que su edad también es igual a la séptima parte del triple de la edad de Fabiana, aumentada en 5.*
Desafío 4: Hallar la suma de las edades de las 6 estudiantes
Situación problemática 2:

En una reunión de amigos, asistieron 9 personas en total, se sabe que la diferencia entre el número de mujeres y hombres es 3. Además, asistieron más mujeres que hombres. ¿Cuántos hombres y mujeres asistieron a la reunión de padres de familia?

Ecuación 1:	***Ecuación 2:***

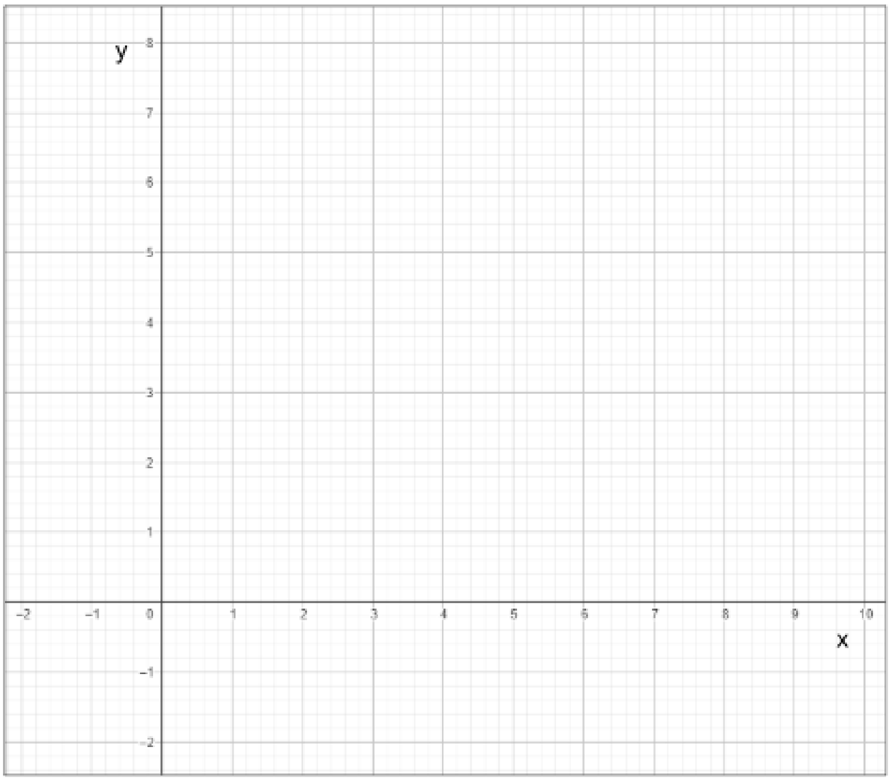
Despejamos y

Ecuación 1:	***Ecuación 2:***

Tabulamos

x	***y***	***(x, y)***
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

x	***y***	***(x, y)***
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		



Resuelve los siguientes problemas haciendo uso del método gráfico con ayuda de GeoGebra.

Reto	***Ecuaciones***	***Respuesta***
Reto 1 *Bianca fue a la bodega y compró galletas y gaseosas. En total, compró 7 artículos y gastó S/ 17. Además, se sabe que las galletas costaban S/ 2 cada una y las gaseosas, S/ 3. ¿Cuántas gaseosas y galletas compró?*		
Reto 2 *Se realizó una encuesta a 30 estudiantes de un colegio mixto, se sabe que la diferencia entre el número de damas y varones es 10. Además, el número de damas es mayor al de varones. ¿Cuántos hombres y mujeres fueron encuestados?*		
Reto 3 *Las alumnas de cuarto grado de secundaria decidieron vender chocotejas de oreo y coco. Se sabe que, en la primera semana, vendieron 25 chocotejas en total y obtuvieron S/ 45. La chocoteja de oreo la vendieron en S/ 2 y la de coco la vendieron a S/ 1,5. ¿Cuántas chocotejas de cada sabor vendieron?*		
Reto 4 *La tutora de quinto grado de secundaria organizó el viaje de promoción con sus estudiantes y padres de familia. En total, fueron 25 personas. El costo del pasaje fue de 80 soles por adulto y 60 soles por estudiante. Además, se sabe que se realizó un pago total de S/ 1620. ¿Cuántos adultos y estudiantes fueron al viaje?*		
Reto 5 *Kiara se encuentra averiguando la edad de dos de sus profesores. Ella sabe que la edad de la profesora Sofía es igual al doble de la edad del profesor Roberto, disminuida en 5. Además, se sabe que, si se le resta la mitad de la edad de la profesora a la edad del profesor, da como resultado 2.*		

FICHA DE TRABAJO N.º 8 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Misión: *Usamos diversos métodos para hallar el valor de las incógnitas de sistemas de ecuaciones lineales al resolver problemas.*

Situación problemática 1:
Un grupo de estudiantes se encuentran realizando una competencia matemática, en la cual, cada par de estudiantes brinda un acertijo que relaciona sus edades. El objetivo será adivinar cuántos años tiene cada una de ellas.

Desafío 1: Andrea y Beatriz
La suma de nuestras edades es igual a la diferencia entre el cuadrado de 8, disminuido en 10, y el cubo de 3. Además, si se resta la edad de Andrea a la de Beatriz, se obtiene como resultado la raíz cúbica de 8, aumentado en 1.

$a + b = (8^2 - 10) - 3^3$ $\quad\quad b - a = \sqrt[3]{8} + 1$
$a + b = (64 - 10) - 27$ $\quad\quad b - a = 2 + 1$
$a + b = 54 - 27$ $\quad\quad b - a = 3 \;\ldots\; \textit{Ecuación } 2$
$a + b = 27 \;\ldots\; \textit{Ecuación } 1$

Usando el método de reducción:

$$a + b = 27$$
$$b - a = 3$$
$$\overline{\quad\quad\quad}$$
$$2b = 30$$
$$b = 15$$

Reemplazamos el valor de b en la ecuación 1.

$$a + 15 = 27$$
$$a = 27 - 15$$
$$a = 12$$

Respuesta: Andrea tiene 12 años y Beatriz tiene 15.

Desafío 2: Camila y Danitza
La edad de Danitza es igual a la edad de Camila aumentada en 3. Además, se sabe que, el doble de la edad de Camila, más el triple de la edad de Danitza, da como resultado el doble del cuadrado de 6, aumentado en 2.

$$d = c + 3 \;\ldots\; \textit{Ecuación } 1$$
$$2c + 3d = 2(6^2) + 2$$
$$2c + 3d = 2(36) + 2$$
$$2c + 3d = 74 \;\ldots\; \textit{Ecuación } 2$$

Utilizamos el método de sustitución:

$$2c + 3(c + 3) = 74$$
$$2c + 3c + 9 = 74$$
$$5c = 74 - 9$$
$$5c = 65$$
$$c = 13$$

Reemplazamos el valor de c en la primera ecuación:

$$d = 13 + 3$$
$$d = 16$$

Respuesta: La edad de Camila es 13 y la de Danitza es 16.

Desafío 3: Evelyn y Fabiana
La edad de Evelyn es igual a la cuarta parte del doble de la edad de Fabiana, aumentada en 4. Además, se sabe que su edad también es igual a la séptima parte del triple de la edad de Fabiana, aumentada en 5.

$$e = \frac{2f}{4} + 4 \ \ldots\ Ecuación\ 1$$
$$e = \frac{3f}{7} + 5 \ \ldots\ Ecuación\ 2$$

Utilizamos el método de igualación:

$$\frac{2f}{4} + 4 = \frac{3f}{7} + 5$$
$$\frac{f}{2} + 82 = \frac{3f}{7} + \frac{35}{7}$$
$$\frac{f+8}{2} = \frac{3f+35}{7}$$
$$7(f+8) = 2(3f+35)$$
$$7f + 56 = 6f + 70$$
$$7f - 6f = 70 - 56$$
$$f = 14$$

Reemplazamos el valor de f en la primera ecuación:

$$e = \frac{2(14)}{4} + 4$$
$$e = 11$$

Respuesta: Evelyn tiene 11 años y Fabiana tiene 14.

Desafío 4: Hallar la suma de las edades de las 6 estudiantes

$$12 + 15 + 13 + 16 + 14 + 11 = 81$$

Situación problemática 2:

En una reunión de amigos, asistieron 9 personas en total, se sabe que la diferencia entre el número de mujeres y hombres es 3. Además, asistieron más mujeres que hombres. ¿Cuántos hombres y mujeres asistieron a la reunión de padres de familia?

Ecuación 1:	***Ecuación 2:***
$x + y = 9$	$x - y = 3$

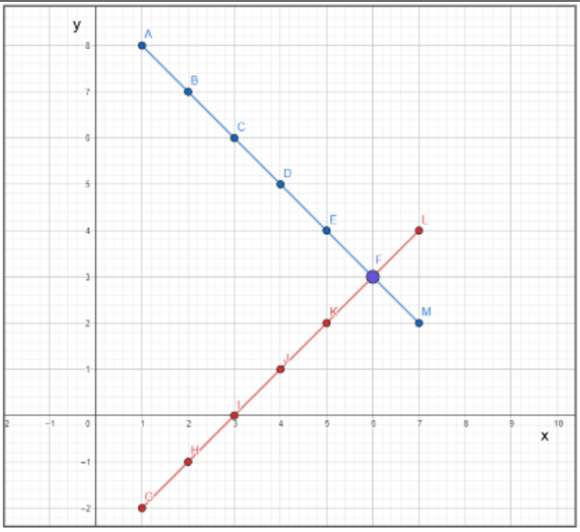
Despejamos y

Ecuación 1:	***Ecuación 2:***
$y = 9 - x$	$y = x - 3$

Tabulamos

x	*y*	*(x, y)*
1	8	(1; 8)
2	7	(2; 7)
3	6	(3; 6)
4	5	(4; 5)
5	4	(5; 4)
6	3	(6; 3)
7	2	(7; 2)

x	*y*	*(x, y)*
1	-2	(1; -2)
2	-1	(2; -1)
3	0	(3; 0)
4	1	(4; 1)
5	2	(5; 2)
6	3	(6; 3)
7	4	(7; 4)



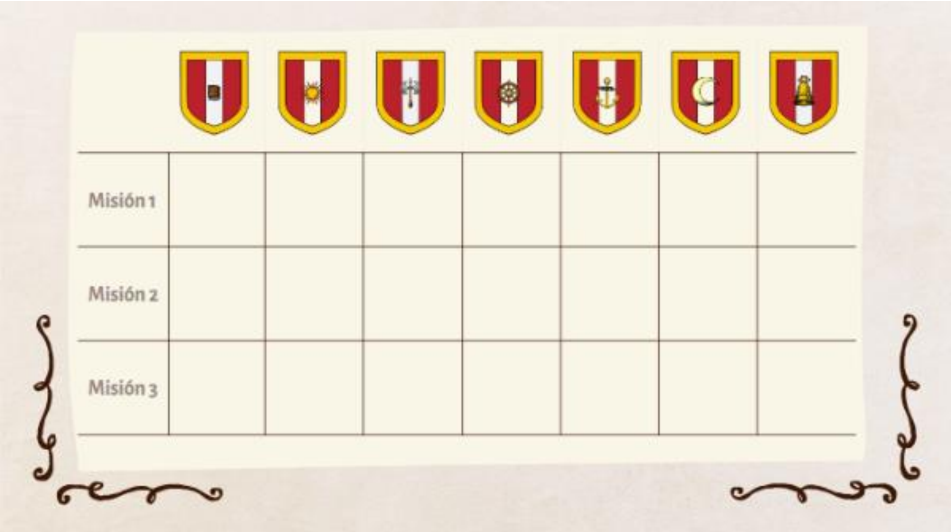
Resuelve los siguientes problemas haciendo uso del método gráfico con ayuda de GeoGebra.

Reto	*Ecuaciones*	*Respuesta*
Reto 1 *Bianca fue a la bodega y compró galletas y gaseosas. En total, compró 7 artículos y gastó S/ 17. Además, se sabe que las galletas costaban S/ 2 cada una y las gaseosas, S/ 3. ¿Cuántas gaseosas y galletas compró?*	$y = 7 - x$ $y = \frac{17 - 2x}{3}$	***(4; 3)*** ***Bianca compró 4 galletas y 3 gaseosas.***
Reto 2 *Se realizó una encuesta a 30 estudiantes de un colegio mixto, se sabe que la diferencia entre el número de damas y varones es 10. Además, el número de damas es mayor al de varones. ¿Cuántos hombres y mujeres fueron encuestados?*	$y = 30 - x$ $y = 10 + x$	***(10; 20)*** ***Fueron encuestados 10 hombres y 20 mujeres.***
Reto 3 *Las alumnas de cuarto grado de secundaria decidieron vender chocotejas de oreo y coco. Se sabe que, en la primera semana, vendieron 25 chocotejas en total y obtuvieron S/ 45. La chocoteja de oreo la vendieron en S/ 2 y la de coco la vendieron a S/ 1,5. ¿Cuántas chocotejas de cada sabor vendieron?*	$y = 25 - x$ $y = \frac{45 - 2x}{1,5}$	***(15; 10)*** ***Vendieron 15 chocotejas de oreo y 10 de coco.***
Reto 4 *La tutora de quinto grado de secundaria organizó el viaje de promoción con sus estudiantes y padres de familia. En total, fueron 25 personas. El costo del pasaje fue de 80 soles por adulto y 60 soles por*	$y = 25 - x$ $y = \frac{1620 - 80x}{60}$	***(6; 19)*** ***Fueron 6 adultos y 19 estudiantes.***

estudiante. Además, se sabe que se realizó un pago total de S/ 1620. ¿Cuántos adultos y estudiantes fueron al viaje?		
Reto 5 *Kiara se encuentra averiguando la edad de dos de sus profesores. Ella sabe que la edad de la profesora Sofía es igual al doble de la edad del profesor Roberto, disminuida en 5. Además, se sabe que, si se le resta la mitad de la edad de la profesora a la edad del profesor, da como resultado 2.*	$y = \frac{x+5}{2}$ $y = 2 + \frac{x}{2}$	***No tiene solución, ya que las rectas de las funciones no se intersectan en el plano cartesiano.***

Anexo 3: Insignias

Anexo 4: Cuadro de reconocimiento por equipo



Anexo 5: Diapositivas

https://docs.google.com/presentation/d/1kyAoqrZ5wgQ1VmDteuC9PyYEHV0-wW3to_z70My88lY/edit?usp=sharing

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 12
"RESUELVEMOS PROBLEMAS HACIENDO USO DE SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES"

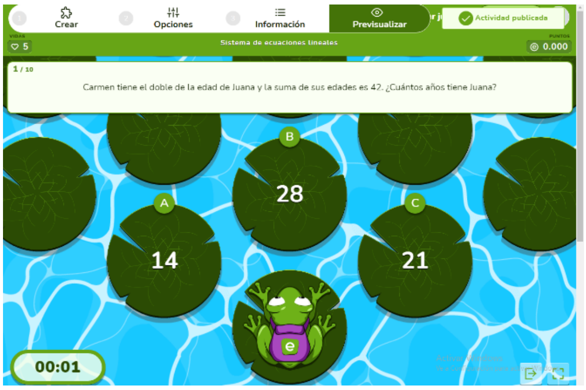
ÁREA	Matemática	**FECHA**	04 de diciembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas. - Expresa verbalmente su comprensión sobre la relación entre las variables de un sistema de ecuaciones lineales. - Utiliza métodos de reducción, igualación y sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Así como el método gráfico.	Juego	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	**VALOR**	**ACTITUDES**
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Canva, la pizarra interactiva, la tabla de puntuación, Desmos y softwares lúdicos como Wordwall y Educaplay. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Las estudiantes reciben un cordial saludo por parte del docente y expresan, de forma oral, su presencia en clase a través de la lista de asistencia. **ZONA DE JUEGO:** Las estudiantes participan de la actividad "Verdadero o Falso" donde deberán expresar si las soluciones de un sistema de ecuaciones son igual al que se visualiza en el método gráfico. https://wordwall.net/resource/83232261 **MISIÓN DE LA CLASE:** Leen el título de la sesión "*Resolvemos problemas haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales*" y lo anotan en su cuaderno, al igual que la misión de la clase: "*Usamos los distintos métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas*". **ORGANIZACIÓN:** Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: "*El día de hoy trabajaremos en grupo y realizaremos una actividad lúdica donde resolveremos 10 problemas para ayudar a la rana a cruzar el camino*".	Diapositivas Proyector Wordwall	15 min

<table>
<tr>
<td>DESARROLLO</td>
<td>
Las estudiantes se forman en los grupos previamente establecidos y reciben una tablet, así como la hoja de problemas donde deberán registrar sus respuestas.
- Ingresan a la plataforma Educaplay y realizan la actividad “Sistema de ecuaciones lineales”, donde deberán resolver 10 problemas para ayudar a la rana a cruzar el camino.
- Ingresan al link o escanean el código QR.
https://es.educaplay.com/recursos-educativos/21702415-sistema_de_ecuaciones_lineales.html


Resuelven los problemas siguiendo los métodos que ya conocen y recibiendo un monitoreo constante por parte del docente.
1. Carmen tiene el doble de la edad de Juana y la suma de sus edades es 42. ¿Cuántos años tiene Juana?
$x + y = 42$
$x = 2y$
$2y + y = 42$
$3y = 42$
$y = 14$
Respuesta: Juana tiene 14 años.
2. Sabrina va al zoológico junto a su familia. La entrada de adultos está S/ 25; mientras que la entrada para menores de edad es S/ 15. Si, en total, pagaron S/ 215 y fueron 11 personas, ¿cuántas entradas de adultos compraron?
$x + y = 11$
$25x + 15y = 215$
$y = 11 - x$
$25x + 15(11 - x) = 215$
$25x + 165 - 15x = 215$
$25x - 15x = 215 - 165$
$10x = 50$
$x = 5$
Respuesta: Compraron 5 entradas de adultos.
3. Almendra y Fabiana tienen, entre las dos, S/ 428 ahorrados. Si Fabiana le da S/ 19 a Almendra, ambas tendrán la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene Almendra?
$x + y = 428$
$x + 19 = y - 19$
$x + (x + 38) = 428$
$2x = 428 - 38$
</td>
<td>Diapositivas
Proyector
Tablets
Plumones
Pizarra
Ficha de problemas
Educaplay</td>
<td>65 min</td>
</tr>
</table>

	$2x = 390$ $x = 195$ Respuesta: Almendra tiene S/ 195. 4. El perímetro de un triángulo isósceles es de 27 cm. Uno de sus lados mide 3 cm más que otro. ¿Cuál es la medida del lado más pequeño? $2x + y = 27$ $x - 3 = y$ $2x + (x - 3) = 27$ $3x = 30$ $x = 10$ $10 - 3 = y$ $7 = y$ Respuesta: El lado más pequeño mide 7 cm. 5. En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 18º mayor que el otro. ¿Cuál es la medida del ángulo más pequeño? $x + y = 90$ $x - 18 = y$ $x + y = 90$ $x - y = 18$ ________ $2x = 108$ $x = 54$ $54 - 18 = y$ $36 = y$ Respuesta: El ángulo más pequeño mide 36º. 6. En un estacionamiento hay 55 vehículos entre autos y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántas motos hay? $x + y = 55$ $4x + 2y = 170$ $x = 55 - y$ $4(55 - y) + 2y = 170$ $220 - 4y + 2y = 170$ $220 - 170 = 2y$ $25 = y$ Respuesta: Hay 25 motos en el estacionamiento. 7. Seis polos y cinco camisas cuestan S/ 227. Además, 5 polos y 4 camisas y cuestan S/ 188. ¿Cuánto se pagaría por un polo y una camisa? $6x + 5y = 227$ $5x + 4y = 188$ $6x + 5y = 227$ $-5x - 4y = -188$ ____________ $x + y = 39$ Respuesta: Por un polo y una camisa se pagaría S/39. 8. En un examen de 30 preguntas, se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno ha sacado 10,5 puntos y respondió las 30 preguntas, ¿cuántos errores ha cometido? $x + y = 30$ $0{,}75x - 0{,}25y = 10{,}5$ $x = 30 - y$ $0{,}75(30 - y) - 0{,}25y = 10{,}5$ $22{,}5 - 0{,}75y - 0{,}25y = 10{,}5$ $22{,}5 - 10{,}5 = y$ $12 = y$ Respuesta: Ha cometido 12 errores.		

	9. Un grupo de amigos llama a un hotel para poder hospedarse durante un viaje. Se sabe que hay 70 camas disponibles repartidas en 29 habitaciones, y que las habitaciones son dobles y triples. ¿Cuántas habitaciones dobles hay? $x + y = 29$ $2x + 3y = 70$ $y = 29 - x$ $2x + 3(29 - x) = 70$ $2x + 87 - 3x = 70$ $17 = x$ Respuesta: Hay 17 habitaciones dobles. 10. Sara tiene ahorrado S/ 357 en monedas de S/ 2 y S/ 5. En total, ella cuenta con 90 monedas. ¿Cuántas monedas de S/ 2 tiene? $x + y = 90$ $2x + 5y = 357$ $y = 90 - x$ $2x + 5(90 - x) = 357$ $2x + 450 - 5x = 357$ $93 = 3x$ $31 = x$ Respuesta: Sara tiene 31 monedas de S/ 2. Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.		
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1). **METACOGNICIÓN**: Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión a través de la dinámica "Los titulares", donde las estudiantes completan la frase: *"Hoy cumplimos con la misión de …"* Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.	Lista de cotejo	10 min

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Establece un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.		
Expresa su comprensión sobre la solución de un sistema de ecuaciones lineales.		
Usa diversos métodos y procedimientos para hallar la solución a un sistema de ecuaciones.		

Anexo 2: Ficha de problemas

FICHA DE PROBLEMAS

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Misión: *Usamos los distintos métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas.*

Desafío 1: Edades *Carmen tiene el doble de la edad de Juana y la suma de sus edades es 42. ¿Cuántos años tiene Juana?*
Desafío 2: Visita al zoológico *Sabrina va al zoológico junto a su familia. La entrada de adultos está S/ 25; mientras que la entrada para menores de edad es S/ 15. Si, en total, pagaron S/ 215 y fueron 11 personas, ¿cuántas entradas de adultos compraron?*
Desafío 3: Ahorros *Almendra y Fabiana tienen, entre las dos, S/ 428 ahorrados. Si Fabiana le da S/ 19 a Almendra, ambas tendrán la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene Almendra?*
Desafío 4: Triángulo isósceles *El perímetro de un triángulo isósceles es de 27 cm. Uno de sus lados mide 3 cm más que otro. ¿Cuál es la medida del lado más pequeño?*
Desafío 5: Triángulo rectángulo *En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 18º mayor que el otro. ¿Cuál es la medida del ángulo más pequeño?*
Desafío 6: Estacionamiento

En un estacionamiento hay 55 vehículos entre autos y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántas motos hay?
Desafío 7: Polos y camisas *Seis polos y cinco camisas cuestan S/ 227. Además, 5 polos y 4 camisas y cuestan S/ 188. ¿Cuánto se pagaría por un polo y una camisa?*
Desafío 8: Los errores cuentan *En un examen de 30 preguntas, se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno ha sacado 10,5 puntos y respondió las 30 preguntas, ¿cuántos errores ha cometido?*
Desafío 9: Hospedaje *Un grupo de amigos llama a un hotel para poder hospedarse durante un viaje. Se sabe que hay 70 camas disponibles repartidas en 29 habitaciones, y que las habitaciones son dobles y triples. ¿Cuántas habitaciones dobles hay?*
Desafío 10: Monedas *Sara tiene ahorrado S/ 357 en monedas de S/ 2 y S/ 5. En total, ella cuenta con 90 monedas. ¿Cuántas monedas de S/ 2 tiene?*

FICHA DE PROBLEMAS (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Misión: *Usamos los distintos métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas.*

Desafío 1: Edades
Carmen tiene el doble de la edad de Juana y la suma de sus edades es 42. ¿Cuántos años tiene Juana?

$$x + y = 42$$
$$x = 2y$$

$$2y + y = 42$$
$$3y = 42$$
$$y = 14$$

Respuesta: Juana tiene 14 años.

Desafío 2: Visita al zoológico
Sabrina va al zoológico junto a su familia. La entrada de adultos está S/ 25; mientras que la entrada para menores de edad es S/ 15. Si, en total, pagaron S/ 215 y fueron 11 personas, ¿cuántas entradas de adultos compraron?

$$x + y = 11$$
$$25x + 15y = 215$$

$$y = 11 - x$$

$$25x + 15(11 - x) = 215$$
$$25x + 165 - 15x = 215$$
$$25x - 15x = 215 - 165$$
$$10x = 50$$
$$x = 5$$

Respuesta: Compraron 5 entradas de adultos.

Desafío 3: Ahorros
Almendra y Fabiana tienen, entre las dos, S/ 428 ahorrados. Si Fabiana le da S/ 19 a Almendra, ambas tendrán la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene Almendra?

$$x + y = 428$$
$$x + 19 = y - 19$$

$$x + (x + 38) = 428$$
$$2x = 428 - 38$$
$$2x = 390$$
$$x = 195$$

Respuesta: Almendra tiene S/ 195.

Desafío 4: Triángulo isósceles
El perímetro de un triángulo isósceles es de 27 cm. Uno de sus lados mide 3 cm más que otro. ¿Cuál es la medida del lado más pequeño?

$$2x + y = 27$$
$$x - 3 = y$$

$$2x + (x - 3) = 27$$
$$3x = 30$$

$$x = 10$$

$$10 - 3 = y$$
$$7 = y$$

Respuesta: El lado más pequeño mide 7 cm.

Desafío 5: Triángulo rectángulo

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 18º mayor que el otro. ¿Cuál es la medida del ángulo más pequeño?

$$x + y = 90$$
$$x - 18 = y$$

$$x + y = 90$$
$$x - y = 18$$

$$2x = 108$$
$$x = 54$$

$$54 - 18 = y$$
$$36 = y$$

Respuesta: El ángulo más pequeño mide 36º.

Desafío 6: Estacionamiento

En un estacionamiento hay 55 vehículos entre autos y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántas motos hay?

$$x + y = 55$$
$$4x + 2y = 170$$

$$x = 55 - y$$

$$4(55 - y) + 2y = 170$$
$$220 - 4y + 2y = 170$$
$$220 - 170 = 2y$$
$$25 = y$$

Respuesta: Hay 25 motos en el estacionamiento.

Desafío 7: Polos y camisas

Seis polos y cinco camisas cuestan S/ 227. Además, 5 polos y 4 camisas y cuestan S/ 188. ¿Cuánto se pagaría por un polo y una camisa?

$$6x + 5y = 227$$
$$5x + 4y = 188$$

$$6x + 5y = 227$$
$$-5x - 4y = -188$$

$$x + y = 39$$

Respuesta: Por un polo y una camisa se pagaría S/39.

Desafío 8: Los errores cuentan

En un examen de 30 preguntas, se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno ha sacado 10,5 puntos y respondió las 30 preguntas, ¿cuántos errores ha cometido?

$$x + y = 30$$
$$0{,}75x - 0{,}25y = 10{,}5$$

$$x = 30 - y$$

$$0{,}75(30 - y) - 0{,}25y = 10{,}5$$
$$22{,}5 - 0{,}75y - 0{,}25y = 10{,}5$$
$$22{,}5 - 10{,}5 = y$$
$$12 = y$$

Respuesta: Ha cometido 12 errores.

Desafío 9: Hospedaje

Un grupo de amigos llama a un hotel para poder hospedarse durante un viaje. Se sabe que hay 70 camas disponibles repartidas en 29 habitaciones, y que las habitaciones son dobles y triples. ¿Cuántas habitaciones dobles hay?

$$x + y = 29$$
$$2x + 3y = 70$$

$$y = 29 - x$$

$$2x + 3(29 - x) = 70$$
$$2x + 87 - 3x = 70$$
$$17 = x$$

Respuesta: Hay 17 habitaciones dobles.

Desafío 10: Monedas

Sara tiene ahorrado S/ 357 en monedas de S/ 2 y S/ 5. En total, ella cuenta con 90 monedas. ¿Cuántas monedas de S/ 2 tiene?

$$x + y = 90$$
$$2x + 5y = 357$$

$$y = 90 - x$$

$$2x + 5(90 - x) = 357$$
$$2x + 450 - 5x = 357$$
$$93 = 3x$$
$$31 = x$$

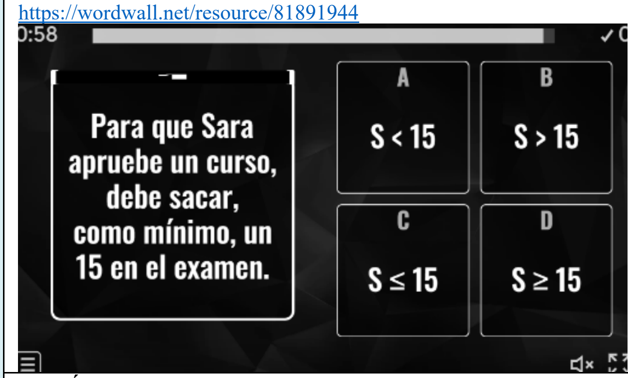
Respuesta: Sara tiene 31 monedas de S/ 2.

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 13
“RESOLVEMOS PROBLEMAS HACIENDO USO DE INECUACIONES”

ÁREA	Matemática	**FECHA**	11 de diciembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a inecuaciones - Utiliza estrategias y procedimientos para determinar el conjunto solución de una inecuación.	Ficha de trabajo	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		
ENFOQUES TRANSVERSALES		**VALOR**	**ACTITUDES**	
Orientación al bien común		Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.	

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Canva, la pizarra interactiva, la tabla de puntuación, Desmos y softwares lúdicos como Wordwall. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Las estudiantes reciben un cordial saludo por parte del docente y expresan, de forma oral, su presencia en clase a través de la lista de asistencia. **ZONA DE JUEGO:** Las estudiantes participan de la actividad Planteo de inecuaciones, donde deberán traducir expresiones verbales a expresiones algebraicas que contengan inecuaciones en la plataforma Wordwall: https://wordwall.net/resource/81891944  **MISIÓN DE LA CLASE:**	Proyector Wordwall	15 min

	Leen el título de la sesión “*Resolvemos problemas haciendo uso de inecuaciones*” y lo anotan en su cuaderno, al igual que la misión de la clase: “*Planteamos inecuaciones y hallamos el conjunto solución de ellas al resolver problemas*”. **ORGANIZACIÓN:** Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: “*El día de hoy resolveremos juntos un problema, y luego trabajaremos una ficha de trabajo en dúos*”. Las estudiantes reciben la ficha de trabajo (Anexo 2) y leen el siguiente problema: **PROBLEMATIZACIÓN** “*Una empresa de reciclaje está comprando el kg de botellas de plástico a S/ 0,80. Alberto tiene un restaurante en donde consumen gran cantidad de bebidas en botellas de plástico y sabe que en su carro puede trasladar, como máximo, 27 kg de este material por el espacio que ocupan. ¿Cuál es el monto máximo de dinero que puede obtener Alberto si realiza dos viajes a la empresa de reciclaje para vender botellas de plástico?*”		
DESARROLLO	Las estudiantes resuelven el problema, guiadas por el docente, a través del método de resolución de problemas de George Polya: **1. Comprendemos el problema:** Responden a las preguntas: - ¿Qué datos me ofrece el problema? *Respuesta esperada: Nos da el precio por kg de botellas de plástico. Asimismo, el máximo de kg de botellas de plástico que puede trasladar en un carro.* - ¿Qué nos pide el problema? *Respuesta esperada: El monto máximo de dinero que puede obtener el dueño del restaurante por la venta de botellas de plástico si realiza dos viajes a la empresa de reciclaje.* **2. Planificación de la estrategia:** Responden a las preguntas: - ¿Qué estrategia podemos usar para hallar dicho monto máximo? *Respuesta esperada: Definir la incógnita para plantear una inecuación.* **3. Ejecutamos la estrategia:** - Definen la incógnita: $x = \text{monto de dinero obtenido}$ - Plantean la inecuación: $2 \times 27 \times 0{,}8 \geq x$ - Resuelven la inecuación: $43{,}2 \geq x$ - Responden a la pregunta: *Como máximo, Alberto puede obtener S/ 43,2 al realizar dos viajes a la empresa de reciclaje para vender botellas de plástico.* **4. Evaluar la estrategia:** Responden a las preguntas: - ¿Consideras que fue efectiva la estrategia usada? *Respuesta esperada: Sí, ya que respondimos a la pregunta.* - ¿Podrías usar esta estrategia para resolver otros problemas? *Respuesta esperada: Sí, con la condición de que sean problemas similares a este.* Resuelven los problemas de la ficha de trabajo en dúos, recordando que, por cada desafío resuelto, obtienen 100 puntos. Participan de la actividad Hallar el conjunto solución de las inecuaciones en la plataforma Wordwall: https://wordwall.net/resource/81598092  Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.	Diapositivas Proyector Tablets Plumones Pizarra Ficha de problemas	65 min
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1). **METACOGNICIÓN**: Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión a través de la dinámica “Los titulares”, donde las estudiantes completan la frase: *“Hoy cumplimos con la misión de …”*	Lista de cotejo	10 min

	Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.		

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Establece inecuaciones lineales a partir de enunciados verbales.		
Expresa su comprensión sobre la solución de una inecuación.		
Usa diversos métodos y procedimientos para hallar la solución de una inecuación.		

Anexo 2: Ficha de trabajo

FICHA DE TRABAJO N.º 9

Nombres y Apellidos: ______________________________________ ***Fecha:*** ____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** ____________
Misión: *Planteamos inecuaciones y hallamos el conjunto solución de ellas al resolver problemas.*

Desafío 1: Reciclaje   *Una empresa de reciclaje está comprando el kg de botellas de plástico a S/ 0,80. Alberto tiene un restaurante en donde consumen gran cantidad de bebidas en botellas de plástico y sabe que en su carro puede trasladar, como máximo, 27 kg de este material por el espacio que ocupan. ¿Cuál es el monto máximo de dinero que puede obtener Alberto si realiza dos viajes a la empresa de reciclaje para vender botellas de plástico?*
Desafío 2: Hamburguesas   *Un restaurante vende hamburguesas a S/ 8 cada una. Si un cliente tiene un presupuesto de S/ 55, ¿Cuántas hamburguesas, como máximo, puede comprar sin exceder su presupuesto?*
Desafío 3: Entradas al cine   *Un cine cobra S/ 12 por entrada general. Para cubrir los gastos de la película, necesita recaudar, al menos, S/ 500. ¿Cuántas personas, como mínimo, deben asistir a la función para que se cubran los gastos?*
Desafío 4: Examen final   *Un estudiante tiene 50 minutos para estudiar para un examen. Si pasa 15 minutos resolviendo ejercicios y el resto del tiempo leyendo, ¿cuánto tiempo, como máximo, puede dedicar a leer sin exceder el tiempo determinado para estudiar?*
Desafío 5: Poda de césped   *Un jardinero debe podar un jardín de 20 m^2. Si puede podar 3 m^2 por hora, ¿Cuántas horas, como mínimo, le llevará podar todo el jardín?*

FICHA DE TRABAJO N.º 9 (SOLUCIONARIO)

Nombres y Apellidos: ____ ***Fecha:*** _____________
Docente: *Daniel Dávila Bernal* ***Grado y Sección:*** _____________
Misión: *Planteamos inecuaciones y hallamos el conjunto solución de ellas al resolver problemas.*

Desafío 1: Reciclaje *Una empresa de reciclaje está comprando el kg de botellas de plástico a S/ 0,80. Alberto tiene un restaurante en donde consumen gran cantidad de bebidas en botellas de plástico y sabe que en su carro puede trasladar, como máximo, 27 kg de este material por el espacio que ocupan. ¿Cuál es el monto máximo de dinero que puede obtener Alberto si realiza dos viajes a la empresa de reciclaje para vender botellas de plástico?* $2 \times 27 \times 0{,}8 \geq x$ $43{,}2 \geq x$ *Como máximo, Alberto puede obtener S/ 43,2 al realizar dos viajes a la empresa de reciclaje para vender botellas de plástico.*
Desafío 2: Hamburguesas *Un restaurante vende hamburguesas a S/ 8 cada una. Si un cliente tiene un presupuesto de S/ 55, ¿Cuántas hamburguesas, como máximo, puede comprar sin exceder su presupuesto?* $8x \leq 55$ $x \leq 6{,}875$ $x \approx 6$ *Como máximo, el cliente puede comprar 6 hamburguesas.*
Desafío 3: Entradas al cine *Un cine cobra S/ 12 por entrada general. Para cubrir los gastos de la película, necesita recaudar, al menos, S/ 500. ¿Cuántas personas, como mínimo, deben asistir a la función para que se cubran los gastos?* $12x \geq 500$ $x \geq 41{,}67$ $x \approx 42$ *Como mínimo, deben asistir 42 personas.*
Desafío 4: Examen final *Un estudiante tiene 50 minutos para estudiar para un examen. Si pasa 15 minutos resolviendo ejercicios y el resto del tiempo leyendo, ¿cuánto tiempo, como máximo, puede dedicar a leer sin exceder el tiempo determinado para estudiar?* $50 - 15 \geq x$ $35 \geq x$ *Como máximo, el estudiante puede dedicar a leer 35 minutos.*
Desafío 5: Poda de césped *Un jardinero debe podar un jardín de 20* m^2. *Si puede podar 3* m^2 *por hora, ¿Cuántas horas, como mínimo, le llevará podar todo el jardín?* $20 \leq 3x$ $6{,}67 \leq x$ *Como mínimo, le llevará 6,67 horas.*

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 14
"EL REINO DE LOS NÚMEROS PERDIDOS"

ÁREA	Matemática	**FECHA**	13 de diciembre del 2024
GRADO/SECC	4º E	**DURACIÓN**	2 horas pedagógicas
BIMESTRE	IV	**DOCENTE**	Titular: Gina Cupe Practicante: Teófilo Daniel Dávila Bernal

PROPÓSITO DE APRENDIZAJE				
COMPETENCIAS	**CAPACIDADES**	**DESEMPEÑOS PRECISADOS**	**EVIDENCIA DE APRENDIZAJE**	**INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN**
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales. - Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	- Establece relaciones entre valores desconocidos y condiciones de equivalencia y las transforma a sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas. - Utiliza métodos de reducción, igualación y sustitución para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Así como el método gráfico. - Justifica, mediante un contraejemplo, afirmaciones sobre el conjunto solución de inecuaciones lineales.	Resolución de problemas	Lista de cotejo
Gestiona su aprendizaje de manera autónoma	Define metas de aprendizaje.	Determina metas de aprendizaje viables asociadas a sus conocimientos, estilos de aprendizaje, habilidades y actitudes para el logro de las tareas, formulándose preguntas de manera reflexiva.		

ENFOQUES TRANSVERSALES	**VALOR**	**ACTITUDES**
Orientación al bien común	Responsabilidad	Disposición a valorar y proteger los bienes comunes y compartidos de un colectivo.

GAMIFICACIÓN		
ESTÉTICA	**MECÁNICA**	**DINÁMICA**
• **Diseño visual y retroalimentación:** Utilizar elementos visuales como el Canva, la pizarra interactiva, la tabla de puntuación, Desmos y softwares lúdicos como Wordwall. • **Narrativa envolvente:** Crear una historia alrededor del tema de funciones cuadráticas, como una misión para ayudar a tomar decisiones acertadas.	• **Desafíos:** Se plantean 4 desafíos relacionados con problemas de funciones cuadráticas. • **Reconocimiento:** A medida que los estudiantes avanzan con la resolución de los desafíos, el docente va registrando sus puntos en el cuadro de reconocimientos.	• **Competencia amistosa:** Los estudiantes compiten entre ellos en la resolución de los desafíos para lograr el reconocimiento en el tablero. • **Progreso visible:** Un cuadro de reconocimiento en clase mostrará a los equipos que avanzan más rápido los desafíos, fomentando una competencia sana.

MOMENTOS	**ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES**	**RECURSOS**	**TIEMPO**
INICIO	**ACTIVIDADES PERMANENTES:** Las estudiantes reciben un cordial saludo por parte del docente y expresan, de forma oral, su presencia en clase a través de la lista de asistencia. **ZONA DE JUEGO:** Las estudiantes participan de la actividad "Une las parejas", donde deberán unir las inecuaciones que expresen la misma desigualdad en WordWall: https://wordwall.net/resource/83765470 **MISIÓN DE LA CLASE:** Leen el título de la sesión "*El reino de los números perdidos*" y lo anotan en su cuaderno, al igual que la misión de la clase: "*Ayudamos a encontrar los números perdidos resolviendo problemas con inecuaciones*". **ORGANIZACIÓN:** Las estudiantes escuchan con atención las indicaciones de cómo se llevará a cabo la clase: "*El día de hoy trabajaremos en grupo y realizaremos distintos retos, donde debemos encontrar números perdidos*". Dos estudiantes leen el siguiente texto para entender la historia que engloba la clase: "*En un mundo mágico, donde los números son seres vivos y gobiernan la armonía del universo, un oscuro hechizo ha alterado el equilibrio. Los Números Perdidos han sido robados por una misteriosa criatura llamada "La Sombra del Caos", y con ellos, el Reino de los Números se*	Proyector Wordwall	15 min

<table>
<tr>
<td></td>
<td>desintegra poco a poco. Sin los Números Perdidos, el tiempo se distorsiona, las estaciones cambian de forma errática, y el conocimiento de las matemáticas empieza a desmoronarse. La única esperanza para restaurar el orden es un grupo de jóvenes matemáticas, que deberán embarcarse en una peligrosa misión para recuperar estos números y devolver el equilibrio al mundo. Para salvar a estos números deben resolver distintos acertijos y recopilar las pistas para completar una palabra mágica, la cual es la contraseña para ingresar al lugar donde están aislados los números perdidos”.</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>DESARROLLO</td>
<td>Las estudiantes se forman en grupos de 5 y, desde su celular, escanean los códigos QR pegados en la pizarra.
Resuelven los retos propuestos, anotan las resoluciones y las pistas brindadas.
Reto 1
Juan se encuentra realizando una tarea de matemáticas, en la que debe resolver 10 ejercicios de operaciones combinadas y escribir biografías de tres matemáticos famosos. Él debe entregar la tarea, como máximo, a las 5:00 p. m. Suponiendo que ya son las 3:26 p. m. y que, para escribir cada biografía invertirá 18 minutos, ¿cuántos minutos, como máximo, puede demorar en resolver cada ejercicio de operaciones combinadas si invierte el mismo tiempo en resolver cada uno de ellos?
Solución:
$$10x + 54 \leq 94$$
$$10x \leq 40$$
$$x \leq 4$$
Respuesta: 4 minutos.
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSf43z6jb74_yDxncVceaT5k75WcRrLjbBBx60bER2aT_ryPmA/viewform?usp=sf_link
Reto 2
La bruja Agatha quiere preparar un brebaje mágico para proteger el bosque de las criaturas oscuras. Ella cuenta con 125 gramos de flores de luna y 243 gramos de polvo de estrella. Se sabe que, para cada ración, necesita 6 gramos de flores de luna y 13 gramos de polvo de estrella. ¿Cuántas raciones del brebaje mágico podrá preparar como máximo?
Solución:
$$6x \leq 125$$
$$x \leq 20{,}83$$
$$13x \leq 243$$
$$x \leq 18{,}69$$
Respuesta: Como máximo, podrá preparar 18 raciones del brebaje mágico.
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfl5cOIylX87gre0ID-4jvQ7JVTAEbVB3hnC1v59lg6JfuEvQ/viewform?usp=sf_link
Reto 3
Carlos está planeando ir de viaje con su familia. Ellos cuentan con 4 maletas de 10; 12; 11 y 14 kg. Se sabe que el peso de su equipaje no puede exceder los 60 kg en total. Si desean llevar una maleta más, ¿cuál es el peso máximo que puede tener?
Solución:
$$10 + 12 + 11 + 14 + x \leq 60$$
$$x \leq 13$$
Respuesta: El peso máximo de la maleta adicional es 13 kg.
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScgBjkK-tiSGwqMedjcGcrx4UmJ0veVuLl8aKR0tQZ1CzLt2w/viewform?usp=sf_link
Reto 4
Leisy recibirá, como herencia, una parte de un terreno que tiene forma rectangular. Ella sabe que la parte del terreno que recibirá debe tener de perímetro como mínimo 60 m. Además, el largo debe medir 4 m más que el ancho. ¿Cuál es la medida mínima que debe tener el ancho?
Solución:
$$x + 4 = y \ \ldots 1^{\circ}$$
$$2x + 2y \geq 60 \ \ldots 2^{\circ}$$
$$2x + 2(x + 4) \geq 60$$
$$2x + 2x + 8 \geq 60$$
$$4x \geq 52$$
$$x \geq 13$$
Respuesta: El ancho del terreno debe medir, como mínimo, 13 metros.
https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScRI8hpAJUmnrFxrpyo4YOJ5TPEo59VjWDVnrZru6RSIp-vkA/viewform?usp=sf_link
Reto 5
Ximena está realizando compras en el mercado. Ella cuenta con un presupuesto de S/ 28 para comprar frutas. Si ya adquirió 3 kg de manzana, 2 kg de mandarina y 1 kg de pera. ¿Cuántos kg, como máximo, puede comprar de fresas? Utiliza los datos de la tabla.
<table>
<tr><th>Fruta</th><th>Precio por kg</th></tr>
<tr><td>Mandarina</td><td>S/ 3,50</td></tr>
<tr><td>Fresa</td><td>S/ 5</td></tr>
<tr><td>Manzana</td><td>S/ 3</td></tr>
</table>
</td>
<td>Diapositivas

Proyector

Tablets

Plumones

Pizarra

Ficha de problemas</td>
<td>65 min</td>
</tr>
</table>

	Pera | S/ 2 Solución: $3(3) + 2(3{,}5) + 1(2) + 5x \leq 28$ $9 + 7 + 2 + 5x \leq 28$ $5x \leq 28 - 18$ $5x \leq 10$ $x \leq 2$ Respuesta: Como máximo, Ximena puede llevar 2 kg de fresa. https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfFGPSAMIVyfdmaI-R8ljT90lPiTWMc19vI0chueGEvqKxGtQ/viewform?usp=sf_link **Reto 6** Guadalupe se encuentra manejando su auto en la Panamericana Sur a 67 km/h. Se sabe que el límite de velocidad es 90 km/h. ¿Cuál es el conjunto solución que representa el cambio de velocidad en la situación sin que se detenga del todo y sin que exceda el límite de velocidad? Solución: $67 + x \leq 90$ $x \leq 23$ $67 + x > 0$ $x > -67$ Respuesta: El conjunto solución es]-67; 23] https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfHTU_ITQpZYkepZPiTsbcrJRv74LLZqn-QDkiwR3NSYMwK6Q/viewform?usp=sf_link **Reto 7** Samsara es una matemática reconocida, a quien le preguntaron por su edad y ella respondió: "Soy menor que el cuadrado de 8, disminuido en 24; pero mayor que el cubo de 3, aumentado en 11. ¿Cuál es la edad de Samsara? Solución: $x < 82 - 24$ $x < 64 - 24$ $x < 40$ $33 + 11 < x$ $27 + 11 < x$ $38 < x$ Respuesta: La edad de Samsara es 39. https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSfIjc1lQPtK7Em7p4DYTc2As59Ve__ZI9hIVnVVPUVK7XmaZw/viewform?usp=sf_link Ingresan a Scratch e introducen la palabra formada con las pistas brindadas luego de resolver cada desafío. https://scratch.mit.edu/projects/868344868 Reciben retroalimentación y resuelven sus dudas.		
CIERRE	**EVALUACIÓN:** Las estudiantes son evaluadas siguiendo los criterios de la lista de cotejo (Anexo 1). **METACOGNICIÓN**: Reflexionan sobre los aprendizajes logrados durante la sesión a través de la dinámica “Los titulares”, donde las estudiantes completan la frase: *“Hoy cumplimos con la misión de …”* Reciben el agradecimiento por parte del docente por su participación.	Lista de cotejo	10 min

Anexo 1: Lista de cotejo

CRITERIO DE EVALUACIÓN	SÍ	NO
Establece inecuaciones a partir de expresiones verbales.		
Usa estrategias para resolver inecuaciones y hallar el conjunto solución de una incógnita.		
Formula afirmaciones y utiliza contraejemplos para sustentarlas.		

Anexo 5: Instrumento De Evaluación

"El mundo de la matemática"

Nombres y Apellidos: ___________________________________ Grado y Sección: ______
Docentes: Daniel Dávila / Miguel Reategui Fecha: _______________
Indicaciones: Lee atentamente cada problema, realiza un procedimiento que justifique tu respuesta.

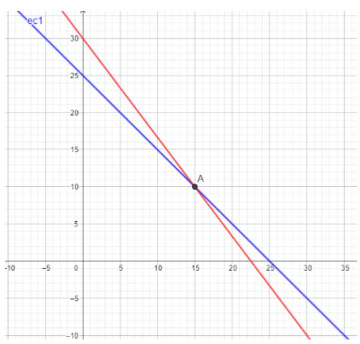
1. Por el Día de la Juventud, la tutora de tercer grado organizó un paseo a Paracas con sus estudiantes y padres de familia. En total fueron 25 personas. El costo del pasaje fue de 20 soles por adulto y 15 soles por estudiante. Se sabe que se hizo un pago total de 450 soles. Expresa la situación utilizando ecuaciones.

2. Ana y Bertha son hermanas. Ana tiene 15 años y, si duplicamos la edad de Bertha, no alcanza a igualar la edad de Ana. Expresa la relación entre sus edades de forma algebraica.

3. María está preparando una torta de forma rectangular. Uno de los lados mide 20 centímetros más que el otro. Si su área es 1500 cm^2. Expresa la situación haciendo uso de una ecuación.

4. Se tiene un terreno de forma rectangular de 150 m de largo por 80 m de ancho. Con motivo de realizar obras públicas, la Municipalidad de Lima debe disminuir el lado más largo de dicho terreno e incrementar el lado más corto una cantidad determinada de metros. Expresa el área del terreno luego de las modificaciones.

5. Los alumnos de tercer grado de secundaria decidieron vender chocotejas de pecanas y pasas. Se sabe que en la primera semana vendieron 56 chocotejas en total y obtuvieron S/ 45. La chocoteja de pecanas la vendieron en S/ 2 y la de pasas la vendieron a S/ 1,5. Por lo tanto, se formaron las siguientes ecuaciones: $x + y =$ 25; $2x + 1{,}5y = 45$. Observa las gráficas de las ecuaciones en el plano cartesiano. ¿Qué representa el punto en el que se intersectan las rectas?



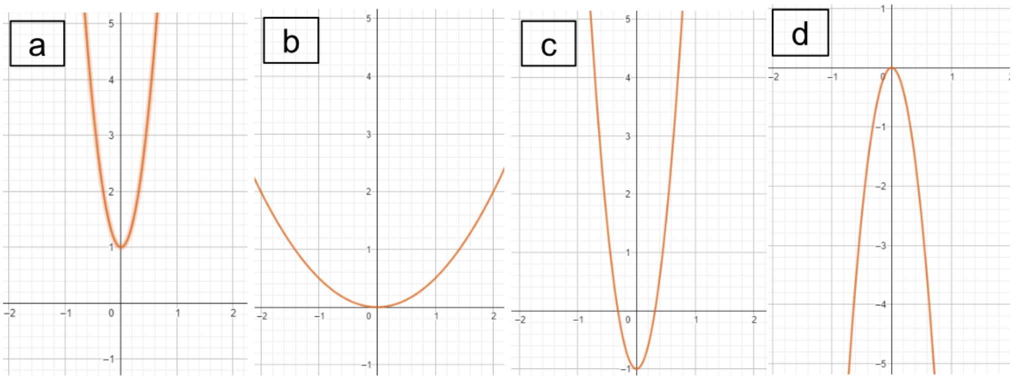
6. Relaciona las siguientes desigualdades con el conjunto solución correspondiente:

$x + 1 < 3$	◘	◘	$[3; +\infty[$
$4 < x - 2$	◘	◘	$]\infty-; 4]$
$2x \leq x + 4$	◘	◘	$[5; +\infty[$
$7 \leq x + 4$	◘	◘	$]\infty-; 2[$
$x - 2 \geq 3$	◘	◘	$]6; +\infty[$

7. Encierra en un círculo los valores que satisfacen la ecuación $x^2 + 3x - 28 = 0$

$$x = 7 \quad x = 4 \quad x = -3 \quad x = -4 \quad x = -7$$

8. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función cuadrática: $g(x) = \frac{1}{2}x^2$?

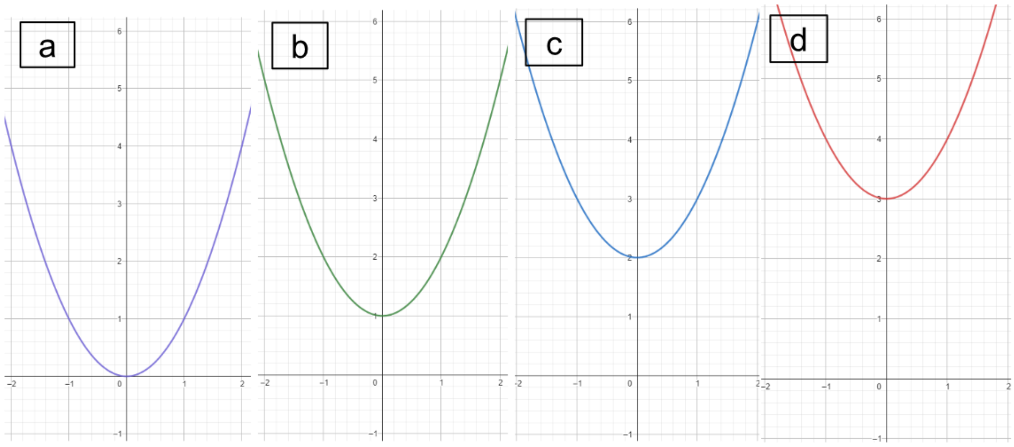


9. En una reunión de padres de familia asistieron 30 personas en total, se sabe que la diferencia entre el número de mujeres y hombres es 10. Además, asistieron más mujeres que hombres. ¿Cuántos hombres y mujeres asistieron a la reunión de padres de familia?

10. Halla el conjunto solución de la siguiente inecuación: $4x - 5 \leq x + 16$.

11. Calcula los valores que satisfacen a la siguiente ecuación: $(x+3)(x-3)=16$.

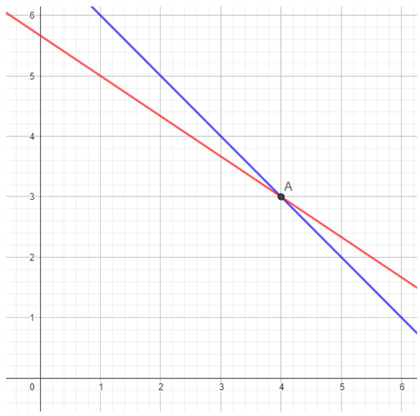
12. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa a la función $f(x)=x^2+1$? ¿Qué gráfica corresponde a la función $f(x)=x^2+2$?



13. A partir de las ecuaciones mostradas, se realizaron las siguientes gráficas.

$$x+y=7$$
$$2x+3y=17$$

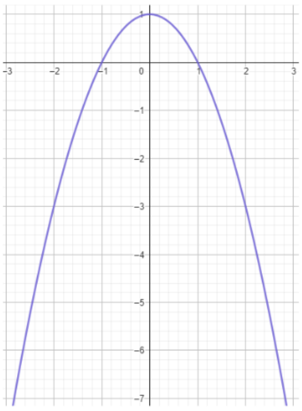
¿Qué representa el punto en el que ambas rectas se intersectan?

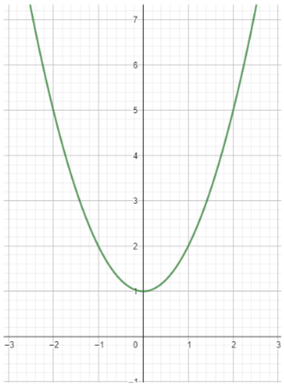


14. El conjunto solución de la inecuación $2x-3\leq x+7$ es $]-\infty;10]$ ¿cuál es el valor máximo que se le puede dar a x? Justifica con un contraejemplo.

15. Nicole tiene que medir los lados de una loza deportiva, donde uno de sus lados mide el doble que el otro y el área de la loza deportiva es de 72 m^2. Entonces, ella plantea la siguiente ecuación: $x(2x) = 72$ y obtiene dos valores que satisfacen dicha ecuación, ¿cuál de los valores crees que sea el correcto para expresar la medida de uno de sus lados? Utiliza un ejemplo para fundamentar tu respuesta.

16. Señala qué signo tiene el coeficiente de cada función según su gráfica:





_______________ _______________

Anexo 6: Link De Informe De Validez Del Instrumento De Investigación

https://docs.google.com/document/d/1nxmCPbRPTJ7CyHdkDG8hZapbX-WfcF6VyHo7usu6oH0/edit?usp=sharing

Anexo 7: Link De Informe De Confiabilidad Del Instrumento De Investigación

https://docs.google.com/document/d/1dpW-8oKulljLPSlKBl7F1RUeRBDx1Oq0/edit?usp=sharing&ouid=105528922718213785165&rtpof=true&sd=true