ESCUELA DE EDUCACIÓN SUPERIOR PEDAGÓGICA PÚBLICA MONTERRICO

PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE

TEORÍA DE LA REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA, PARA MEJORAR EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

GORDILLO BENDEZU, Rocio Esther

RAMOS CALDERON, Tamara Alexandra

ASESOR:

DÍAZ SEBASTIAN, Miguel Ángel

Lima, 2025

DECLARATORIA DE ORIGINALIDAD

Yo, Miguel Angel Diaz Sebastian, en mi calidad de asesor de tesis, del Programa de Estudios de Educación Secundaria, especialidad Matemática de la Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico, declaro que la tesis titulada: TEORÍA DE LA REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA, PARA MEJORAR EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA, de autores: Gordillo Bendezu Rocio Esther y Ramos Calderon Tamara Alexandra , tiene un **índice de similitud de 8%**, verificado mediante el software Turnitin:

GORDILLO RAMOS

TEORÍA DE LA REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA, PARA MEJORAR EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES ...

Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico

turnitin   Página 2 de 105 - Descripción general de integridad

8% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Bibliografía
- Texto citado
- Coincidencias menores (menos de 15 palabras)

Fuentes principales

7% Fuentes de Internet
0% Publicaciones
5% Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Por tanto, en mi condición de asesor, firmo el presente documento en señal de conformidad, indicando que el porcentaje obtenido está dentro del valor de similitud aceptado, cumpliendo así con los requerimientos establecidos por la norma vigente.

____
Nombre completo del Asesor
DNI: 10497165
ORCID: 0009-0000-4195-2399

Lima 24 de noviembre de 2025

INDICE

RESUMEN

La investigación tuvo como eje central responder a una necesidad concreta que afecta a numerosos estudiantes: la dificultad para comprender y aplicar conceptos algebraicos. De aquí, se plantearon tres objetivos específicos: comprobar si la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual, contextual y simbólico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una institución educativa pública. El marco teórico se fundamentó en los aportes de Luis Radford, respecto a los niveles del pensamiento algebraico, y en la teoría de los registros de representación semiótica de Raymond Duval. El estudio adoptó un enfoque cuantitativo con diseño preexperimental. La intervención consistió en una secuencia de doce sesiones centradas en el uso pedagógico de registros semióticos. Para evaluar el impacto de la propuesta, se aplicó un cuestionario antes y después de la intervención realizado a 23 estudiantes. Finalmente, se concluye que la incorporación de diversos registros semióticos (gráficos, simbólicos, verbales y gestuales) favorece significativamente el desarrollo progresivo del pensamiento algebraico. Asimismo, el rol del docente como mediador en la transición entre registros y facilitador del conocimiento resulta determinante. A su vez, se proponen recomendaciones para futuras investigaciones relacionadas con el uso de las representaciones semióticas.

Palabras Clave: Pensamiento, Pensamiento algebraico, Pensamiento Factual, Pensamiento Contextual, Pensamiento Simbólico, Representaciones Semióticas, Registros de representación.

ABSTRACT

The research aimed to address a concrete need that affects numerous students: the difficulty in understanding and applying algebraic concepts. Three specific objectives were established: to determine whether the theory of semiotic representation improves factual, contextual, and symbolic algebraic thinking in second-grade secondary students from a public educational institution. The theoretical framework was based on the contributions of Luis Radford regarding levels of algebraic thinking and Raymond Duval's theory of semiotic representation registers. The study adopted a quantitative approach with a pre-experimental design. The intervention consisted of a sequence of fifteen sessions focused on the pedagogical use of semiotic registers. To assess the impact of the proposal, a questionnaire was administered before and after the intervention to a group of 23 students. It is concluded that the incorporation of various semiotic registers (graphical, symbolic, verbal, and gestural) significantly favors the progressive development of algebraic thinking. Likewise, the teacher's role as a mediator in the transition between registers and as a facilitator of knowledge is crucial. Recommendations are proposed for future research related to the didactic use of semiotic representations.

***Keywords*:** Thinking, Algebraic thinking, Factual thinking, Contextual thinking, Symbolic thinking, Semiotic representations, Representation registers.

INTRODUCCIÓN

Durante la práctica discontinua, se ha observado una problemática significativa en el desarrollo del pensamiento algebraico por parte de los estudiantes. La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria enfrenta grandes desafíos, especialmente porque los estudiantes tienen dificultades para entender y aplicar conceptos fundamentales. Estudios como el examen Programa para la Evaluación Internacional de los estudiantes (PISA) de 2022 y la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) de 2019 muestran que muchos estudiantes tienen problemas al hacer la transición de la manipulación de números concretos a símbolos abstractos interpretación ya que a menudo asumen que las letras en el álgebra representan objetos o números específicos, en lugar de comprender que son variables que pueden tomar diferentes valores.

Con base en esta problemática, el objetivo de esta investigación es comprobar si la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo de secundaria de una escuela pública, la cual se estructura en seis capítulos. Desde el enfoque teórico, el estudio se apoya en las contribuciones de Luis Radford en la cual propone que este tipo de pensamiento no surge de manera espontánea, sino que transita por fases específicas como la factual, contextual y simbólico. Asimismo, como solución a esta problemática se menciona a la teoría de Raymond Duval. En cuanto a la dimensión metodológica este estudio adopta un enfoque cuantitativo con diseño preexperimental, con una intervención didáctica de doce sesiones centradas en el uso pedagógico de las representaciones semióticas. Se aplicará un cuestionario como instrumento de evaluación antes y después de la propuesta para medir el impacto real en el pensamiento algebraico de los estudiantes. La población está compuesta por los estudiantes de segundo grado de una IE Pública, y la muestra seleccionada corresponde a 23 estudiantes.

El Capítulo I aborda el planteamiento del problema que motivó esta investigación, seguido de la justificación y las preguntas específicas. En el capítulo II, se analizan los antecedentes de estudio y se proporcionan los fundamentos sobre la teoría del pensamiento algebraico y la representación semiótica. En el Capítulo III, se describe el marco metodológico se presentan los objetivos, las hipótesis y las variables del estudio. También se detalla la población, la muestra, el instrumento utilizado, la matriz del instrumento y la matriz de calificación. En el Capítulo IV se describe los resultados y la discusión seguido de los anexos y propuesta de intervención. El capítulo V aborda las conclusiones que se han realizado para esta investigación y finalmente el capítulo VI describe las recomendaciones.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A nivel mundial, diversas investigaciones y organismos internacionales han identificado problemáticas significativas relacionadas con el desarrollo insuficiente del pensamiento algebraico en los estudiantes. Estas problemáticas se reflejan en bajos niveles de rendimiento en matemáticas y en las dificultades que enfrentan los estudiantes al transitar hacia conceptos más abstractos (Acosta et al. (2022); Kaput (2008); Coz y Castillo (2019); Jaramillo (2021); Duval (2004)).

Esta investigación se desarrolló bajo la línea de Innovación y Didáctica, propuesta por la Escuela Superior de Educación Pública Pedagógica Monterrico (EESPPM). Dicha línea temática orienta sus esfuerzos a fomentar propuestas pedagógicas creativas y transformadoras que contribuyan a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En un artículo de Acosta et al. (2022) se menciona que María Blanton y otros investigadores del Technical Education Research Centers de Estados Unidos (TERC), que traducido al español significa “Centros de Investigación en Educación Técnica de EE. UU.”, detectaron que muchos estudiantes llegaban a la educación secundaria con serias dificultades para comprender conceptos algebraicos como la comprensión del uso de variables, la generalización de patrones o el razonamiento funcional. A partir de sus investigaciones, concluyeron que estos problemas no se debían exclusivamente a una falta de “madurez cognitiva”, como se pensaba tradicionalmente, sino que eran consecuencia de una escasa exposición sistemática al pensamiento algebraico desde la educación primaria.

Partiendo de estos hallazgos, un gran referente como James J. Kaput, también de los Estados Unidos, abordó esta problemática en su obra *Algebra in The Early Grades* (2008), coeditada con David W. Carraher y María L. Blanton. En ella, se afirma que los niños, al llegar a la escuela, ya han desarrollado capacidades para comprender los mundos en los que habitan: el mundo material de los objetos, el mundo mental de las imágenes, el mundo simbólico del lenguaje y el mundo social de las prácticas.

En esa misma línea de pensamiento, en el capítulo 3 de su obra, Kaput sostiene que el reto de la enseñanza consiste en lograr que los estudiantes utilicen y desarrollen estas capacidades. El pensamiento algebraico, en este contexto, se manifiesta cuando se aplican dichas capacidades al ámbito de los números y las relaciones. Si no se estimula desde edades tempranas, podrían surgir dificultades en etapas posteriores.

Kaput, para enfrentar esta situación, propone introducir el pensamiento algebraico desde los primeros grados escolares. Su propuesta busca dar coherencia y profundidad al currículo de matemáticas en su país, evitando cursos de álgebra superficiales que no favorecen una comprensión sólida de los conceptos. Asimismo, plantea revisar la manera en que se enseña el álgebra, haciéndola más accesible para todos los estudiantes, sin importar su contexto social, económico o educativo. A su vez, sugiere brindar oportunidades para aplicar el álgebra en situaciones reales y significativas para los estudiantes.

Por consiguiente, respalda la idea de reorganizar el currículo de matemáticas, en la que se incorpore el pensamiento algebraico desde los primeros niveles de la educación básica. Esto permitiría prevenir las dificultades que se derivan de una introducción tardía y, a la vez, promover una enseñanza de las matemáticas más equitativa y efectiva.

En concordancia con esta preocupación a nivel internacional, el análisis curricular del Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE 2019), realizado por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), advierte que un porcentaje significativo de estudiantes de tercer y sexto grado en América Latina no alcanzan los niveles esperados en matemáticas. Dicho estudio, que evalúa aprendizajes en lectura, escritura y matemática, muestra que, de un total de 4 niveles, en sexto grado de matemática, el 25,9 % de los estudiantes peruanos alcanzó el Nivel III de desempeño, y solo el 13 % logró consolidarse en el Nivel IV. Además, en el informe titulado ¿Qué se espera que aprendan los estudiantes de América Latina y el Caribe?, se evidencia que los currículos de la región aún presentan una incorporación limitada de contenidos que promuevan el pensamiento algebraico en los primeros niveles de la educación básica.

Complementando este diagnóstico, el informe del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA 2022) señala que solo el 46 % de los estudiantes de 15 años alcanzaron el nivel básico de competencia matemática. Esto implica que más de la mitad de los estudiantes evaluados no posee las habilidades necesarias para aplicar conceptos matemáticos en contextos reales, incluyendo el pensamiento algebraico. En este sentido, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), entidad responsable del diseño y análisis de las pruebas PISA, resalta que las matemáticas deben enseñar más que contenidos teóricos. Es fundamental que los estudiantes sean capaces de aplicar lo aprendido con autonomía y confianza, tanto en su vida cotidiana como en el ámbito laboral (OECD, 2024, p. 17). En consonancia con ello, el álgebra brinda herramientas esenciales para representar situaciones de cambio, formular incógnitas y resolver problemas mediante métodos generalizables. El currículo internacional también subraya el valor del álgebra como parte fundamental del conocimiento en cualquier sistema educativo (OECD, 2024, p. 157), y reconoce que el pensamiento algebraico es clave para que los estudiantes puedan enfrentar los desafíos de una sociedad donde la información, los datos y la tecnología tienen un papel cada vez más importante (OECD, 2024, p. 167).

El desarrollo del pensamiento algebraico es esencial para que los estudiantes comprendan, apliquen y transfieran el conocimiento matemático a diversas situaciones. Este tipo de pensamiento no se limita al uso de letras o símbolos, sino que implica identificar relaciones, representar transformaciones y razonar con base en estructuras abstractas. Desde una perspectiva teórica, la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (1990) plantea que aprender álgebra va más allá de memorizar reglas: se trata de construir esquemas de acción que orienten la resolución de problemas, integrando conocimientos implícitos denominados invariantes operatorios. Estos invariantes, que pueden ser tanto conceptos como teoremas, guían las acciones del estudiante sin necesidad de verbalizarlos.

Según el autor, “la fiabilidad del esquema para el sujeto reposa en último término sobre el conocimiento que él tiene, explícito o implícito, de las relaciones entre el algoritmo y las características del problema a resolver” (Vergnaud, 1990, p. 137).

Es decir, los estudiantes deben saber no solo qué hacer, sino también por qué lo hacen, en qué casos lo hacen y qué significado tiene.

En coherencia con lo anterior, el pensamiento algebraico también impulsa la representación simbólica y el uso del lenguaje matemático como herramientas para conceptualizar. Las expresiones algebraicas no se utilizan únicamente para obtener resultados, sino que permiten a los estudiantes visualizar lo abstracto, representar ideas complejas y manipularlas. Como sostiene Vergnaud, “la invariancia del significante contribuye a la mejor identificación del significado y a su transformación en objeto de pensamiento” (1990, p. 164). Esto es especialmente relevante al abordar conceptos clave como igualdad, variable, función o proporcionalidad, que se encuentran presentes en múltiples áreas de las matemáticas.

Estas limitaciones teóricas también se reflejan en los datos empíricos. La Evaluación Nacional de Logros de Aprendizaje (ENLA 2024), realizada por la Unidad de Medición de la Calidad (UMC) del Ministerio de Educación, evaluó a estudiantes de 4° grado de primaria de manera censal y a los de 6° grado de forma muestral. En esta última evaluación, solo el 13,7 % alcanzó el nivel de desempeño satisfactorio y el 29,2 % se ubicó en proceso, lo que implica que el 57,1 % de los estudiantes evaluados no logró los aprendizajes esperados.

En esta misma línea, la Evaluación Censal de Estudiantes (ECE) de 2019 reveló una preocupante situación en el rendimiento en matemática. Según el informe entregado a docentes, el 33,2 % de los estudiantes presentaba dificultades para convertir enunciados en expresiones numéricas o algebraicas, así como para establecer relaciones entre los datos y condiciones de las situaciones planteadas. Muchos se limitaban a usar solo dos datos numéricos, lo que reflejaba una mala interpretación de los enunciados. Además, el 50 % tenía dificultades para comprender las relaciones entre cantidades y las condiciones de los problemas.

Uno de los factores estructurales que contribuyen a esta situación ha sido identificado por Coz y Castillo (2019), quienes señalan que la introducción del álgebra en el currículo escolar ocurre demasiado tarde, usualmente al llegar a la educación secundaria. Este retraso limita la comprensión, ya que los estudiantes no han tenido la oportunidad de familiarizarse desde pequeños con ideas como patrones, relaciones o símbolos. Los autores afirman que este retraso en el desarrollo del pensamiento algebraico genera obstáculos significativos y proponen iniciarlo desde la educación primaria. En sus hallazgos, se evidenció que aproximadamente el 90 % de los estudiantes resolvía ejercicios sin aplicar pensamiento algebraico, lo cual revela una carencia profunda en esta área. Además, enfatizan que el pensamiento algebraico no debe reducirse al uso de letras o fórmulas, ya que se trata de una forma de razonamiento que permite identificar regularidades, generalizar situaciones y resolver problemas de manera lógica. Lo describen como “el alma de las matemáticas”, destacando que su desarrollo temprano contribuye a que los estudiantes construyan una comprensión más estructurada y significativa de los contenidos. Por ello, proponen que el álgebra no se enseñe de forma aislada en secundaria, sino que se incorpore desde primaria mediante actividades que promuevan la observación, comparación, representación y resolución de problemas de forma sistemática.

Profundizando en el contexto peruano, diversas investigaciones han evidenciado serias dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Jaramillo (2021), por ejemplo, evaluó el nivel de logro en la competencia de resolución de problemas relacionados con regularidad, equivalencia y cambio, y encontró que el 80 % de los estudiantes peruanos se ubican en el nivel más bajo de desempeño. Este resultado refleja una limitación importante en su capacidad para reconocer patrones, establecer relaciones entre cantidades y comprender transformaciones, habilidades clave para el pensamiento algebraico.

En esta misma línea, Kaput (2008) argumenta que el pensamiento algebraico se construye a partir de la identificación de regularidades, la formulación de generalizaciones y el uso del razonamiento en diversas situaciones.

Por tanto, los bajos niveles de logro en esta competencia no solo evidencian una dificultad en contenidos específicos, sino también en el desarrollo de un pensamiento matemático más profundo y flexible.

Considerando las dificultades señaladas en el desarrollo del pensamiento algebraico, tanto a nivel conceptual como en la práctica escolar, se vuelve necesario replantear las estrategias de enseñanza que se aplican en el aula. En este contexto, la teoría de los registros de representación semiótica de Duval ofrece un marco sólido para abordar esta problemática, ya que promueve la comprensión profunda de los conceptos matemáticos mediante la articulación entre diferentes formas de representación: simbólica, verbal y gráfica. A partir de esta perspectiva, la presente investigación propone implementar una intervención didáctica que utilice esta teoría como eje central, con el objetivo de mejorar el pensamiento algebraico de los estudiantes de segundo grado de secundaria. Como señala Duval (2004), "comprender un concepto matemático requiere al menos dos representaciones semióticas diferentes y la posibilidad de pasar de una a otra" (p. 11), lo cual evidencia que la competencia matemática no se construye en un solo registro, sino en la capacidad de coordinar múltiples formas de representación. De este modo, se busca favorecer una comprensión más significativa y duradera del pensamiento algebraico, al permitir que los estudiantes construyan conexiones entre diversas representaciones, desarrollen razonamientos flexibles y resuelvan problemas con mayor autonomía y sentido.

Para esta investigación la justificación teórica, se apoya en las contribuciones de Luis Radford, quien es el autor principal considerado para comprender cómo se desarrolla el pensamiento algebraico en los estudiantes. Radford (2006, 2010) propone que este tipo de pensamiento no surge de manera espontánea, sino que transita por fases específicas: una etapa factual basada en el reconocimiento de patrones, una etapa contextual que da sentido a las regularidades, y una etapa simbólica que introduce el lenguaje algebraico formal. Su enfoque pone énfasis en los procesos de generalización y en la construcción del significado matemático más allá del uso mecánico de símbolos.

Ahora bien, para abordar el problema detectado las dificultades persistentes en el pensamiento algebraico, se propone como estrategia de solución didáctica la aplicación de la teoría de las representaciones semióticas de Raymond Duval. Este autor plantea que para que el conocimiento matemático se construya verdaderamente, los estudiantes deben ser capaces de operar con distintos tipos de representaciones (simbólicas, gráficas, verbales, numéricas) y, sobre todo, de realizar conversiones entre ellas. El obstáculo no está solo en entender una fórmula, sino en poder relacionarla con su significado, con un gráfico, una tabla o una situación concreta. Así, la propuesta metodológica de este estudio se enfoca en integrar dichas representaciones de manera intencional y estructurada en las sesiones de aprendizaje, con la finalidad de facilitar el acceso de los estudiantes al pensamiento algebraico. Para ello, se aplicó la técnica de la encuesta y como instrumento el cuestionario tanto como para pre-test y pos-test.

En el plano práctico, las evidencias son claras. Diversas evaluaciones nacionales e internacionales, como la ECE o la prueba PISA, muestran que los estudiantes peruanos de secundaria no alcanzan niveles satisfactorios en pensamiento algebraico. Esta deficiencia no solo afecta su rendimiento en el área de Matemática, sino que también limita sus oportunidades futuras en estudios que exijan habilidades analíticas más complejas. Frente a ello, esta investigación busca no solo confirmar un problema ya diagnosticado, sino también ofrecer una alternativa concreta y fundamentada que pueda ser replicable en otros contextos similares. Se espera que los docentes encuentren en esta propuesta una forma más efectiva de abordar el álgebra, partiendo desde el significado y no solo desde la fórmula.

Esta investigación, titulada "Teoría de las representaciones semióticas para mejorar el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria", responde a una necesidad muy concreta que afecta a miles de estudiantes: la dificultad para comprender y aplicar conceptos algebraicos. En el aula, esto se traduce en inseguridad, errores frecuentes, y una desconexión entre los procedimientos que se enseñan y su sentido matemático. El pensamiento algebraico, lejos de ser solo un contenido más, es una capacidad fundamental que abre el camino hacia formas superiores de razonamiento lógico y generalización. Por ello, esta investigación se plantea como una oportunidad para aportar una solución pedagógica viable, contextualizada y teóricamente sustentada.

Durante el desarrollo de esta investigación, se identificaron tres indicadores relevantes del problema. Primero, se observó que los estudiantes presentan dificultades para interpretar expresiones algebraicas, lo que limita su resolución de problemas. Además, las evaluaciones nacionales e internacionales, como la ECE y el ERCE, evidencian bajos logros en pensamiento algebraico (MINEDU, 2022; UNESCO, 2020). Finalmente, docentes del área reportan que los estudiantes no comprenden los símbolos ni logran relacionar distintas representaciones, lo cual genera confusión y desinterés en la asignatura (Duval, 2006; Radford, 2014).

Después de lo expuesto y en atención a la problemática descrita, en nuestra investigación se plantea la siguiente pregunta: ¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria?

A partir de esta interrogante surgen las siguientes preguntas específicas:

- ¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual en estudiantes de segundo grado de secundaria?
- ¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual en estudiantes de segundo grado de secundaria?
- ¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico simbólico en estudiantes de segundo grado de secundaria?

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO-CONCEPTUAL

En este capítulo, se menciona los antecedentes y los fundamentos teóricos del pensamiento algebraico y la teoría de Registros de Representación Semiótica.

2.1. Antecedentes de estudio

La investigación española de Pérez (2022) titulada "*Pensamiento algebraico, conocimiento y actividades basadas en patrones para la transición de primaria a secundaria*", cuyo objetivo principal fue comprender las dificultades que enfrentan los estudiantes al pasar de un pensamiento aritmético a un pensamiento algebraico y ofrecer recursos que puedan ser útiles en la enseñanza, para que de esta manera se pueda prevenir errores en las actividades de razonamiento algebraico. Respecto a la metodología utilizada presentó un enfoque cualitativo, que recoge los resultados de estudiantes desde 5º de Primaria hasta 4º de Secundaria a una propuesta de actividades que involucran la generalización de patrones. El estudio concluyó que para comprender la complejidad del pensamiento algebraico debe de haber una secuencia didáctica de tareas que se ajuste a las necesidades del estudiante y que esté enfocada a superar las dificultades encontradas.

En cuanto a las similitudes, tanto la presente investigación como la revisada, se alinea en la creación de propuestas educativas didácticas, fundamentadas en el desarrollo del pensamiento algebraico.

Asimismo, se considera la investigación mexicana de Ramos y Aké (2024), en su artículo "Pensamiento algebraico a través de la generalización de patrones. Un estudio de caso con estudiantes de bachillerato", en la cual plantearon como objetivo presentar las características del pensamiento algebraico de estudiantes de bachillerato ante la resolución de una tarea sobre generalización de patrones lineales. Presentó una metodología cualitativa basada en el estudio de casos que fue desarrollada con dos estudiantes de bachillerato. Como resultado se aprecia que los estudiantes utilizaron principalmente las estrategias recursivas y explícitas. En el caso del estudiante A, se identificó la dificultad en la declaración y denotación de las variables y el tratamiento algebraico. En cuanto al estudiante B, presentó menos dificultades para resolver algebraicamente la tarea.

En cuanto a las similitudes, tanto el estudio desarrollado como la investigación revisada favorece la necesidad de utilizar variables para expresar las condiciones de la situación, por lo que puede propiciar un sentido a la articulación de la aritmética y el álgebra, fundamentadas en el desarrollo del pensamiento algebraico.

La investigación de Flores Sánchez (2023), titulada "*Una ruta hacia el pensamiento algebraico en estudiantes de secundaria a través de la visualización de secuencias figurales dinámicas*", realizado en el Instituto Politécnico Nacional, explora cómo la visualización de patrones mediante GeoGebra pudo facilitar el aprendizaje del álgebra en secundaria. Enfocada en un estudio de caso, la investigación analizó el progreso de dos estudiantes al trabajar con actividades diseñadas para que identifiquen, expresen, registren y validen patrones, etapas basadas en la teoría de Mason et al. sobre el desarrollo del pensamiento algebraico. Para ello, Flores realizó seis sesiones de actividades visuales en GeoGebra, que permitieron a los estudiantes interactuar con secuencias figurales y observar patrones de manera dinámica. Durante el proceso, se recolectaron hojas de trabajo y grabaciones de pantalla para analizar el progreso y las dificultades de los estudiantes en cada etapa del aprendizaje algebraico. Los resultados revelaron que la visualización a través de GeoGebra fue especialmente útil en las primeras etapas de aprendizaje, permitiendo a los estudiantes ver y expresar patrones con mayor facilidad.

Uno de los estudiantes avanzó hasta la etapa final de validación en la mayoría de las actividades, mientras que el otro se quedó en la fase de expresión de patrones. Estos hallazgos destacan cómo el uso de tecnología visual puede mejorar la comprensión de conceptos algebraicos, aunque algunos estudiantes pueden necesitar más apoyo en la transición a representaciones simbólicas.

En cuanto a las similitudes, tanto la presente investigación como la revisada, se enfocan en el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de secundaria, reconociendo la necesidad de generar estrategias que permitan superar las dificultades que suelen presentarse en esta etapa formativa.

Por último, la investigación española de Narváez (2024), titulada "*Generalización y mediación en primeros cursos de educación primaria en un contexto de pensamiento funcional como aproximación al pensamiento algebraico*", en la cual abordó el pensamiento funcional como un componente clave del pensamiento algebraico, siendo su principal objetivo analizar y describir el proceso de generalización en estudiantes de educación primaria, destacando así la mediación del investigador-docente por el rol que asumió en su aplicación en estudiantes de segundo y cuarto de primaria.

En cuanto a las similitudes, tanto la investigación de Narváez como la indagación realizada consideran que la interacción pedagógica entre estudiantes y docente desde la etapa primaria mejora el pensamiento algebraico y permite adquirir conocimientos sobre el Early Algebra. En este proceso se observó el potencial de los estudiantes para enriquecer la enseñanza de las matemáticas.

En el contexto nacional, la investigación de Ramos (2022), titulada "*Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno*", cuya metodología fue de enfoque cuantitativo, tipo aplicada, nivel descriptivo y estuvo enmarcada en un diseño preexperimental, la técnica fue la evaluación pedagógica y la muestra se conformó de 50 estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno. Se utilizó una prueba pedagógica al principio y al final del proceso para cumplir los objetivos del estudio, aplicándose cuatro intervenciones utilizando el método ABP y aprendizajes basados en el socio constructivismo. En la cual se concluye que, es posible desarrollar los niveles de pensamiento algebraico en los estudiantes a través de estrategias de enseñanza – aprendizaje novedosas y constantes.

En cuanto a las similitudes, ambas investigaciones coinciden en diseñar una propuesta lo más didáctica y dinámica posible, enfatizando las actividades cognitivas propias del desarrollo del pensamiento algebraico.

Asimismo, se considera a Iparraguirre (2021), cuya investigación se titula "*Representaciones semióticas de inecuaciones lineales: Una propuesta didáctica* *para tercer grado de educación secundaria*". Su objetivo fue analizar si una propuesta didáctica basada en esta teoría favorece la movilización de la noción sobre inecuaciones lineales. La investigación fue realizada bajo un enfoque cualitativo descriptivo, ya que se realiza una descripción de los registros de representación semiótica de los estudiantes sobre la movilización del objeto matemático inecuaciones lineales. Presentó un diseño experimental aplicada a una propuesta didáctica con 10 ítems, concluyendo que, dicha propuesta desarrolla significativamente y de manera positiva en la enseñanza y aprendizaje de las inecuaciones lineales por medio de actividades que favorezcan transitar por diferentes representaciones semióticas del objeto matemático inecuaciones lineales.

En cuanto a las similitudes, tanto la investigación realizada en contraste con lo revisado coincide en crear o diseñar una propuesta que sea lo más didáctica y dinámica posible, enfatizando en las actividades cognitivas que posee la teoría de Registros de representación Semiótica.

En la misma línea, se menciona la tesis de Cribillero (2021), titulada "*Transformaciones en las representaciones semióticas de la semejanza de triángulos en estudiantes de 4to año de secundaria mediado por GeoGebra*", tuvo como propósito analizar cómo comprenden los estudiantes de cuarto año de secundaria, entre 14 y 16 años, la noción de semejanza de triángulos al resolver situaciones geométricas mediante actividades diseñadas en un ambiente de representaciones dinámicas (ARD) utilizando el software GeoGebra. El estudio se desarrolló en un colegio privado de Lima, Perú, bajo un enfoque cualitativo de tipo descriptivo, centrado en documentar las interacciones, actitudes y formas de razonamiento de los estudiantes frente a las tareas propuestas. La muestra estuvo conformada por cuatro estudiantes, organizados en dos equipos, quienes participaron de forma remota a través de la plataforma Zoom, dadas las restricciones por la pandemia. El instrumento principal fue una secuencia didáctica compuesta por tres actividades elaboradas en GeoGebra y complementadas con fichas en formato Word, con el fin de promover la movilización de los conocimientos a través de los registros de representación semiótica, en particular los registros verbal, algebraico y figural dinámico. Entre los hallazgos más relevantes, se identificó que los estudiantes lograron movilizar sus conocimientos sobre la semejanza de triángulos al emplear con eficacia las representaciones semióticas y sus respectivas transformaciones. Además, se evidenció que la manipulación directa de figuras en GeoGebra facilitó la comprensión de las propiedades invariantes de la semejanza, especialmente la proporcionalidad entre lados. No obstante, también se observaron dificultades persistentes, como la confusión entre los conceptos de congruencia e igualdad de ángulos, así como limitaciones en la aplicación del criterio lado-ángulo-lado (LAL), atribuibles a la escasa familiaridad con tareas que involucraban constantes de proporcionalidad no enteras.

Este estudio se vincula con la presente investigación al evidenciar cómo el uso intencionado de las representaciones semióticas, mediado por herramientas tecnológicas, favorece una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, en este caso, vinculados a la geometría.

Por otro lado, los investigadores Marco Acuña Castillo y Juan Percuvich Bendezu (2023), llevaron a cabo un estudio titulado *“Influencia de la representación semiótica en el aprendizaje de ecuaciones lineales en estudiantes del tercer grado de secundaria en Huancavelica*”. Esta investigación tuvo como objetivo principal analizar si el uso de representaciones semióticas podía mejorar el aprendizaje de ecuaciones lineales en estudiantes de secundaria que viven en una zona rural del departamento de Huancavelica. Para ello, los autores aplicaron una metodología de tipo aplicada y nivel explicativo, empleando un diseño pre-experimental que permitió comparar el rendimiento de los estudiantes antes y después de una intervención didáctica basada en la teoría de Raymond Duval. La muestra estuvo conformada por 24 estudiantes del tercer grado de secundaria, seleccionados a través de un muestreo no probabilístico, quienes participaron activamente en sesiones de enseñanza que promovieron el uso de distintos registros de representación (como gráficos, lenguaje verbal, simbólico, entre otros). Para recoger la información, se utilizó un cuestionario validado por expertos, compuesto por 12 ítems que evaluaban tres dimensiones clave: formación, tratamiento y conversión de las representaciones semióticas. Tras el análisis estadístico con la prueba de Wilcoxon, se evidenció una mejora significativa en el rendimiento de los estudiantes, ya que sus puntajes en el post-test aumentaron considerablemente en comparación con los del pre-test. En resumen, este estudio demostró que las representaciones múltiples no solo fortalecen la comprensión simbólica de las matemáticas, sino que también favorecen el desarrollo del pensamiento algebraico desde etapas tempranas de la secundaria, especialmente en contenidos como las ecuaciones lineales.

2.2. Pensamiento Algebraico

2.2.1 Definición de pensamiento

Bajo la tradición Vygotskiana, el pensamiento no se considera una operación aislada del individuo, sino una actividad integradora que se erige a partir del lenguaje interno y externo. Según Lozada et al. (2022), el pensamiento surge como una construcción sociocultural—mediado por el uso del lenguaje—que se internaliza a través de la interacción y que contribuye a la conciencia y el desarrollo psíquico.

Según Su y Kan (2024), el pensamiento es un proceso cognitivo sofisticado que inicia con la percepción y sensaciones, y se sostiene mediante operaciones intelectuales como el análisis, la síntesis, la abstracción y la generalización, utilizando el conocimiento almacenado como medio para comprender la esencia y las relaciones internas de los objetos.

2.2.2 El Pensamiento concebido desde el enfoque de la neurociencia

En los últimos años este enfoque y el cómo está relacionado con el pensamiento está tomando protagonismo en el sector educativo, formando así aportes importantes a la neuroeducación. En ese mismo ámbito, la neuroeducación ha emergido como un campo interdisciplinario, en el cual se está integrando conocimientos de la neurociencia, la psicología y la pedagogía para así poder optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, empleando estrategias basadas en el cerebro. Para ello, lo que se busca es facilitar la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos. (Mora 2013, citado por Albuja et. al, 2024).

La neurociencia no debe ser considerada como una disciplina, al contrario, es un conjunto de ciencias en el cual el sujeto de investigación es el sistema nervioso en la cual plasma cómo se relacionan la conducta y el aprendizaje. (Bullón 2020, citado por Cerna 2025).

Por otro lado, Andrade y Pacciota (2023) mencionan que ”La neuroeducación es una innovadora perspectiva educativa, cuyo objetivo es absorber los conocimientos acerca del funcionamiento del cerebro con el fin de mejorar los procesos de aprendizaje”.

De la Parra (2020) considera que un educador debe comprender a la neurociencia como una manera de concebir al cerebro integralmente, desde su estructura hasta los procesos de registro y conservación de la información, para utilizar luego este conocimiento en experiencias educativas en el aula.

Precisamente desde este enfoque, el pensamiento se entiende como una actividad cognitiva compleja que emerge de la interacción dinámica entre distintas áreas cerebrales, permitiendo procesar, interpretar y generar información. Desde esta perspectiva para esta investigación se considera que el pensamiento no es un proceso aislado, sino una construcción multisensorial, influida por factores emocionales, atencionales y de memoria. En ese sentido, cuando se trata de un pensamiento lógico matemático, creativo, crítico o reflexivo, cada uno de ellos va a implicar diferentes procesos mentales y por ende distintas estrategias para poder abordarlas.

2.2.3 Definición del pensamiento matemático

El pensamiento matemático es una forma de razonamiento empleada por los matemáticos profesionales para abordar y solucionar problemas en diversos contextos, como situaciones de la vida diaria, ámbitos científicos y el propio campo de las matemáticas. En el contexto educativo, desarrollar el pensamiento matemático permite que los estudiantes no solo resuelvan ejercicios, sino que comprendan, analicen y transfieran estrategias a diferentes situaciones. Esto favorece una comprensión profunda de las matemáticas y contribuye al desarrollo del pensamiento crítico y lógico. Asimismo, este tipo de pensamiento suele ser lógico, analítico y cuantitativo, involucra la aplicación de estrategias poco convencionales, lo que conlleva el uso de razonamientos innovadores o creativos, característicos de un pensamiento metafórico y original. (López 2019, p.14 citado por Olivera 2023).

Por otro lado, en la resolución de problemas, el pensamiento matemático promueve en los estudiantes un constante análisis y comparación entre sus ideas y las posibles soluciones planteadas ante una situación determinada, lo que favorece la autogestión y organización de su propio aprendizaje. (Bosch 2012, p.70 citado por Rosero y Ardila 2022).

Según zapatera (2022), el pensamiento matemático es la base para el desarrollo del pensamiento algebraico, ya que implica reconocer patrones, formular generalizaciones y utilizar símbolos para representar relaciones entre cantidades.

En tal sentido, revisando el Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB), para esta investigación se considera que el pensamiento matemático se promueve a través de la estructura de competencias específicas en el área de matemática, las cuales orientan el desarrollo de habilidades cognitivas y resolutivas. Este enfoque se refleja en materiales educativos, fichas didácticas y concursos internos o externos como la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática, cuyo objetivo principal es desarrollar el pensamiento lógico y la resolución de problemas complejos en los estudiantes.

2.2.4 Definición de álgebra

Es una rama de la matemática que se ocupa del uso de letras y otros símbolos específicos para representar cantidades o elementos. Esta disciplina permite plantear y resolver situaciones matemáticas mediante la utilización de símbolos, letras y números que representan objetos, conceptos o conjuntos. A través de esta representación simbólica, se facilita la formulación de ecuaciones que integran valores desconocidos, denominados incógnitas, lo cual hace posible el desarrollo y análisis de dichas expresiones algebraicas. (Galdós 2002 citado por Ramos 2022, p.29-30).

El álgebra puede entenderse como una modalidad de pensamiento orientada a la comprensión y explicación de relaciones. Desde esta perspectiva, el desarrollo del pensamiento algebraico en las etapas iniciales no debe limitarse a la enseñanza de expresiones simbólicas ya establecidas, sino que debe centrarse en actividades que promuevan el análisis de relaciones entre cantidades, el reconocimiento de estructuras, la exploración de cambios, la generalización de patrones, la resolución de problemas, la modelización de situaciones, la argumentación, la verificación de ideas y la formulación de predicciones. (Kieran, 2004, p. 149 citado por Zapatera (2022).

En tal sentido, para esta investigación el álgebra es una herramienta matemática que ayuda a los estudiantes a representar y resolver situaciones utilizando letras (variables), números y operaciones. A través de su aprendizaje, comienzan a identificar patrones, formular reglas generales y comprender relaciones entre cantidades, lo que va a fortalecer su pensamiento lógico matemático permitiéndole avanzar hacia un pensamiento algebraico más abstracto y estructurado.

2.2.5 Definición del álgebra temprana

Los antecedentes de la propuesta de álgebra temprana se vinculan a un grupo de investigadores que plantearon un currículo matemático orientado a promover, desde los primeros años de escolaridad, el desarrollo de la capacidad de generalización en el pensamiento de los niños, como fundamento para la construcción del pensamiento algebraico. Además, dicha propuesta concibe la aritmética como un punto de partida que puede extenderse y transformarse en conocimientos propios del álgebra. (Davydov (Carraher et al., 2006) citado por Valbuena et. al. 2021).

También llamada Early Algebra o álgebra temprana, se trata de una iniciativa orientada a modificar el currículo escolar con el objetivo de incorporar el álgebra de manera articulada en los distintos grados educativos. Esta iniciativa plantea la importancia de promover en el aula formas de pensamiento que favorezcan una comprensión profunda de las matemáticas y, particularmente, que faciliten el desarrollo del aprendizaje algebraico. (Molina, 2009 citado por Salgado y Torres, 2024).

Por otro lado, Pincheira y Alsina, 2021a, la definen como: “La capacidad de desarrollar distintas formas del pensamiento algebraico, ya que puede iniciarse desde edades tempranas, no solo en contextos específicamente algebraicos, sino también en otras áreas del currículo matemático, como los números, la geometría o la medida. Para potenciar este tipo de pensamiento, es fundamental brindar a todos los niños de Educación Infantil oportunidades para explorar objetos y elementos mediante la identificación de atributos, con el fin de establecer relaciones —como clasificaciones, ordenamientos o correspondencias—, realizar seriaciones basadas en patrones de repetición (reconociendo, construyendo y representando dichos patrones), así como describir transformaciones tanto cualitativas como cuantitativas. (pp. 175-176).

Propósito del álgebra temprana. Según Blanton y Kaput (2005), el álgebra temprana tiene como propósito fomentar en el aula formas de pensamiento orientadas a reconocer la estructura subyacente de las matemáticas, mediante actividades centradas en la identificación de patrones, relaciones y propiedades. Asimismo, se considera fundamental generar un entorno educativo en el que los estudiantes puedan explorar, modelar situaciones, formular predicciones, debatir, argumentar, verificar ideas y desarrollar, paralelamente, competencias de cálculo. (Pincheira y Alsina, 2021).

En este sentido, para esta investigación desarrollar el álgebra temprana en los estudiantes, es fundamental promover el razonamiento algebraico como una estrategia que les permita observar patrones, establecer relaciones, formular generalizaciones y expresar ideas matemáticas de manera simbólica. Este tipo de razonamiento no solo facilita la transición del pensamiento aritmético al algebraico, sino que también fortalece la comprensión conceptual y la capacidad de resolver problemas con mayor autonomía y lógica.

2.2.6 Definición de razonamiento algebraico

El razonamiento algebraico se refiere a la capacidad de representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades presentes en distintos ámbitos de las matemáticas. A medida que este tipo de razonamiento se fortalece, también se avanza en el dominio del lenguaje y del simbolismo matemático requerido para expresar y comunicar ideas algebraicas, particularmente en lo que respecta al uso de ecuaciones, variables y funciones. (Godino y Font (2000, p. 774 citado por Pérez 2022).

De acuerdo con, Blanton y Kaput (2004) , mencionan que “el razonamiento algebraico constituye una actividad intelectual que interviene en la toma de decisiones frente a diversos tipos de situaciones o problemas, ya sean de carácter escolar, de la vida cotidiana o del entorno social, en los cuales es posible aplicar modelos de solución basados en el razonamiento matemático”. Hernández (2023). A su vez, señala que el desarrollo del razonamiento algebraico está influido por tres constructos clave: el conocimiento del docente, sus experiencias diarias y la realidad curricular.

En este sentido, para esta investigación el razonamiento algebraico es la capacidad que tienen los estudiantes para poder relacionar cantidades utilizando símbolos y expresiones matemáticas, permitiendo así pensar de forma lógica y comprender el lenguaje algebraico más que un simple cálculo numérico.

2.2.7 Definición de pensamiento algebraico

En las últimas décadas, una línea relevante dentro de la investigación en educación matemática ha estado centrada en el fortalecimiento del pensamiento algebraico durante los primeros años de escolaridad, lo cual respalda la incorporación del álgebra temprana en el currículo de la Educación Primaria. (Callejo et al., 2016 citado por Salgado y Torres, 2024)

El pensamiento algebraico se concibe como “una forma particular del pensamiento matemático que implica el manejo de cantidades no determinadas —tales como incógnitas, variables, parámetros o números generalizados—, las cuales son abordadas de manera analítica. Esto implica que, aun cuando dichas cantidades no poseen un valor numérico específico, pueden ser objeto de operaciones como la suma, la resta, la multiplicación o la división, del mismo modo que si fueran valores conocidos”. (Radford 2018 citado por Pinto et al., 2023, p.150).

Para Rodríguez (2021), el pensamiento algebraico, se trata de un proceso cognitivo que, mediante la actividad intelectual, se orienta a la exploración y descubrimiento de aspectos novedosos dentro del ámbito de los números, letras y símbolos. Este proceso involucra acciones como el análisis, la identificación, la reflexión, el juicio, la conexión de ideas o conceptos, la formulación de conjeturas y la toma de decisiones, ya sea para resolver problemas matemáticos o para construir nuevos conceptos. (Rodríguez 2020).

Asimismo, en el artículo de investigación de Pincheira y Alsina (2021), resulta relevante explorar con mayor profundidad la propuesta formulada por Kieran para abordar el desarrollo del pensamiento algebraico:

> “El desarrollo del pensamiento algebraico en los niveles iniciales de escolaridad implica la incorporación de distintas formas de razonamiento en actividades que, si bien pueden incluir el uso de representaciones simbólicas como las letras, no se limitan exclusivamente a ellas. Este tipo de pensamiento también puede manifestarse sin recurrir a símbolos literales, mediante procesos como el análisis de relaciones cuantitativas, la identificación de estructuras, el estudio del cambio, la generalización, la resolución de problemas, la modelización, la justificación, la exploración mediante el ensayo y error, así como la formulación de predicciones”. (Kieran, 2004, p. 149)

En esa misma línea ambos autores, mencionan que:

> “Incorporar el desarrollo del pensamiento algebraico en los primeros años de escolaridad no implica impartir un curso dedicado exclusivamente al

álgebra, sino más bien promover en los estudiantes la habilidad de pensar con un mayor nivel de generalización y fortalecer su capacidad para expresar y comunicar esas generalizaciones de manera clara y significativa". (Lins y Kaput, 2004, p. 58).

Para Vergel (2014), concibe el pensamiento algebraico como una modalidad específica del razonamiento matemático, en la que la generalización de patrones se destaca como una de las estrategias más significativas para introducir el álgebra en el ámbito escolar. (Salgado y Torres, 2024).

Asimismo, Radford (2006), lleva a cabo una investigación centrada en el pensamiento algebraico en estudiantes de educación secundaria, específicamente a partir de actividades orientadas a la generalización de patrones. Este tipo de pensamiento se concibe como una modalidad particular del pensamiento matemático que integra de manera interrelacionada tres componentes fundamentales: la noción de indeterminación, el enfoque analítico y el uso de representaciones simbólicas. Y concluye que, (1) la generalización algebraica implica evidenciar algo general en elementos particulares y expresar aquello generalizado a través de un esquema, (2) existen tres dimensiones de generalización algebraica: factual (acciones realizadas sobre elementos concretos), contextual (verbalización de aquello común a través de descripciones corporeizadas) y simbólica (construcción de esquemas a través de símbolos alfanuméricos) y (3) las actividades de generalización algebraica deben ser mediadas por situaciones didácticas que permitan el intercambio de ideas entre estudiantes. (Salgado y Torres, 2024).

Esta investigación se relaciona intrínsecamente con la Teoría de la objetivación, en la cual menciona que, tres condiciones caracterizarían el pensamiento algebraico: la primera tiene que ver con los objetos de razonamiento; la segunda con la forma en que se simbolizan los objetos (este es, entonces, un problema semiótico) y la tercera con cómo se razona sobre los objetos de razonamiento. Con respecto a la primera característica Indeterminación de magnitudes: el problema sobre el cual se razona involucra magnitudes desconocidas o indeterminadas. Estas pueden ser incógnitas, variables, parámetros, etc. Con respecto a la segunda característica, tiene que ver con la denotación: las magnitudes indeterminadas involucradas en el problema tienen que ser nombradas o simbolizadas y estas pueden usar signos alfanuméricos, pero no necesariamente, ya que puede llevarse a cabo de varias maneras. La denotación de cantidades indeterminadas también puede simbolizarse mediante el lenguaje natural, gestos, signos no convencionales o incluso una mezcla de ellos. Y, por último, la analiticidad o razonamiento, opera deductivamente, es decir, trata las cantidades desconocidas como si fueran conocidas; por ejemplo, las puede sumar, las pueda restar, las puede multiplicar o las puede dividir con otras cantidades. (Radford 2021).

Cabe resaltar que, la investigación anterior se relaciona con la Teoría de la objetivación (Radford, 2006), la cual contribuye a entender los niveles de generalización algebraica como estratos de pensamiento que se relacionan con medios semióticos de objetivación a los que recurren los estudiantes para hacer sus generalizaciones.

Finalmente, para esta investigación, se considera a Radford, ya que describe el pensamiento algebraico temprano en tres niveles: factual, contextual y simbólico. Estos niveles representan un progreso gradual desde un enfoque concreto hasta uno abstracto y formal en el aprendizaje del álgebra.

A) Pensamiento algebraico factual

En este nivel inicial, el estudiante razona usando acciones directas y perceptibles, como contar o agrupar visualmente elementos de un patrón. Aquí, el enfoque está en resolver el problema de manera concreta y específica, sin

buscar una regla general. Según Radford (2003), los estudiantes en esta etapa dependen de observaciones y acciones físicas, y el significado matemático se construye a través de "palabras, gestos y actividad perceptual" (Radford, citado en Callejo, García y Fernández, 2016, p. 9). Pinto et al. (2023) destacan que, en esta etapa inicial, los estudiantes no conciben el álgebra como un sistema abstracto, sino como una extensión de su comprensión aritmética básica.

"En esta capa de generalidad, la indeterminación queda implícita, es decir, no alcanza el nivel de la enunciación, ya que se expresa en acciones concretas. Por ejemplo, a través del trabajo sobre números. Además, los medios semióticos de objetivación son los gestos, los movimientos, el ritmo, la actividad perceptual y las palabras", las cuales son herramientas clave para hacer visibles y comprensibles estos conceptos. (Pérez 2022 citando por Radford 2010). Por lo tanto, esto implica que aprender matemáticas no solo se trata de entender números y símbolos de forma abstracta, sino que incluye también acciones y actividades que ayudan a darle sentido. En la práctica, esto significa que la enseñanza debe incorporar métodos que permitan a los estudiantes interactuar físicamente y de manera perceptual con los contenidos, facilitando un aprendizaje más concreto y enriquecedor.

Por ejemplo, si se le plantea a un estudiante de 2° de secundaria la siguiente expresión: “María tiene al menos 20 soles para comprar artículos de aseo”, el estudiante debe identificar que la frase “al menos” (haciendo énfasis con la voz) implica una cantidad mayor o igual que, y representarlos correctamente como una variable asignada como $x \geq 20$. Esta acción demuestra el pensamiento factual, ya que requiere reconocer y aplicar de forma precisa el significado del símbolo en una situación concreta.

B) Pensamiento algebraico contextual

En esta fase intermedia, los recursos semióticos utilizados inicialmente, como los gestos o expresiones orales espontáneas, son reemplazados progresivamente por otras formas de representación, como el uso de palabras clave. De este modo, elementos que antes eran implícitos se hacen explícitos y se incorporan al discurso del estudiante, quien comienza a verbalizar procedimientos como “arriba quito 1” o “multiplico por 2 y le sumo 1”. Esto evidencia que los estudiantes están utilizando expresiones más condensadas,

lo cual refleja un avance en su proceso de objetivación. (Vergel & Rojas, 2018 citado por Pineda 2021).

Según Pérez (2022), al citar a Radford (2010) y Vergel (2014), en este nivel de aprendizaje la indeterminación se vuelve explícita y forma parte del discurso, mientras que la expresión algebraica describe el término general de un patrón o secuencia. Esto lleva a los estudiantes a trabajar con formas simplificadas de las expresiones, un proceso conocido como "contracción semiótica", que implica la condensación de símbolos y expresiones para hacerlas más manejables sin perder su significado esencial. Este proceso permite que los estudiantes operen con expresiones de manera más eficiente y se concentren en los aspectos fundamentales del contenido.

Por ejemplo, si se le plantea a un estudiante de 2° de secundaria el siguiente problema: “Un estudiante ahorra 5 soles cada semana. ¿Cuántas semanas como mínimo necesitará para reunir más de 40 soles?”. Para ello, el estudiante debe traducir esta situación al lenguaje algebraico como: la cantidad de semanas le coloca una variable o una incógnita, luego lo multiplica por 5, que es lo que va a ahorrar por cada semana e identifica el símbolo de desigualdad haciendo a referencia a “más de”, llegando a $5x > 40$. Finalmente interpreta este resultado de acuerdo al contexto concluyendo que va a necesitar al menos 9 semanas para superar los 40 soles de ahorro.

Esta acción demuestra el pensamiento contextual, ya que traduce un enunciado verbal a una desigualdad, la resuelve y luego interpreta el resultado considerando una situación concreta.

C) Pensamiento algebraico simbólico

Este es el nivel más avanzado en el desarrollo del pensamiento algebraico, donde el estudiante comienza a usar símbolos matemáticos para expresar relaciones de manera abstracta. Aquí, pueden generar fórmulas o ecuaciones que generalicen patrones observados en una sucesión o conjunto de figuras, empleando la notación algebraica para representar conceptos de forma completa y concisa.

En esa misma línea, aparece el uso del lenguaje algebraico como forma de representación, es decir, las palabras clave empleadas por los estudiantes comienzan a transformarse en símbolos matemáticos, lo que evidencia un avance importante en su forma de expresar el pensamiento. (Vergel & Rojas, 2018 citado por Pineda 2021).

Asimismo, Pinto et al. (2023) resaltan cómo los estudiantes en esta fase son capaces de utilizar expresiones, ecuaciones o desigualdades para representar conceptos matemáticos, lo cual facilita el desarrollo del pensamiento algebraico formal desde edades tempranas.

Según lo describe Pérez (2022), citando a Radford (2010) y Vergel (2014), en un nivel avanzado de pensamiento matemático ocurre un cambio importante en la forma en que se representan los objetos del discurso. En lugar de utilizar un lenguaje cotidiano, se comienza a emplear símbolos y notaciones algebraicas para expresar ideas y conceptos. Por ejemplo, frases o ideas clave que antes se expresaban con palabras se representan ahora con símbolos alfanuméricos, lo que permite un tratamiento más abstracto y generalizado de los problemas matemáticos. Este cambio facilita la manipulación y análisis de las expresiones, ayudando a los estudiantes a trabajar con conceptos complejos de una manera más estructurada y precisa.

Por ejemplo, se menciona a un estudiante de 2° de secundaria, resolver lo siguiente: $3(x-2)+5 \geq 2x+7$

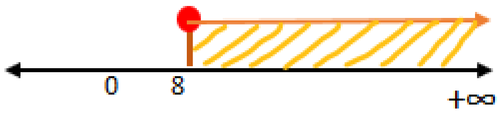
El estudiante procede a aplicar sus conocimientos como utilizar propiedades y poder reducir la expresión, quedando de la siguiente manera:

$3x - 6 + 5 \geq 2x + 7$ (Aplicó propiedad distributiva de la multiplicación)

$3x - 2x \geq 7 + 6 - 5$ (Agrupó variables y números en cada miembro)

$x \geq 8$ (Realizó operaciones de adición y sustracción)

Ahora, lo va a representar en una recta numérica y va a colocar en intervalo la solución: $x \in [8; +\infty]$



Esta acción representa el pensamiento simbólico, ya que el estudiante opera con expresiones algebraicas, aplica propiedades, representa gráficamente e interpreta la solución dentro del conjunto de los números reales.

2.3. Teoría de las Representaciones Semióticas

Raymond Duval, profesor de la Universidad del Litoral y director de la Academia de Lila, Francia, desarrolló la teoría de Registros de Representación Semiótica a partir de los años 70. Es una teoría basada en registros de representación semiótica para la enseñanza de matemáticas.

2.3.1 Representación mental

Duval, refiere que una representación mental se refiere a la capacidad de los individuos para interpretar y comprender información a través de diferentes registros de representación. A su vez, estos registros se procesan de manera visual, verbal, simbólica, gráfica, etc. Por ende, una representación mental en esta teoría implica la capacidad de los individuos para traducir la información de un registro de representación a otro, lo que facilita la comprensión profunda de un concepto. Por ejemplo, al resolver un problema matemático, un estudiante puede representar mentalmente la información de manera visual; luego, lo traduce a un registro verbal para poder expresar su procedimiento y finalmente convertirla en símbolos matemáticos para poder realizar los cálculos necesarios.

2.3.2 Representación Semiótica

Para Duval, una Representación Semiótica se refiere a la forma en que se codifica y se comunica el conocimiento a través de diferentes signos y significados.

Iparraguirre (2021) cita a Duval (2004), en la cual afirma que, las representaciones semióticas son fundamentales para el desarrollo de la actividad matemática, pues nos permiten efectuar tratamientos y acceder a los objetos matemáticos en particular, porque los objetos no son directamente accesibles por los sentidos. Además, estas representaciones son indispensables para el desarrollo de las representaciones mentales, para el proceso cognitivo en la comprensión conceptual, razonamiento, interpretación y creación del conocimiento matemático.

2.3.3 Registros de Representación Semiótica

Belito y Lapa (2019), mencionan que, la teoría de los registros de representación semiótica se refiere a la actividad relacionada con la creación de una representación como semiosis, mientras que la comprensión conceptual de los objetos matemáticos se identifica como noesis. Asimismo, mencionan lo siguiente:

> "Cuando uno observa cómo los estudiantes aprenden, se identifica que cambiar la forma de una representación, en los diferentes niveles de enseñanza, puede ser una operación muy difícil e incluso imposible" (Duval, 1999, p.5).

La semiosis se refiere al estudio de los signos, proceso que se realiza al trasladar una representación mental a una representación visual. Del mismo modo, se concibe como la aprehensión o la producción de una representación semiótica. Por otra parte, la noesis corresponde a la comprensión del concepto, es decir, alude a los actos cognitivos relacionados con la aprehensión conceptual de un objeto.

A su vez, Duval (1999) citado por Belito y Lapa (2019), define a los registros como sistemas particulares de representación semiótica y deben permitir tres actividades cognitivas: formación de una representación identificable, tratamiento y conversión. También, distingue cuatro tipos de registros de representación semiótica en matemática, como son:

- Los registros discursivos: usan la lengua natural y permiten describir, deducir, razonar, enunciar proposiciones, transformar expresiones e, incluso, calcular. Por ejemplo: describir con palabras cómo se pueden resolver las ecuaciones simultáneamente de un sistema de ecuaciones lineales con dos variables, ya sea utilizando el método de sustitución o eliminación.

- Los registros no discursivos: muestran formas, configuraciones y organizaciones que permiten visualizar. Por ejemplo, un gráfico que muestra la intersección de dos rectas que representan las ecuaciones del sistema. Este tipo de representación visual va facilitar la comprensión de la solución del sistema de ecuaciones lineales con dos variables.
- Los registros monofuncionales: son sistemas semióticos que se especializan en tratamientos de tipo algorítmico, tienen un carácter técnico y formal, y tienen una gran potencia de tratamientos. Por ejemplo, tiene que ver con un registro tabular, es decir, al realizar una tabla que muestra únicamente los valores de las variables “x” e “y” que satisfacen las ecuaciones del sistema sin ninguna información adicional, proponiendo así una manera directa de llegar a las soluciones numéricas del sistema.
- Los registros multifuncionales: sus tratamientos no son algoritmos, y se utilizan en diferentes dominios culturales y sociales. Por ejemplo, un sistema de ecuaciones lineales con dos variables junto a un gráfico que muestre su solución. Esta representación combina la expresión algebraica con la representación visual para comprender mejor las soluciones de un sistema de ecuaciones.

2.3.4 Registros de Representación

A) Registro de Representación en lengua natural

Se refiere a la forma en la que se describen y comunican los conceptos matemáticos utilizando un lenguaje cotidiano. Por ejemplo, al trabajar con inecuaciones lineales se puede expresar el problema de manera verbal utilizando palabras para describir la incógnita. En consecuencia, ayuda a comprender el problema matemático de manera más intuitiva antes de traducirlo para su resolución. Para Tocto (2015), esta representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas, y es fundamental para comprender situaciones específicas en un contexto determinado.

Por ejemplo: Un padre decide ir a un concierto con sus hijos y tiene 150 soles. Si compra entradas de s/30 le falta dinero, pero si compra entradas de s/22 le sobra. ¿Cuántos hijos tiene? Según el ejemplo, se está describiendo el problema de manera verbal utilizando la lengua natural antes de traducirlo de manera simbólica a un planteo de inecuaciones lineales para poder resolver.

B) Registro de Representación algebraica

Se refiere a la forma en la que se representan y manipulan expresiones matemáticas utilizando símbolos y operaciones algebraicas. Este registro es fundamental para trabajar con ecuaciones, polinomios, y otras estructuras algebraicas, permitiendo una representación simbólica y abstracta de los conceptos matemáticos. Del ejemplo anterior, se asigna una variable a la incógnita, es decir al número de hijos le colocamos la variable “x”. Entonces se hace la siguiente traducción simbólica:

$30x > 150$ traducción simbólica si le falta dinero

$22x < 150$ traducción simbólica si le sobra dinero

Ambas expresiones representan el formato algebraico.

C) Registro de Representación gráfica

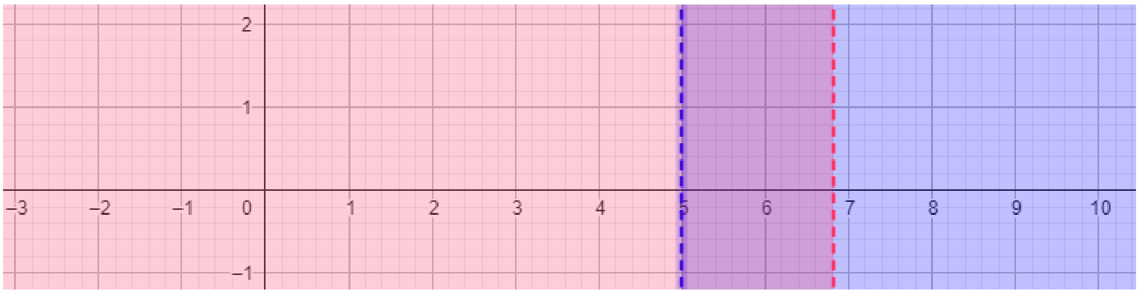
Se refiere a la representación gráfica de la recta numérica para encontrar el conjunto solución de una inecuación lineal. La representación gráfica es una herramienta visual que facilita la comprensión e identificación del conjunto solución de la inecuación lineal. Del ejemplo anterior, la gráfica de ambas desigualdades quedaría de la siguiente manera:

Representación hecha en GeoGebra:

Inecuación 1 (color azul): $30x > 150$

Inecuación 2 (color rojo): $22x < 150$

Se identifica por esta representación que el único valor que satisface en ambas desigualdades es 6.



2.4. Aprendizaje basado en la teoría de las representaciones semióticas

La teoría sostiene que la enseñanza de objetos matemáticos requiere representaciones semióticas. A su vez, Duval (2004) citado por Belito y Lapa (2019) explica esta concepción afirmando que:

> “La comprensión integral de un contenido conceptual está basada en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación queda de manifiesto por medio del uso rápido y la espontaneidad de la conversión cognitiva” (p.166).

Asimismo, reitera nuevamente esta afirmación agregando lo siguiente: Es fundamental no confundir los objetos matemáticos con su representación; es decir, el objeto debe ser identificado en cada una de sus diferentes representaciones. Esta confusión implica que solo se entiende el concepto a partir del registro en el que se ha representado, por lo que el objeto no puede ser transferido a otros tipos de representación. Por otro lado, Ospina (2012) citado por Quispe y Lapa (2019), mencionan que, para Duval, las habilidades matemáticas están relacionadas con al menos dos características de la acción cognitiva. El primero describe los variados registros de Representación Semiótica y el segundo describe a los objetos matemáticos que visualmente no se puede percibir.

Iparraguirre (2021), cita a Duval (2005), en la cual afirma que, un sistema semiótico debe cumplir tres actividades cognitivas para convertirse en registro de representación:

1. Primero: La formación o comunicación, implica la creación de representaciones reconocibles. Por ejemplo: números, símbolos, gráficos o lenguaje.
2. Segundo: El tratamiento o procesamiento, implica la transformación en el mismo registro. Por ejemplo, la expresión: Lynch gana al menos como mínimo 3000 soles mensuales, procesada en lenguaje natural, sería que Lynch gana al mes 3000 soles o más.
3. Tercero: La conversión, implica convertir de una representación de un registro determinado a otra representación de otro registro conservando su significado. Por ejemplo, convierte un registro natural a un registro algebraico, el enunciado: Lynch gana al menos 3000 soles o más al convertir en registro algebraico sería $x \geq 3000$.

2.5. Relación del pensamiento algebraico con la teoría de representaciones semióticas

La relación entre el pensamiento algebraico y la teoría de las representaciones semióticas de Raymond Duval es fundamental, ya que esta teoría proporciona un marco teórico sólido para comprender cómo los estudiantes interpretan y manipulan las variables, siendo un aspecto clave del álgebra. Para Duval (2006), la comprensión del pensamiento algebraico depende de la capacidad del estudiante para coordinar y cambiar entre diferentes registros de representación semiótica (como el lenguaje natural, la representación gráfica, las expresiones algebraicas, y las tablas). Él argumenta que el éxito en el aprendizaje del álgebra depende de la habilidad para realizar estas conversiones, lo cual es fundamental para el desarrollo de un pensamiento algebraico profundo.

Radford (2010), estudia el desarrollo del pensamiento algebraico en contextos educativos y enfatiza la importancia de la representación semiótica en la adquisición de conocimientos algebraicos. Asimismo, argumenta que el pensamiento algebraico no es solo una habilidad técnica para manipular símbolos, sino que también involucra el desarrollo de formas de pensar y representar situaciones matemáticas de forma abstracta. A su vez, la mediación de signos y símbolos, y la interacción entre distintas representaciones (como lenguaje, gestos y artefactos), son elementos clave que ayudan a los estudiantes a construir significados en álgebra.

Por otro lado, Godino se explaya en su teoría de las funciones semióticas en didáctica de las matemáticas (2003), en la cual explora la teoría de las representaciones semióticas en el contexto del álgebra. Para ello, las representaciones semióticas y sus conversiones son fundamentales para la enseñanza y aprendizaje del álgebra, ya que permiten a los estudiantes visualizar relaciones abstractas y hacer conexiones entre diferentes conceptos. Ellos argumentan que la enseñanza del álgebra debe involucrar múltiples representaciones y prácticas para que los estudiantes puedan construir un entendimiento más robusto y versátil de los conceptos algebraicos.

En resumen, la teoría de las representaciones semióticas ayuda a comprender cómo se desarrolla el pensamiento algebraico al resaltar la importancia de manejar y coordinar múltiples representaciones. Estos autores coinciden en que las representaciones no solo facilitan el aprendizaje del álgebra, sino que también promueven una comprensión más profunda y flexible de los conceptos algebraicos, esencial para el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes.

2.5.1 Relación del pensamiento factual con la teoría de Representación semiótica

El pensamiento factual se refiere a la capacidad de reconocer y utilizar procedimientos y hechos matemáticos de manera precisa. El uso de diferentes registros semióticos permite a los estudiantes asociar símbolos algebraicos con sus significados de manera más clara. Ejemplo:

- Enunciado en lenguaje natural: "El número de estudiantes en el salón debe ser mayor que 15."
- Registro algebraico: Los estudiantes interpretan "mayor que" como el símbolo “>”.

El registro algebraico permite representar la desigualdad de forma precisa, mientras que el registro verbal (natural) facilita el entendimiento del enunciado en un contexto cotidiano.

Se puede apreciar, a través del ejemplo, cómo las representaciones semióticas están promoviendo una mejora en el pensamiento algebraico factual.

2.5.2 Relación del pensamiento contextual con la teoría de Representación semiótica

El pensamiento contextual se refiere a la capacidad de comprender y procesar información en base a su contexto. La representación semiótica explica cómo los signos y símbolos representan conceptos y significados.

En temas como intervalos de solución, la representación semiótica se utiliza para visualizar y comunicar los conjuntos de solución de manera concisa. A continuación, ¿Cómo se puede representar una desigualdad?

Por ejemplo: $-1 < x < 5$

- Recta numérica: Se utiliza la recta numérica para representar los números reales.
- Intervalo: El intervalo de solución]-1;5[se representa como un segmento de la recta numérica, con los extremos abiertos para indicar que los valores -1 y 5 no están incluidos. A su vez, cuando se ubican estos números en la recta, se están indicando los límites del intervalo.

Se puede apreciar que el pensamiento contextual nos ayuda a visualizar el conjunto de números comprendidos dentro de un intervalo, mientras que la representación semiótica relaciona a la recta numérica, el intervalo y los puntos como signos que representan conceptos matemáticos, tales como números reales, límites y el propio intervalo.

2.5.3 Relación del pensamiento simbólico con la teoría de Representación semiótica

El pensamiento algebraico simbólico implica que el estudiante sea capaz de realizar los gráficos correspondientes a una inecuación, operar de manera correcta con las expresiones algebraicas, aplicar las reglas de resolución y colocar adecuadamente el conjunto solución, mostrando una comprensión profunda de los conceptos involucrados. Ejemplo:

Inecuación simbólica: $x + 3 \geq 5$

Resolución simbólica: $x \geq 2$

El pensamiento simbólico permite al estudiante manipular la inecuación algebraica y luego representar la solución en una gráfica.

La teoría de representaciones permite que el estudiante no solo resuelva la inecuación algebraicamente, sino que también sea capaz de trasladar esa solución a una representación gráfica.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Paradigma, nivel, tipo y diseño metodológico

En esta investigación se adopta el paradigma positivista, ya que se parte de la idea de que la realidad es objetiva y puede conocerse si se la estudia con orden y con base en datos reales. Este enfoque considera que el conocimiento válido se obtiene principalmente mediante la observación directa y la experiencia comprobable, dejando de lado percepciones personales o emociones. Por eso, se da mucha importancia a los datos numéricos, a los resultados que se puedan repetir y verificar. Además, se enfoca en encontrar relaciones causales y patrones que expliquen los fenómenos observados. Como lo menciona Herrera (2024), "el paradigma positivista se caracteriza por su énfasis en la observación empírica, la verificación de teorías y leyes, y la búsqueda de regularidades causales" (p. 3).

Por otro lado, el nivel de investigación es experimental, según lo que señala Ramos (2021). Este tipo de investigación se caracteriza por manipular de forma controlada una variable independiente para analizar cómo influye en otra variable, que es la dependiente. Básicamente, se busca ver qué pasa cuando se aplica una intervención. El Manual de Investigación de la Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico (2025) también explica que este nivel permite comprobar relaciones causales al observar los efectos de ciertos cambios en los grupos que participan. Lo normal en este tipo de investigaciones es trabajar con al menos un grupo experimental y uno de control, aunque en algunos casos, como este, se trabaja solo con el grupo experimental, pero bajo condiciones organizadas y claras.

En cuanto al tipo de investigación, se utiliza un enfoque aplicado, porque no solo se pretende entender un fenómeno, sino también actuar directamente sobre una problemática concreta en el contexto educativo. A diferencia de la investigación básica, que busca ampliar el conocimiento teórico, la investigación aplicada se orienta a ofrecer soluciones prácticas. En este caso, se trata de comprobar si una intervención basada en la teoría de la representación semiótica puede fortalecer el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria. Como lo afirma Pozo (2024), "en una investigación aplicada generalmente se desarrollan tres etapas: la exploración de una zona de estudio, la generación de datos a través de métodos de experimentación, y la evaluación de resultados que sustentan las conclusiones” (p. 93). Por eso, el propósito de este estudio va más allá de observar: se busca intervenir, medir y generar aportes útiles para mejorar la enseñanza.

Respecto al diseño metodológico, se trabaja desde la perspectiva cuantitativa, tal como lo señala el Manual de la Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico (2025). Este diseño se basa en seguir una secuencia estructurada, paso a paso, que permite comprobar hipótesis y analizar fenómenos a partir de datos numéricos. Aunque tiene una estructura lógica y clara, también permite adaptaciones cuando el proceso lo exige. Una de sus ventajas es que permite medir con precisión la frecuencia o el impacto de ciertos fenómenos, además de ofrecer resultados que se pueden analizar estadísticamente. En este estudio, el diseño cuantitativo facilitará la evaluación de la intervención aplicada y mostrará, con evidencia concreta, si hubo mejoras en el aprendizaje.

Finalmente, el diseño específico adoptado es de tipo preexperimental, como lo explica Ramos (2021). En este diseño, la intervención se aplica solamente a un grupo experimental, sin utilizar un grupo de control para comparar los resultados. Aunque esta característica puede limitar el nivel de control sobre ciertas variables externas, sigue siendo útil cuando se busca una primera aproximación a los efectos de una intervención. Campbell (1969, citado en Chávez, Esparza y Riosvelasco, 2020) sostiene que este tipo de diseño permite aplicar un tratamiento y observar los cambios que genera, con el fin de formular hipótesis iniciales. Así, este diseño resulta apropiado para contextos educativos reales como el aula, donde muchas veces no es posible aplicar estructuras experimentales más complejas, pero sí se puede obtener información valiosa sobre el impacto de nuevas estrategias pedagógicas.

3.2. Objetivos de investigación

3.2.1. Objetivo general

Comprobar si la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una institución educativa pública.

3.2.2. Objetivos específicos

- Comprobar si la aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una institución educativa pública.

- Comprobar si la aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una institución educativa pública.
- Comprobar si la aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico simbólico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una institución educativa pública.

3.3. Hipótesis de investigación

3.3.1. Hipótesis general

La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.

3.3.2. Hipótesis específicas

- La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico simbólico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.

3.4. Operacionalización de variables

La variable, dentro de una investigación cuantitativa, cumple un rol clave, ya que permite definir con claridad qué aspecto específico se va a observar, medir o analizar a lo largo del estudio. Gracias a esta definición, es posible organizar todo el proceso metodológico en función de los objetivos planteados. Además, al tener variables bien delimitadas, se facilita tanto la recolección de información como la interpretación de los resultados. En ese sentido, contar con una definición clara ayuda a mantener la coherencia entre lo que se busca investigar y lo que realmente se analiza.

A propósito de ello, Oyola (2021) sostiene que “la variable es una característica, cualidad o propiedad observada que puede adquirir diferentes valores y es susceptible de ser cuantificada o medida en una investigación” (p. 90). Esta idea resalta que toda variable debe ser medible y observable, lo que permite hacer comparaciones objetivas a partir de los datos obtenidos. Por esta razón, en este estudio, se ha considerado necesario establecer con precisión las variables involucradas, así como diseñar indicadores adecuados que permitan evaluar su comportamiento antes y después de la aplicación de la estrategia didáctica, respetando el enfoque y nivel metodológico propuesto.

3.4.1. Variable independiente

Teoría de las representaciones semióticas

- Definición conceptual: La teoría de las representaciones semióticas, propuesta por Raymond Duval, señala que, para aprender matemáticas de manera real, no basta con conocer símbolos o fórmulas, sino que es necesario trabajar con diferentes formas de representar una misma idea, como gráficos, palabras o ecuaciones. Esta teoría resalta que los estudiantes necesitan no solo entender un registro, sino también poder cambiar de uno a otro, manteniendo el sentido matemático. Así, al conectar distintas formas de representar, se fortalece la comprensión del contenido

- Definición operacional: En este estudio, esta teoría se pone en práctica a través de actividades diseñadas con distintos tipos de representaciones matemáticas: gráficas, simbólicas, verbales y tabulares. Estas actividades se aplican en clase con el grupo experimental, con el propósito de observar si su uso ayuda a mejorar el pensamiento algebraico. Todo el proceso se lleva a cabo dentro de sesiones estructuradas, preparadas por el investigador.

3.4.2. Variable dependiente

Pensamiento algebraico

- Definición conceptual: El pensamiento algebraico se entiende como una forma de comprender las matemáticas que permite trabajar con cantidades desconocidas o no determinadas, como letras, símbolos o variables. A diferencia de la aritmética, que se basa en números exactos, este tipo de pensamiento se enfoca en identificar patrones, establecer relaciones y generalizar situaciones. Además, no se limita únicamente a resolver ecuaciones, sino que también busca entender cómo se conectan diferentes ideas matemáticas. Por ello, es una herramienta importante para que los estudiantes puedan abordar problemas de manera flexible, construir expresiones y aplicar operaciones, incluso cuando los valores aún no están definidos de forma precisa. En resumen, el pensamiento algebraico permite ampliar la forma en que se entiende y se aplica la matemática en diversos contextos.

- Definición operacional: En esta investigación, se medirá el pensamiento algebraico mediante una prueba diseñada especialmente por el investigador. Esta prueba incluye preguntas que permiten evaluar las tres dimensiones: factual, contextual y simbólico. Se aplicará tanto antes como después de la intervención para ver si hubo avances en el grupo que trabajó con las actividades basadas en la teoría de las representaciones semióticas.

Pensamiento algebraico factual

- Definición conceptual: El pensamiento algebraico factual corresponde a un nivel inicial en el que el estudiante actúa sobre elementos concretos, basándose en experiencias perceptuales y manipulativas. En esta dimensión, las relaciones entre cantidades o patrones se identifican mediante acciones como contar, agrupar o comparar, sin necesidad de representar dichas relaciones de manera simbólica o verbalizada de forma estructurada. El conocimiento se expresa mediante gestos, ritmo, lenguaje cotidiano o acciones físicas.
- Definición Operacional: Se evidencia cuando el estudiante identifica expresiones verbales que implican una comparación de cantidades (por ejemplo: “tiene más de 10 soles”) y reconoce su correspondencia con símbolos de desigualdad como $>$, $<$, $\geq$ o $\leq$. Asimismo, emplea representaciones concretas como dibujos, cantidades numéricas o la recta numérica para interpretar el significado de una inecuación. Aunque no desarrolla procedimientos algebraicos formales, demuestra comprensión al asociar correctamente los símbolos con el lenguaje cotidiano en situaciones prácticas.

Pensamiento algebraico contextual

- Definición conceptual: El pensamiento algebraico contextual se refiere a una forma de expresión en la cual el estudiante comienza a establecer relaciones entre cantidades utilizando el lenguaje verbal y algunas representaciones simbólicas. En este nivel, la indeterminación ya se hace explícita y los procedimientos se explican utilizando términos matemáticos básicos. Además, se establece una correspondencia clara entre el contexto de una situación y su representación mediante expresiones como ecuaciones o desigualdades.

- Definición Operacional: Se presenta cuando el estudiante traduce enunciados verbales a inecuaciones que contienen una variable (por ejemplo: “$x \geq 20$”), interpreta correctamente el significado de los símbolos de desigualdad en función del contexto, y utiliza términos matemáticos básicos al explicar su procedimiento, como “multiplico por”, “le sumo” o “es mayor que”. Además, puede resolver de forma directa la desigualdad planteada y dar una respuesta coherente con la situación descrita, aunque su justificación aún depende del lenguaje verbal más que del simbólico.

Pensamiento algebraico Simbólico

- Definición conceptual: El pensamiento algebraico simbólico representa un nivel avanzado de desarrollo, en el cual el estudiante logra utilizar símbolos matemáticos con precisión para expresar relaciones abstractas entre cantidades. En esta dimensión, ya no depende del contexto para comprender o interpretar las situaciones, sino que puede operar con expresiones algebraicas de manera autónoma, resolver inecuaciones, aplicar propiedades, y representar los resultados gráficamente, por ejemplo, en una recta numérica. Esta forma de pensamiento permite formular generalizaciones, simplificar expresiones y comunicar ideas matemáticas de manera estructurada y formal.

- Definición Operacional: Se manifiesta cuando el estudiante representa una situación con una inecuación utilizando variables, signos de desigualdad y operaciones matemáticas; aplica propiedades algebraicas como la distributiva y la reducción de términos semejantes para simplificar y resolver la desigualdad; y expresa el conjunto solución de manera simbólica o gráfica, por ejemplo, mediante intervalos o en una recta numérica. Su desempeño se apoya principalmente en el uso de símbolos y procedimientos formales, sin requerir referencias al contexto original de la situación.

3.5. Población, muestra y muestreo

La Institución Educativa, ubicada en Villa El Salvador y perteneciente a la UGEL 01, ofrece los tres niveles de Educación Básica Regular (EBR). Este colegio cuenta con una población estudiantil aproximada de 995 alumnos, de los cuales 76 se encuentran en segundo grado de secundaria. Los estudiantes de este nivel tienen entre 13 y 15 años de edad.

Tabla 1

Matriz de la población estudiantil

Grado y sección	**Cantidad de estudiantes**
2 “A”	23
2 “B”	33
2 “C”	20

La muestra está compuesta por 23 estudiantes de segundo de secundaria, pertenecientes a la sección “A”. El tipo de muestreo empleado es no probabilístico, de acuerdo con López (s.f.), en este tipo de muestreo, las unidades de la población no tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas. Esta técnica, a menudo denominada muestreo por conveniencia, no sigue un proceso aleatorio, lo que implica que no se conoce la probabilidad de selección de cada unidad o elemento de la población.

3.6. Técnicas e instrumentos

Para empezar con la aplicación de la investigación, se tuvo que coordinar previamente con las autoridades de la institución educativa, quienes aceptaron y apoyaron el desarrollo del estudio. Luego de eso, también se conversó con las profesoras del grado involucrado, con quienes se revisaron los resultados de las evaluaciones diagnósticas y se habló un poco sobre el grupo de estudiantes. Después de estas gestiones, se aplicó un instrumento que sirvió tanto como pre-test y pos-test. Este instrumento permitió recolectar información más precisa sobre lo que sabían los estudiantes antes y después de la intervención, lo que ayudó a contar con datos concretos para analizar los resultados.

La prueba que evalúa nuestra variable dependiente, pensamiento algebraico, fue elaborada específicamente para estudiantes de segundo grado de secundaria. Este instrumento tiene como propósito medir el desarrollo del pensamiento algebraico en sus tres niveles: factual, contextual y simbólico. Para ello, se diseñaron 9 problemas variados que integran tanto situaciones contextualizadas como ejercicios matemáticos directos. De esta manera, se busca explorar distintas formas en que los estudiantes enfrentan el álgebra, desde conceptos básicos hasta expresiones más abstractas.

Para garantizar la confiabilidad del instrumento, se aplicó una prueba piloto a un grupo con características similares a la muestra de estudio. Como resultado, se obtuvo un coeficiente alfa de Cronbach de 0.83, lo cual indica una alta consistencia interna y, por ende, un nivel aceptable de confiabilidad. A partir del análisis de los resultados, se identificaron algunas observaciones que permitieron realizar ajustes y mejoras a ciertos ítems, optimizando así su redacción y claridad. Por otro lado, para asegurar la validez del instrumento, se recurrió al juicio de expertos, aplicando la V de Aiken, cuyos valores evidenciaron que todos los ítems eran pertinentes y adecuados, confirmando así su validez de contenido.

3.7. Análisis y procesamiento de la información

Para el procesamiento de los datos estadísticos obtenidos en la presente investigación, se empleó el programa Statskingdom. Este software permitió realizar cálculos de manera precisa y rápida, facilitando la obtención de resultados confiables en las pruebas aplicadas a los estudiantes.

El uso de Statskingdom se justificó por su accesibilidad, facilidad de uso y variedad de pruebas estadísticas disponibles, lo que lo convirtió en un recurso adecuado para analizar los resultados del instrumento aplicado. Con su apoyo, se llevaron a cabo análisis descriptivos y comparativos que posibilitaron interpretar con mayor rigor los efectos de la aplicación de la teoría de las representaciones semióticas en el desarrollo del pensamiento algebraico.

Se optó por utilizar medidas de tendencia central, ya que estas permiten resumir y describir de manera general el comportamiento de los datos obtenidos. A través de estas medidas, fue posible identificar valores representativos que reflejan, de forma resumida y clara, el desempeño de los estudiantes en relación con la variable analizada. En ese sentido, su uso resulta útil para tener una primera visión del conjunto de resultados, facilitando así la interpretación y comparación de estos.

Del mismo modo, se utilizó la desviación estándar como una medida estadística importante para analizar qué tanta variabilidad presenta los datos respecto a su media. Esta medida es útil porque permite saber si los resultados obtenidos por los estudiantes están más bien concentrados o si, por el contrario, están muy dispersos entre sí. Cuando la desviación estándar es baja, significa que la mayoría de los valores están cerca del promedio, lo cual refleja mayor consistencia. En cambio, una desviación alta indica que hay más diferencia entre los resultados, mostrando una menor estabilidad. Por eso, su uso complementa el análisis de las medidas de tendencia central, ya que brinda una mirada más completa sobre el comportamiento general del grupo evaluado.

En lo relacionado con la comprobación de la hipótesis, se utilizó el estadístico de Shapiro-Wilk, ya que el tamaño de la muestra es menor a 50 participantes. Este análisis permite verificar si los datos siguen una distribución normal y, en función de eso, decidir si corresponde aplicar un estadístico paramétrico o no paramétrico. En este caso, al no cumplirse el supuesto de normalidad, se optó por el uso de estadísticos no paramétricos tanto para la variable dependiente como para cada una de sus dimensiones. De este modo, se buscó asegurar que el análisis de los datos sea adecuado y confiable, considerando las características específicas de la muestra evaluada.

3.8. Consideraciones éticas

Durante la presente investigación se actuó con responsabilidad y compromiso ético en todo momento, reconociendo que los participantes eran estudiantes menores de edad. Las actividades fueron desarrolladas dentro del marco de las clases habituales del área de Matemática, sin alterar la programación regular ni imponer tareas ajenas al proceso educativo. La intervención propuesta se integró de forma natural al desarrollo de los contenidos, respetando el ritmo y las dinámicas del grupo.

Se cuidó de manera especial la privacidad de los estudiantes. Para ello, no se registraron nombres ni datos personales identificables. Los instrumentos aplicados fueron codificados, y la información obtenida fue utilizada únicamente con fines académicos, dentro del marco de análisis de esta investigación. El tratamiento de los datos se realizó con confidencialidad, procurando proteger la identidad y el bienestar de cada participante.

Asimismo, se evitó cualquier tipo de acción que pudiera generar presión, incomodidad o afectación en los estudiantes. Las sesiones diseñadas estuvieron enfocadas en mejorar la comprensión del pensamiento algebraico mediante estrategias accesibles y adecuadas a su nivel. No se impusieron evaluaciones externas ni se interfirió con sus calificaciones institucionales. Las actividades tuvieron un carácter didáctico, y fueron aplicadas de manera reflexiva y cuidadosa.

El análisis de los resultados se llevó a cabo con honestidad y transparencia. No se alteraron los datos obtenidos ni se forzaron conclusiones. Se respetaron los principios de integridad académica y se reconocieron adecuadamente las fuentes teóricas empleadas. En conjunto, esta investigación se desarrolló siguiendo criterios éticos fundamentales, velando por la dignidad, el respeto y la formación integral de los estudiantes involucrados.

3.9. Limitaciones

Una primera limitación que se presentó durante la realización de esta investigación fue la dificultad para acceder a información actualizada sobre la teoría de las representaciones semióticas aplicadas al ámbito educativo. Aunque existen bases teóricas importantes, muchas de las fuentes disponibles eran extranjeras, estaban en otros idiomas o no eran de fácil acceso. Esto hizo que el desarrollo del marco teórico tomara más tiempo de lo esperado y se tuviera que trabajar con material limitado, seleccionando cuidadosamente la información más relevante y comprensible.

Además de ello, otra limitación importante fue la falta de investigaciones, tesis en el ámbito local que traten específicamente el uso de las representaciones semióticas en el desarrollo del pensamiento algebraico. Esto no solo dificultó encontrar referentes teóricos cercanos, sino que también limitó la posibilidad de contrastar los resultados obtenidos con experiencias similares en contextos educativos parecidos.

Asimismo, debe considerarse que el estudio se aplicó en estudiantes de entre 13 y 15 años pertenecientes a una institución educativa pública ubicada en Villa El Salvador, Lima. En consecuencia, los hallazgos deben interpretarse con cautela, ya que su alcance se restringe principalmente a dicho contexto y no es posible generalizarlos de manera amplia a otras realidades educativas.

Por último, una de las limitaciones fue el factor tiempo, ya que no se contó con el plazo suficiente para desarrollar con mayor amplitud y profundidad la aplicación de las sesiones de aprendizaje. Esta restricción temporal pudo influir en los resultados obtenidos, limitando el alcance de las estrategias implementadas.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Resultados

Tabla 2

Resultados generales de niveles de logro de la variable pensamiento algebraico

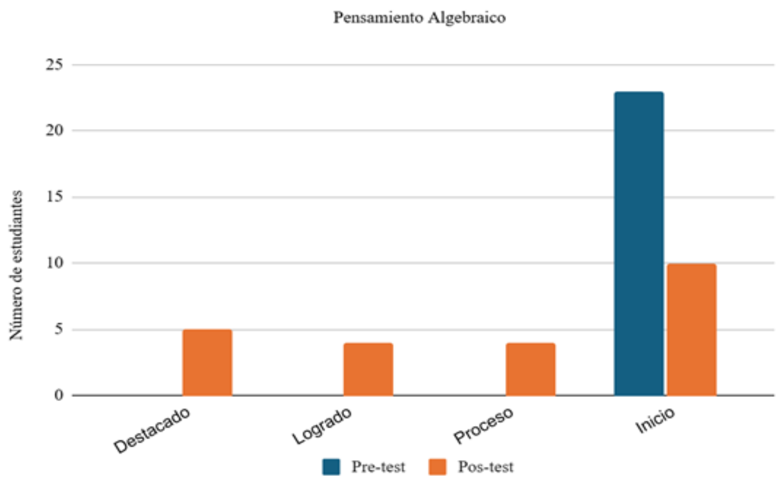
Niveles	**Intervalos**	**Pre-test**		**Pos-test**	
		f	**%**	**f**	**%**
Destacado	[23-24]	0	0	5	21,74
Logrado	[19-23[	0	0	4	17,39
Proceso	[14-19[	0	0	4	17.39
Inicio	[0-14[	23	100	10	43,48
Total		23	100	23	100

Media aritmética	0,870	15,1
Mediana	0	14,5
Desviación estándar	2,12	6,58

Nota: Resultados generales de niveles de logro de la variable Pensamiento algebraico.

Figura 1

*Resultados pre-test y pos-test del grupo experimental de la variable “*Pensamiento algebraico*”.*



Fuente: Propia

Nota: El gráfico representa a los estudiantes del grupo experimental (GE) de la variable “Pensamiento algebraico”.

A partir de la aplicación de la evaluación pre-test al grupo experimental, compuesto por 23 estudiantes, se obtuvo que el 100% de los participantes se encuentran en el nivel "Inicio" de la variable "Pensamiento algebraico". Esto evidencia que ningún estudiante alcanzó los niveles de destacado, logrado o en proceso, poniendo de manifiesto dificultades notorias para desarrollar las dimensiones evaluadas.

Con la aplicación de la evaluación pos-test al grupo experimental, se obtuvo que el 43,48% de los participantes, que representa a 10 estudiantes, se encuentran en el nivel “Inicio”; 17,39%, que representan a 4 estudiantes, se encuentran en el nivel “Proceso”; 17,39%, que representan a 4 estudiantes, se encuentran en el nivel “Logrado” y 21,74%, que representan a 5 estudiantes, se encuentran en el nivel “Destacado”. Por lo tanto, 14 de los 23 estudiantes, que representan un 60,87% del total aún se ubican en los niveles más bajos de logro (“Inicio” y “Proceso”), lo cual significa que aún enfrentan dificultades para convertir y tratar adecuadamente la información entre representaciones simbólicas, gráficas y verbales, lo cual limita su comprensión del álgebra; mientras que, 9 de los 23 estudiantes que representan un 39,13% alcanzó niveles satisfactorios (“Logrado” y “Destacado”), lo cual significa que, comprendieron las 3 dimensiones del pensamiento algebraico especialmente en la conversión entre diferentes registros de representación semiótica.

Por otro lado, el notable incremento de la media aritmética de 0,870 en el pre-test a 15,1 en el pos-test evidencia una mejora en el rendimiento del grupo experimental. Este resultado sugiere que, tras la aplicación de la intervención pedagógica basada en la teoría de las representaciones semióticas de Duval, los estudiantes desarrollaron significativamente las dimensiones del pensamiento algebraico.

A su vez, la mediana cuyo resultado en el pre-test fue 0 y pasó a 14,5 en el pos-test indica que más de la mitad de los estudiantes tenían un desempeño nulo o muy bajo antes de la intervención, mientras que, tras la intervención, la mayoría logró puntajes cercanos o superiores a 14,5. Ello quiere decir que mejoraron significativamente su desempeño en las dimensiones relacionadas al pensamiento algebraico.

Finalmente, el aumento de la desviación estándar de 2,12 en el pre-test a 6,58 en el pos-test, evidencia que antes de la intervención, los puntajes de los estudiantes estaban muy concentrados cerca de valores bajos, mientras que después de la intervención, los puntajes se dispersaron más ampliamente, reflejando una mayor variabilidad en los niveles de aprendizaje alcanzados por los estudiantes.

Tabla 3

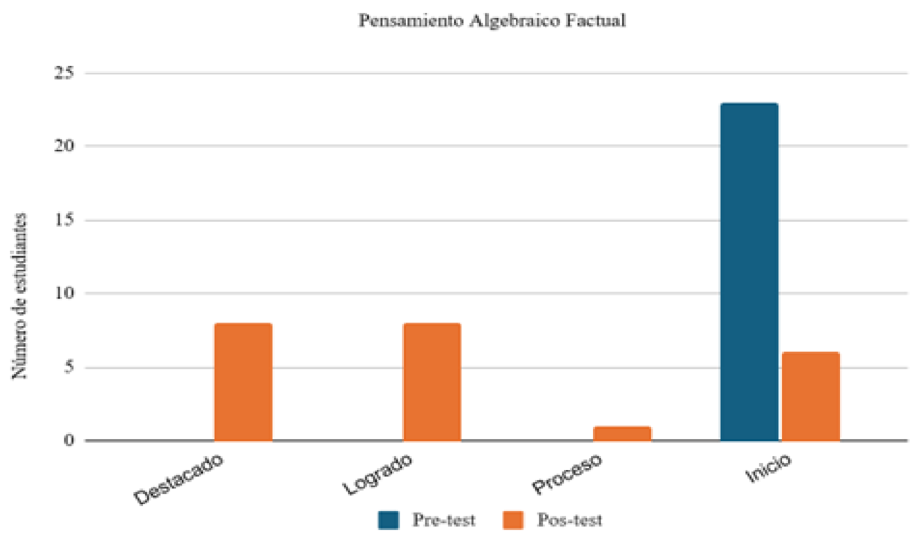
Resultados generales de niveles de logro de la dimensión pensamiento algebraico factual.

Niveles	**Intervalos**	**Pre-test**		**Post-test**	
		f	**%**	**f**	**%**
Destacado	[5-6]	0	0	8	34,78
Logrado	[4-5[	0	0	8	34,78
Proceso	[3-4[	0	0	1	4,35
Inicio	[0-3[	23	100	6	26,09
Total		23	100	23	100
Media aritmética		0,283		4	
Mediana		0		4	
Desviación estándar		0,751		1.61	

Nota: Resultados de niveles de logro de la dimensión Pensamiento algebraico factual.

Figura 2

*Resultados pre-test y pos-test del grupo experimental de la dimensión "*Pensamiento algebraico factual*".*



Fuente: Propia

Nota: El gráfico representa que los estudiantes del grupo experimental (GE) se encuentran mayoritariamente en el nivel de 'Inicio' en la dimensión 'Pensamiento algebraico factual'.

Los resultados del pre-test muestran que el 100% de los estudiantes se encuentran en el nivel de inicio en cuanto al Pensamiento algebraico factual. Los estudiantes no han logrado identificar correctamente los símbolos de desigualdad ni comprender su significado básico. Además, presentan dificultades para aplicar estos símbolos en la resolución de problemas, lo que indica una comprensión insuficiente de los conceptos algebraicos fundamentales necesarios para abordar situaciones que impliquen desigualdades.

Con la aplicación de la evaluación pos-test al grupo experimental, se obtuvo que el 26,09% de los participantes, que representa a 6 estudiantes, se encuentran en el nivel “Inicio”; 4,35%, que representa a 1 estudiante, se encuentran en el nivel “Proceso”; 34,78%, que representan a 8 estudiantes, se encuentran en el nivel “Logrado” y 34,78%, que representan a 8 estudiantes, se encuentran en el nivel “Destacado”. Por lo tanto, 7 de los 23 estudiantes, que representan un 30,44% del total aún se ubican en los niveles más bajos de logro (“Inicio” y “Proceso”), lo cual significa que aún enfrentan dificultades como confundir los símbolos de desigualdad o los interpretan como si fueran de igualdad; mientras que, 14 de los 23 estudiantes que representan un 69,56% alcanzó niveles satisfactorios (“Logrado” y “Destacado”), lo cual significa que, una gran mayoría fue capaz de colocar correctamente los símbolos de desigualdad.

Por otro lado, el notable incremento de la media aritmética de 0,283 en el pre-test a 4 en el pos-test, evidencia una mejora en el rendimiento del grupo experimental. Este resultado implica que comprendieron el significado y el uso de los símbolos de desigualdad, tras la aplicación de la intervención pedagógica basada en la teoría de las representaciones semióticas de Duval, donde los estudiantes desarrollaron significativamente la dimensión del pensamiento algebraico factual.

A su vez, la mediana cuyo resultado en el pre-test fue 0 y pasó a 4 en el pos-test, indica que más del 50% de los estudiantes del grupo experimental logró desarrollar un nivel significativo de pensamiento algebraico factual.

Finalmente, el aumento de la desviación estándar de 0,751 en el pre-test a 1,61 en el pos-test, evidencia que antes de la intervención, el grupo tenía muy bajo conocimiento de pensamiento algebraico factual, y sus puntajes eran muy similares entre sí (baja dispersión). Sin embargo, después *de* la intervención aumentó la variabilidad de los resultados, es decir, la dispersión sigue siendo relativamente baja en proporción al aumento de la media, siendo generalmente efectiva para todos, aunque algunos avanzaron más que otros.

Tabla 4

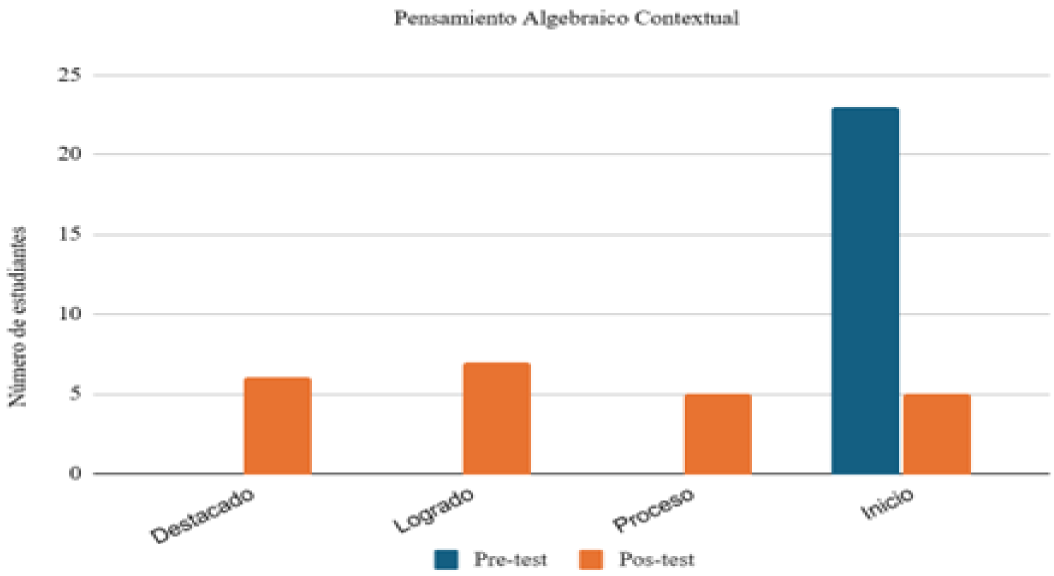
Resultados de niveles de logro del Pensamiento algebraico Contextual.

Niveles	**Intervalos**	**Pre-test**		**Pos-test**	
		f	**%**	**f**	**%**
Destacado	[9-10]	0	0	6	26,09
Logrado	[6-9[	0	0	7	30,43
Proceso	[4-6[	0	0	5	21,74
Inicio	[0-4[	23	100	5	21,74
Total		23	100	23	100
Media aritmética		0,5		6,28	
Mediana		0		6,5	
Desviación estándar		1,10		2,75	

Nota: Resultados generales de niveles de logro de la dimensión Pensamiento algebraico contextual.

Figura 3

“Resultados pre-test y pos-test del grupo experimental de la dimensión Pensamiento algebraico contextual”.



Fuente: Propia

Nota: El gráfico representa que los estudiantes del grupo experimental (GE) se encuentran en su totalidad en el nivel de logro 'Inicio' en la dimensión 'Pensamiento algebraico contextual'.

Con relación al Pensamiento algebraico contextual, el 100% de los estudiantes también se encuentra en el nivel de inicio. Los estudiantes enfrentan dificultades para traducir enunciados verbales a expresiones algebraicas claras, y no logran interpretar correctamente las situaciones problemáticas. Esto les impide aplicar sus conocimientos algebraicos en contextos reales, limitando su capacidad para resolver problemas que involucren relaciones matemáticas contextualizadas.

Con la aplicación de la evaluación pos-test al grupo experimental, se obtuvo que el 21,74% de los participantes, que representa a 5 estudiantes, se encuentran en el nivel “Inicio”; 21,74%, que representan a 5 estudiantes, se encuentran en el nivel “Proceso”; 30,43%, que representan a 7 estudiantes, se encuentran en el nivel “Logrado” y 26,09%, que representan a 6 estudiantes, se encuentran en el nivel “Destacado”. Por lo tanto, 10 de los 23 estudiantes, que representan un 43,48% del total aún se ubican en los niveles más bajos de logro (“Inicio” y “Proceso”), lo cual significa que aún enfrentan dificultades como la traducción algebraica de un enunciado e interpretar correctamente una situación problemática; mientras que, 13 de los 23 estudiantes que representan un 56,52% alcanzó niveles satisfactorios ("Logrado" y "Destacado"), lo cual significa que, una gran mayoría fue capaz de traducir e interpretar correctamente los enunciados de situaciones problemáticas.

Por otro lado, el notable incremento de la media aritmética de 0,5 en el pre-test a 6,28 en el pos-test, evidencia una mejora en el rendimiento del grupo experimental. Este resultado significa que lograron traducir e interpretar correctamente un enunciado de una situación problemática, tras la aplicación de la intervención pedagógica basada en la teoría de las representaciones semióticas de Duval, donde los estudiantes desarrollaron significativamente la dimensión del pensamiento algebraico contextual.

A su vez, la mediana cuyo resultado en el pre-test fue 0 y pasó a 6,5 en el pos-test, indica que más del 50% de los estudiantes del grupo experimental logró desarrollar un nivel significativo de pensamiento algebraico contextual. Este resultado corrobora que la aplicación de la teoría de las representaciones semióticas de Duval tuvo un impacto positivo.

Finalmente, el aumento de la desviación estándar de 1,10 en el pre-test a 2,75 en el pos-test, evidencia un progreso significativo en el pensamiento contextual, ya que antes de la intervención, el grupo tenía muy bajo conocimiento de pensamiento algebraico contextual, y sus puntajes eran muy similares entre sí (baja dispersión). Sin embargo, después de la intervención aumentó la variabilidad de los resultados, es decir, este aprendizaje no fue homogéneo, algunos estudiantes avanzaron mucho más que otros.

Tabla 5

Resultados de niveles de logro de la dimensión Pensamiento algebraico simbólico.

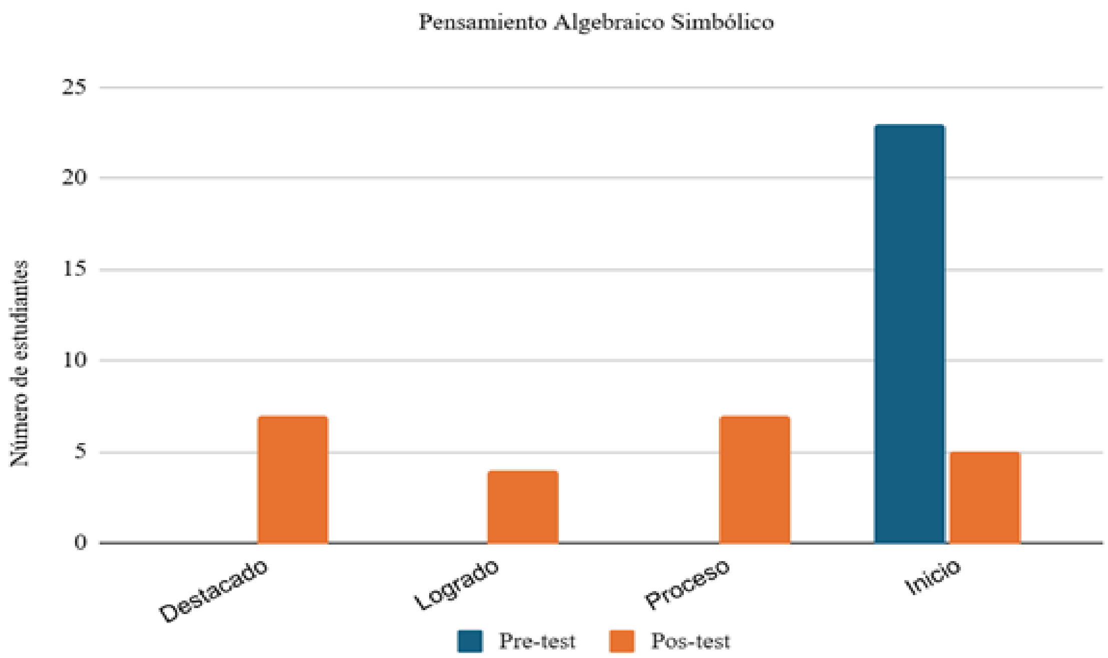
Niveles	**Intervalos**	**Pre-test**		**Pos-test**	
		f	**%**	**f**	**%**
Destacado	[7-8]	0	0	7	30,43
Logrado	[5-7[	0	0	4	17,39
Proceso	[3-5[	0	0	7	30,43
Inicio	[0-3[	23	100	5	21,74
Total		23	100	23	100

Media aritmética	0,087	4,85
Mediana	0	4,5
Desviación estándar	0,417	2,45

Nota: Resultados generales de niveles de logro de la dimensión Pensamiento algebraico simbólico.

Figura 4

Resultados pre-test y pos-test del grupo experimental "Pensamiento algebraico simbólico".



Fuente: Propia

Nota: El gráfico representa que los estudiantes del grupo experimental (GE) se encuentran en su totalidad en el nivel 'Inicio' en la dimensión 'Pensamiento algebraico simbólico'.

Los resultados de la dimensión Pensamiento algebraico simbólico muestran que, en el grupo experimental compuesto por 23 estudiantes evaluados, el 100% se encuentran en el nivel de inicio. A partir de estos resultados, se puede inferir que los estudiantes tienen dificultades para resolver problemas que involucren representaciones algebraicas, como la formulación correcta de inecuaciones y la aplicación de técnicas para encontrar soluciones. Además, el Pensamiento simbólico, que implica no solo la resolución de inecuaciones, sino también la habilidad de graficar y determinar el intervalo de solución, aún no ha sido desarrollado de manera efectiva en este grupo.

Con la aplicación de la evaluación pos-test al grupo experimental, se obtuvo que el 21,74% de los participantes, que representa a 5 estudiantes, se encuentran en el nivel "Inicio"; 30,43%, que representan a 7 estudiantes, se encuentran en el nivel "Proceso"; 17,39%, que representan a 4 estudiantes, se encuentran en el nivel "Logrado" y 30,43%, que representan a 7 estudiantes, se encuentran en el nivel "Destacado". Por lo tanto, 12 de los 23 estudiantes, que representan un 52,17% del total aún se ubican en los niveles más bajos de logro ("Inicio" y "Proceso"), lo cual significa que aún enfrentan dificultades como resolver haciendo uso de operaciones, graficar y colocar los intervalos de solución correctamente de una situación problemática; mientras que, 11 de los 23 estudiantes que representan un 47,83% alcanzó niveles satisfactorios ("Logrado" y "Destacado"), lo cual significa que, una gran mayoría fue capaz de resolver usando operaciones, tales como la simplificación, propiedades propias de las desigualdades, graficar y colocar los intervalos correctamente de situaciones problemáticas.

Por otro lado, el notable incremento de la media aritmética de 0,087 en el pre-test a 4,85 en el pos-test, evidencia una mejora en el rendimiento del grupo experimental. Antes de la intervención pedagógica el grupo prácticamente no tenía dominio del pensamiento algebraico simbólico, es decir, los estudiantes no sabían o no podían trabajar con símbolos algebraicos (gráficas, operaciones, intervalos), ya sea por falta de conocimientos, inseguridad o escasa familiaridad con el lenguaje algebraico. Luego de la intervención pedagógica, se evidencia que la mayoría de los estudiantes logró avances concretos en su capacidad para usar y relacionar el lenguaje simbólico de situaciones problemáticas.

A su vez, la mediana cuyo resultado en el pre-test fue 0 y pasó a 4,5 en el pos-test, indica que más del 50% de los estudiantes del grupo experimental logró desarrollar un nivel significativo de pensamiento algebraico simbólico. Este resultado corrobora que la aplicación de la teoría de las representaciones semióticas de Duval tuvo un impacto positivo.

Finalmente, el aumento de la desviación estándar de 0,417 en el pre-test a 2,45 en el pos-test, evidencia un progreso significativo en el pensamiento simbólico, ya que antes de la intervención, el grupo tenía muy bajo conocimiento de pensamiento algebraico simbólico, y sus puntajes eran muy similares entre sí (baja dispersión). Sin embargo, después de la intervención aumentó la variabilidad de los resultados, es decir, este aprendizaje no fue homogéneo, mientras algunos estudiantes lograron un dominio considerable, otros aún presentan dificultades.

Prueba de normalidad

Se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk porque nuestra muestra es menor a 50 con el propósito de verificar si los resultados obtenidos en el pre-test y en el pos-test seguían una distribución normal. Esta prueba es especialmente útil cuando se trabaja con muestras pequeñas, ya que permite determinar si se pueden aplicar métodos estadísticos que requieren normalidad en los datos.

Tabla 6

Resultados de la prueba de normalidad del pre-test y pos-test

	Prueba de entrada	Prueba de salida
N	23	23
W de Shapiro-Wilk	0,479	0,934
Valor p de Shapiro-Wilk	<.001	0,132

Hipótesis nula (H_0): Los datos se ajustan a una distribución normal.

Hipótesis alternativa (H_1): Los datos no se ajustan a una distribución normal.

Nivel de significancia: 0,05 (5%).

Prueba estadística aplicada: Shapiro-Wilk.

En la prueba aplicada al pre-test, el valor *p* fue mayor a 0,05, indicando que los datos se ajustan a una distribución normal y, por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula (H_0: los datos se ajustan a una distribución normal). En cambio, en el pos-test, el valor *p* fue menor a 0,05, lo que sugiere que los datos no se ajustan a una distribución normal, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa (H_1: los datos no se ajustan a una distribución normal). Debido a que no se cumple el supuesto de normalidad en el pos-test, se optó por utilizar la prueba de Wilcoxon en todas las dimensiones de la categoría, una técnica estadística no paramétrica. Tal como señalan Ortega Páez, Ochoa Sangrador y Molina Arias (2021), cuando los datos no se ajustan a una distribución normal, es preferible utilizar métodos no paramétricos, ya que estos son más adecuados y confiables en contextos donde no se cumplen todos los supuestos estadísticos.

Hipótesis general

- Ho: La aplicación de la teoría de la representación semiótica no mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- Hi: La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- Nivel de significancia: 5%
- Estadístico Utilizado: W de Wilcoxon.

Tabla 7

Diferencias en el pensamiento algebraico con prueba de rangos con signo de Wilcoxon entre el pre-test y el pos-test de la aplicación de la teoría de representaciones semióticas.

Pensamiento algebraico		N	Rangos promedios	Suma de rangos	Z	Sign. (bilateral)
Pos-test Pre-test	Rangos negativos	0			4,183**	0,001

Rangos positivos	23	12	276
Empates	0		
Total	23		

**Significativo al nivel de $p < 0,01$.

En relación con las puntuaciones obtenidas en la variable pensamiento algebraico, se observa que la comparación entre el pos-test y el pre-test da como resultado un promedio de rangos negativos igual a cero (0), y un promedio de rangos positivos de 12, sin presentarse casos de empate. Este hallazgo indica que todos los estudiantes mostraron mejora en sus respuestas tras la intervención, reflejando un progreso significativo en su desempeño en pensamiento algebraico. Esta tendencia positiva se ve respaldada por los resultados estadísticos de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon, que arrojó un valor de Z = 4,183 y un nivel de significancia bilateral de p = 0,00002877, lo que demuestra que la diferencia encontrada entre el pre-test y el pos-test es estadísticamente significativa al nivel de $p < 0,01$. Esto significa que la mejora observada no se debe al azar, sino al efecto real de la propuesta pedagógica aplicada.

Decisión: En consecuencia, y considerando la evidencia obtenida, se rechaza la hipótesis nula. Se concluye que la estrategia pedagógica utilizada tuvo un impacto positivo y significativo en el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes de la muestra.

Hipótesis específicas

Categoría pensamiento algebraico factual

- Ho: La aplicación de la teoría de la representación semiótica no mejora el pensamiento algebraico factual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- Hi: La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.

Tabla 8

Diferencias en el pensamiento algebraico factual con prueba de rangos con signo de Wilcoxon entre el pre-test y el pos-test de la aplicación de la teoría de representaciones semióticas.

Pensamiento algebraico factual		N	Rangos promedios	Suma de rangos	Z	Sign. (bilateral)
Pos-test Pre-test	Rangos negativos	0			4,192**	0,001
	Rangos positivos	23	12	276		
	Empates	0				
	Total	23				

**Significativo al nivel de *p* < 0,01.

Respecto a las puntuaciones en la categoría: pensamiento algebraico factual, se aprecia que la diferencia entre los rangos del pos-test con los del pre-test da lugar a un promedio de rangos negativos igual a cero (0), así como a un promedio de rangos positivos de 12, sin registrarse empates entre los resultados. Este hallazgo permite afirmar que los estudiantes del segundo grado de secundaria presentan un mayor número de rangos positivos, como resultado del incremento en sus respuestas correctas en esta categoría, luego de la aplicación de la propuesta basada en la teoría de la representación semiótica. De igual manera, el valor de Z obtenido (Z = 4,1918; Sig. bilateral = 0,00002768) resulta estadísticamente significativo al nivel de *p* < 0,01, lo que confirma que la diferencia entre las puntuaciones del pos-test y el pre-test es real y consistente, no atribuible al azar. En ese sentido, se puede concluir que la intervención propuesta contribuyó de manera efectiva al desarrollo del pensamiento algebraico factual en los estudiantes participantes.

Decisión: Por lo tanto, a partir de los resultados obtenidos, se rechaza la hipótesis nula.

Categoría pensamiento algebraico contextual

- Ho: La aplicación de la teoría de la representación semiótica no mejora el pensamiento algebraico contextual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- Hi: La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.

Tabla 9

Diferencias en el pensamiento algebraico contextual con prueba de rangos con signo de Wilcoxon entre el pre-test y el pos-test de la aplicación de la teoría de representaciones semióticas.

Pensamiento algebraico contextual		N	Rangos promedios	Suma de rangos	Z	Sign. (bilateral)
Pos-test Pre-test	Rangos negativos	0			4,1859**	0,001
	Rangos positivos	23	12	276		
	Empates	0				
	Total	23				

**Significativo al nivel de $p < 0{,}01$.

Respecto a las puntuaciones en la categoría: pensamiento algebraico contextual, se aprecia que la diferencia entre los rangos del pos-test con los del pre-test da lugar a un promedio de rangos negativos equivalente a cero (0), así como un promedio de rangos positivos igual a 12, registrándose cero rangos con empate. Este resultado permite afirmar que los estudiantes de la muestra presentan un mayor número de rangos positivos, como producto del incremento en sus puntuaciones en la capacidad de pensamiento algebraico contextual, luego de haberse aplicado la teoría de la representación semiótica. Del mismo modo, el valor de Z calculado (Z = 4,1859; Sig.

bilateral = 0,0000284) es estadísticamente significativo al nivel de $p < 0{,}01$, por lo cual se puede establecer que las diferencias entre ambas pruebas, pos-test y pre-test, no se deben al azar. Este resultado permite concluir que la teoría de la representación semiótica resulta ser eficaz en el desarrollo de la capacidad: pensamiento algebraico contextual en los estudiantes evaluados.

Decisión: Por lo tanto, en función de los resultados obtenidos, se rechaza la hipótesis nula.

Categoría pensamiento algebraico simbólico

- Ho: La aplicación de la teoría de la representación semiótica no mejora el pensamiento algebraico simbólico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- Hi: La aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.
- Nivel de significancia: 5%
- Estadístico Utilizado: W de Wilcoxon.

Tabla 10

Diferencias en el pensamiento algebraico simbólico con prueba de rangos con signo de Wilcoxon entre el pre-test y el pos-test de la aplicación de la teoría de representaciones semióticas.

Pensamiento algebraico simbólico		N	Rangos promedios	Suma de rangos	Z	Sign. (bilateral)
Pos-test Pre-test	Rangos negativos	0			4,184**	0,001
	Rangos positivos	23	12	276		
	Empates	0				
	Total	23				

**Significativo al nivel de $p < 0{,}01$.

Respecto a las puntuaciones en la categoría: pensamiento algebraico simbólico, se aprecia que la diferencia entre los rangos del pos-test con los del pre-test da lugar a un promedio de rangos negativos igual a cero (0), así como un promedio de rangos positivos equivalente a 12, sin registrarse empates. Este resultado permite afirmar que los estudiantes de la muestra presentan un mayor número de rangos positivos, como producto del incremento en sus puntuaciones en la capacidad de pensamiento algebraico simbólico, luego de haberse aplicado la teoría de la representación semiótica. Del mismo modo, el valor de Z calculado (Z = 4,184; Sig. bilateral = 0,00002864) es estadísticamente significativo al nivel de $p < 0,01$, lo que evidenció que las diferencias observadas entre las puntuaciones del pre-test y pos-test son significativas. En consecuencia, se concluye que la intervención realizada resulta eficaz en el desarrollo del pensamiento algebraico simbólico en los estudiantes participantes.

Decisión: Por tanto, se procede a rechazar la hipótesis nula.

Se observa, que en las cuatro comparaciones de las tablas de nuestra variable dependiente y sus tres dimensiones con respecto al puntaje general), todos los estudiantes de la muestra, mostraron mejoras del pre-test al pos-test, sin empates ni retrocesos. Por ello, la suma de rangos positivos (W^+) fue la misma en los cuatro casos: 276.

4.2. Discusión

En este capítulo se expone la interpretación de los resultados obtenidos luego de la aplicación de la propuesta didáctica fundamentada en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, orientada a mejorar el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria. Para ello, esta discusión parte del análisis comparativo entre las puntuaciones obtenidas en el pre-test y pos-test, los cuales permitieron evidenciar avances significativos en las dimensiones relacionadas al pensamiento algebraico de los estudiantes. Es importante destacar que el promedio general obtenido en la evaluación inicial fue de 0,87, mientras que el promedio posterior a la intervención ascendió a 15,1, con un tamaño del efecto de 0,87, considerado como alto según los criterios de Cohen (1988). Este resultado evidencia un impacto relevante de la propuesta pedagógica implementada. En consecuencia, este valor refuerza la idea de que la propuesta generó un impacto importante en los aprendizajes, y que no se trata de un cambio producto del azar o de factores externos, sino del trabajo intencionado con actividades centradas en diversas representaciones. Desde el punto de vista del enfoque teórico, se reconoce que el pensamiento algebraico no es un proceso único o estático, sino que se manifiesta en diversos niveles de complejidad. En esta investigación, se adoptó la clasificación propuesta por Radford (2010), quien establece tres niveles: factual, contextual y simbólico. Cabe señalar que estas dimensiones fueron clave para organizar tanto la evaluación como el análisis de los resultados. Asimismo, se asumió como base estructural la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval (1999), la cual plantea que comprender un concepto matemático exige la coordinación entre al menos dos registros de representación (verbal, gráfico o simbólico). Tal como lo señala el autor, las actividades de comunicación, tratamiento y conversión entre registros son esenciales para la comprensión matemática profunda. En ese sentido, el diseño de la propuesta didáctica se orientó a promover el uso articulado de registros semióticos en las actividades de aprendizaje, considerando que el objeto matemático del álgebra es de naturaleza altamente abstracta y, por tanto, requiere diversas mediaciones para ser comprendido.

Esta postura es respaldada por Godino (2003), quien subraya que la construcción de significado matemático se realiza a través del uso de sistemas de signos, y por tanto, la pluralidad de representaciones es indispensable en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Del mismo modo, Kaput (1999) enfatiza que el pensamiento algebraico se desarrolla progresivamente a partir de actividades que permiten observar regularidades, simbolizarlas y generalizarlas. En este sentido, el vínculo entre el desarrollo del pensamiento algebraico y el uso consciente de distintos registros es profundo y estructural. Así, la presente investigación demuestra empíricamente que cuando se favorece la exploración de distintas formas de representar, describir y analizar una situación matemática, el aprendizaje se potencia significativamente.

A continuación, se discuten los resultados por dimensión, contrastando los hallazgos empíricos con la literatura revisada y los fundamentos teóricos previamente expuestos.

En cuanto a los resultados obtenidos en la dimensión factual, estos evidencian un incremento sustancial en la capacidad de los estudiantes para reconocer y utilizar hechos y procedimientos matemáticos básicos, apoyados en acciones concretas y perceptuales. Cabe resaltar que, en el pre-test, se observó que muchos estudiantes no lograban asociar sus conocimientos previos al contexto de los problemas, especialmente en lo referente al reconocimiento y uso correcto de los símbolos de desigualdad, tales como mayor que, menor que, mayor o igual y menor o igual. Como resultado, esta desconexión dificultaba su comprensión de las relaciones numéricas propuestas. No obstante, tras la implementación de la propuesta didáctica, se evidenció una evolución hacia una mayor organización en la resolución de problemas, apoyada en representaciones visuales y verbales que ayudaron a consolidar la comprensión inicial de los conceptos.

Este avance se encuentra en concordancia con lo planteado por Radford (2003), quien define esta etapa como un momento en el que el conocimiento matemático se construye a través de medios semióticos de objetivación como gestos, acciones perceptuales y lenguaje oral. En esta fase, el estudiante aún no simboliza de forma abstracta, pero logra identificar patrones a partir de su experiencia directa con objetos o situaciones numéricas. De hecho, el trabajo con situaciones comparativas contextualizadas, esquemas gráficos de número y cantidad, representaciones en la recta numérica y ejercicios de interpretación verbal permitió que los estudiantes establecieran relaciones entre cantidades y condiciones de comparación, sin necesidad de recurrir al simbolismo formal desde el inicio.

Por otro lado, la mejora obtenida se refleja en el tamaño del efecto para esta dimensión, que fue de 0,87, lo cual, según Cohen (1988), es un efecto grande. Esto indica que la intervención no solo fue efectiva, sino también altamente significativa desde el punto de vista educativo. Además, la utilización de diversos registros, en especial el registro gráfico y el lenguaje natural, facilitó que los estudiantes superaran barreras relacionadas con la comprensión de relaciones numéricas. Tal como lo expresa Pérez (2022), es fundamental en las etapas iniciales brindar herramientas semióticas que permitan al estudiante organizar su pensamiento sin exigir una formalización inmediata, ya que esto favorece el desarrollo de un pensamiento algebraico intuitivo. En ese contexto, cabe destacar que muchos estudiantes comenzaron a utilizar expresiones del tipo “uno es más que otro”, “hay que encontrar un valor que sea mayor que…” o “esto no puede ser menor que cierta cantidad”, lo cual evidencia un primer acercamiento a estructuras relacionales propias del pensamiento generalizador, a través de un lenguaje cotidiano, pero matemáticamente significativo.

Por otro lado, Blanton et al. (2011) también argumentan que el pensamiento algebraico temprano se construye cuando los estudiantes tienen oportunidades de generalizar a partir de datos específicos y cuando se enfrentan a tareas que invitan a descubrir relaciones estructurales. En este caso, varias de las actividades utilizadas en la investigación se enfocaron en observar patrones crecientes, traducir enunciados cotidianos en estructuras numéricas y establecer correspondencias entre representaciones. Gracias a ello, esta estrategia pedagógica permitió que los estudiantes progresaran hacia una comprensión más organizada y sistemática de los conceptos matemáticos.

Cabe resaltar, además, que esta dimensión también mostró mejoras en la forma en que los estudiantes verbalizaban sus procedimientos. Al inicio, las explicaciones se limitaban a respuestas numéricas; sin embargo, con el avance del trabajo, se transformaron en razonamientos articulados mediante lenguaje natural, con expresiones como “la edad de María no puede ser mayor que 23” o “mayor que se representa con el siguiente símbolo: >”. Sin duda, esta capacidad de verbalización representa una forma elemental pero significativa de comprensión algebraica, en la medida en que el estudiante comienza a expresar regularidades observadas en los datos mediante frases descriptivas, lo que constituye un paso importante hacia la estructuración de ideas algebraicas.

También, según Duval (2006), este progreso se puede entender como el resultado de que los estudiantes aprenden a pasar de una forma de representar las matemáticas a otra sin perder el sentido. Es decir, ya no solo trabajan con números, sino que pueden expresar ideas matemáticas en gráficos o con palabras, lo cual muestra una mejor comprensión. En la misma línea, Acuña y Percuvich (2023) encontraron que los estudiantes que usan diferentes formas de representar un problema, como lenguaje natural, algebraico y gráficos, entienden mejor los conceptos. Esto les ayuda a ver relaciones, entender estructuras y resolver problemas de forma más general, lo que fortalece su pensamiento algebraico.

Por tanto, el avance evidenciado en la dimensión factual no es solamente cuantitativo, ya que se expresa en la forma como los estudiantes piensan, describen, organizan y solucionan situaciones matemáticas, apoyándose en diversas formas de representación. De esta manera, este hallazgo es coherente con el objetivo general de la propuesta didáctica, que buscaba no solo mejorar las calificaciones, sino transformar la manera en que los estudiantes se enfrentan a los objetos matemáticos desde sus significaciones.

En cuanto a los resultados obtenidos en la dimensión contextual, estos evidencian también un avance significativo en el desarrollo del pensamiento algebraico de los estudiantes, luego de la implementación de la propuesta didáctica basada en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica. Antes de la intervención, las respuestas de los estudiantes mostraban cierta rigidez para expresar relaciones generales entre cantidades sin recurrir a cálculos puntuales o identificar restricciones en contextos reales. Incluso, no lograban traducir adecuadamente los enunciados verbales a relaciones algebraicas, especialmente cuando las situaciones planteaban condiciones de desigualdad. Sin embargo, tras las sesiones diseñadas con actividades que implicaban descripciones, interpretaciones verbales y análisis de situaciones que requerían establecer condiciones de cantidad o de límite, se pudo observar una mejora notoria en la capacidad de los estudiantes para traducir el enunciado contextual a una relación algebraica, en este caso, a una inecuación, sin necesidad de manipular números específicos.

Esta transformación, por su parte, está relacionada con lo que Radford (2010) denomina pensamiento algebraico contextual: un momento de transición en el que los estudiantes comienzan a abandonar la necesidad de actuar físicamente sobre los objetos, y en su lugar, desarrollan un discurso que permite generalizar patrones de manera oral o escrita, sin el uso explícito de símbolos matemáticos. En este nivel, los estudiantes reconocen estructuras subyacentes en los problemas, empleando términos como “tiene que ser mayor que…”, “no puede pasar de…”, o “debe ser al menos…”. Por consiguiente, estas formas de expresión reflejan un pensamiento más abstracto, aunque todavía no formalizado simbólicamente, que en el caso de las inecuaciones se manifestó en la identificación de desigualdades implícitas en las condiciones del problema.

La mejora obtenida en esta dimensión está respaldada por un tamaño del efecto de 0,87, considerado alto según Cohen (1988), lo que confirma que el avance observado no es solo significativo estadísticamente, sino pedagógicamente relevante. Gracias al trabajo con representaciones múltiples, especialmente el uso del lenguaje natural, tablas y representaciones visuales, fue posible que los estudiantes desarrollaran estrategias para describir fenómenos matemáticos, como restricciones de cantidad, límites presupuestales o condiciones de comparación, sin tener que recurrir de inmediato al uso de variables simbólicas, aunque sí dando los primeros pasos hacia esa formalización.

En línea con esto, este resultado coincide con lo planteado por Pérez (2022), quien señala que, en el pensamiento contextual, los estudiantes comienzan a explicitar la indeterminación en sus respuestas, es decir, empiezan a hablar de una cantidad desconocida, aunque todavía no la simbolicen. Esto se refleja claramente cuando un estudiante dice: “no puede pasar de cierta cantidad”, “tiene que ser al menos tal número”, entre otros. Estas frases dan cuenta de una generalización implícita, que constituye un avance fundamental hacia el pensamiento algebraico formal.

Por otro lado, en la propuesta didáctica se incorporaron actividades que invitaban a los estudiantes a traducir situaciones verbales a tablas de valores, o a organizar información a partir de descripciones contextuales. Estas tareas facilitaron ejercitar lo que Duval (2004) denomina conversión entre registros, en este caso del registro verbal al gráfico, proceso cognitivo esencial para la construcción de significados matemáticos. Tal como menciona Cribillero (2021) cuando los estudiantes logran cambiar de un registro semiótico a otro sin perder el significado del objeto matemático, están dando señales de una comprensión conceptual más profunda. En este sentido, el uso intencionado de las representaciones semióticas, mediado por herramientas tecnológicas, favorece una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos, en este caso, vinculados a la geometría.

Además de lo mencionado, los hallazgos de esta dimensión concuerdan con el estudio de Ramos (2022), quien destaca que una secuencia didáctica cuidadosamente diseñada puede facilitar que los estudiantes visualicen las relaciones entre cantidades a partir de situaciones concretas. En ambas investigaciones, se resalta el valor del uso de situaciones contextualizadas para construir progresivamente la generalización. En nuestro caso, los estudiantes fueron capaces de analizar situaciones como “la cantidad de entradas que una persona puede comprar como máximo con un presupuesto dado” o “el número máximo de hijos que puede llevar a un concierto con un monto específico de dinero”, tareas que exigían razonar sobre cantidades desconocidas, identificar restricciones y relacionar variables, lo cual derivó directamente en la formulación de inecuaciones simples, aunque aún no necesariamente simbólicas.

Este desarrollo también encuentra respaldo en lo planteado por Vergel y Rojas (2018, citado por Pineda, 2021), quienes afirman que el pensamiento contextual representa una etapa clave para que los estudiantes pasen del razonamiento particular al general. En efecto, el uso de lenguaje verbal estructurado, la observación de regularidades y el análisis de situaciones del entorno permiten construir una base sólida para el uso posterior de notaciones algebraicas. Por esa razón, este nivel debe ser cuidadosamente trabajado en la enseñanza, y no asumido como un paso automático o trivial. Justamente, nuestra intervención procuró consolidar este nivel intermedio, brindando diversas oportunidades para explorar patrones, interpretar enunciados, organizar información y anticipar resultados sin requerir de simbolismo formal, pero sí dando los primeros pasos hacia su traducción.

De este modo, puede afirmarse que el progreso observado en la dimensión contextual no solo demuestra un avance en las calificaciones, sino una transformación significativa en la forma en que los estudiantes piensan y expresan relaciones matemáticas. Esta transformación está íntimamente ligada al trabajo con múltiples registros, como lo señala Duval (1999), y al tránsito paulatino del lenguaje cotidiano hacia formas de expresión más estructuradas y generalizables, lo cual constituye la esencia del pensamiento algebraico emergente. En resumen, el éxito en esta dimensión demuestra que al fomentar la coordinación entre distintos registros como lo verbal y lo gráfico, sí es posible potenciar la capacidad de los estudiantes para generalizar relaciones y anticipar comportamientos, sin depender exclusivamente de símbolos o procedimientos técnicos, pero avanzando hacia su construcción.

En cuanto a la dimensión simbólica, esta representa el nivel más avanzado en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano. En este estadio, los estudiantes ya no solo describen patrones o relaciones de forma contextual o verbal, sino que logran expresarlos mediante el lenguaje simbólico propio del álgebra. Cabe señalar que la mejora observada en esta dimensión en los estudiantes del segundo grado de secundaria de la institución educativa fue notable. Tal como se evidencia, el promedio obtenido en el pos-test revela que los estudiantes fueron capaces de traducir situaciones cotidianas a expresiones simbólicas, resolver ecuaciones e inecuaciones, representar gráficamente intervalos y, en general, manipular símbolos de forma significativa. Este avance cobra aún más relevancia si se considera que, en el pre-test, la mayoría de los estudiantes obtuvo puntajes muy bajos, incluso con resultados nulos, evidenciando un conocimiento inicial limitado respecto a la simbología y el procedimiento algebraico requerido para trabajar con inecuaciones. Así pues, este avance queda reflejado no solo en los puntajes obtenidos, sino también en el tamaño del efecto calculado ($d = 0{,}87$), valor que, según Cohen (1988), es alto y que implica un impacto pedagógico significativo en esta dimensión del pensamiento algebraico.

Este progreso cobra aún más sentido a la luz de lo planteado por Radford (2011), quien señala que en el pensamiento simbólico los estudiantes ya operan con generalidades explícitas, es decir, utilizan expresiones algebraicas que condensan patrones observados. El estudiante ya no necesita manipular físicamente los objetos ni describir la situación en lenguaje natural: ha internalizado las relaciones y es capaz de representarlas mediante letras, signos de operación y desigualdades, lo que implica un nivel de abstracción elevado. Durante nuestra intervención, este nivel se abordó en actividades que implicaban resolver inecuaciones, graficar soluciones, encontrar el valor de variables a partir de condiciones dadas y transformar enunciados verbales en lenguaje algebraico formal. Gracias a esto, los estudiantes desarrollaron no solo la capacidad de operar con símbolos, sino también de representar en la recta numérica las soluciones de las inecuaciones, respetando los signos de desigualdad y los puntos abiertos o cerrados según correspondía.

El desarrollo de esta capacidad fue posible gracias a la articulación cuidadosa de los distintos registros de representación semiótica, tal como lo propone Duval (2006). En particular, el tratamiento (operación dentro de un mismo registro, por ejemplo, resolver una ecuación dentro del registro simbólico) y la conversión (pasar del registro verbal al simbólico, o del gráfico al simbólico) fueron favorecidos mediante actividades integradoras. Gracias a esto, esta articulación no solo facilitó la comprensión, sino que permitió que el estudiante perciba los símbolos como portadores de sentido, y no simplemente como signos a memorizar o manipular mecánicamente.

Por otro lado, el aporte de Godino (2003) es también clave para entender este proceso. Desde su teoría de funciones semióticas, se afirma que el conocimiento matemático se construye mediante prácticas institucionalizadas de representación. En ese marco, los símbolos no son neutros, sino que adquieren significado dentro de un sistema semiótico compartido. De hecho, al trabajar con ecuaciones e inecuaciones en diferentes contextos —como la compra de entradas, la distribución de edades o la representación de presupuestos— se logró que el símbolo “x”, por ejemplo, no fuese percibido como una letra sin sentido, sino como una variable que representa una cantidad concreta, relacionada con un problema real. Este paso resulta ser fundamental para que el estudiante internalice el simbolismo algebraico de manera significativa.

Asimismo, autores como Pérez (2022) y Pinto et al. (2023) coinciden en destacar que el tránsito hacia el simbolismo no debe hacerse de forma abrupta ni descontextualizada, sino que requiere un proceso paulatino donde se consoliden primero las etapas factual y contextual. De lo contrario, el estudiante corre el riesgo de manipular símbolos sin comprensión, incurriendo en errores formales o conceptuales. Por tal motivo, en la propuesta didáctica implementada, se priorizó la transición entre registros, partiendo del lenguaje natural y los esquemas gráficos para llegar al simbolismo, proceso que fue acompañado por intervenciones docentes guiadas y colaborativas.

También es importante destacar que este nivel de desarrollo simbólico no solo implica la capacidad de resolver ecuaciones o desigualdades, sino también la de representar gráficamente el conjunto solución, utilizando correctamente los signos de desigualdad y los tipos de puntos (abiertos o cerrados), así como el sentido de la desigualdad. Esta capacidad fue visiblemente fortalecida, lo cual permitió a los estudiantes visualizar las soluciones en la recta numérica, reforzando el vínculo entre lo simbólico y lo gráfico. En este punto, se confirma lo mencionado por Duval (1999) respecto a la necesidad de multiplicar los registros de representación para afianzar la comprensión: al trabajar con ecuaciones y graficarlas, los estudiantes lograron establecer relaciones más sólidas entre el símbolo y su representación visual.

Este proceso, además, guarda relación con lo planteado por Kaput (1999), quien señala que una de las metas centrales de la educación algebraica es permitir que los estudiantes puedan generar y manipular representaciones que expresen generalidades matemáticas. En este sentido, cuando un estudiante escribe “$x \geq 3000$” en respuesta a un enunciado como “Lynch gana al menos 3000 soles al mes”, está aplicando esta generalización. Pero más importante aún, cuando logra representar esa expresión simbólicamente, graficarla en la recta e interpretar el conjunto solución, ha integrado múltiples formas de representación que le permiten operar con significados diversos de manera coordinada.

Por otro lado, este dominio simbólico refuerza lo señalado por Blanton et al. (2011), quienes destacan que una de las prácticas esenciales en el desarrollo del pensamiento algebraico es la representación simbólica de patrones, su justificación y razonamiento. Durante el proceso, los estudiantes que participaron en esta investigación demostraron estas capacidades, en tanto no solo formularon expresiones algebraicas, sino que las resolvieron, interpretaron y defendieron sus soluciones con argumentos fundamentados. Este avance, sin duda, no es menor, ya que constituye un hito en el camino hacia el pensamiento algebraico formal.

Asimismo, cabe mencionar que el desarrollo del pensamiento simbólico también implica una actitud activa y reflexiva del estudiante frente al símbolo, lo cual se observó durante las sesiones de clase. Es así que estudiantes que al inicio mostraban rechazo o temor al uso de letras en matemáticas, hacia el final de la intervención expresaban con seguridad sus respuestas simbólicas, defendían sus procedimientos y mostraban una mayor confianza en el uso del lenguaje algebraico. Este cambio, además, no solo es cognitivo, sino también afectivo y actitudinal, lo cual refuerza la importancia de propuestas didácticas que aborden el simbolismo desde una perspectiva significativa, anclada en representaciones accesibles y pertinentes, especialmente en el tratamiento de inecuaciones como tema central.

En resumen, los resultados obtenidos a lo largo de la presente investigación permiten sostener con evidencia empírica que la propuesta didáctica basada en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica logró fortalecer significativamente el pensamiento algebraico de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución educativa. Las mejoras observadas, en las tres dimensiones factual, contextual y simbólica, fueron consistentes a nivel cuantitativo, como se evidenció en los desempeños obtenidos en el pos-test.

Desde una mirada pedagógica, estos hallazgos refuerzan la postura de que el pensamiento algebraico no debe enseñarse como una simple técnica de manipulación de símbolos, sino como un proceso complejo que involucra significación, representación y razonamiento. Tal como lo sostienen Radford (2010) y Duval (2006), el aprendizaje del álgebra implica la coordinación de múltiples formas de representación, y no puede reducirse a la memorización de fórmulas o algoritmos descontextualizados. En esa línea, se demuestra que el desarrollo progresivo de los registros semióticos natural, gráfico y simbólico favorece no solo la comprensión conceptual, sino también la apropiación de herramientas formales propias del lenguaje matemático.

Uno de los hallazgos más relevantes evidencia que, incluso en etapas tempranas de la educación secundaria, los estudiantes pueden desarrollar habilidades simbólicas complejas siempre que se les brinde un acompañamiento didáctico adecuado, el cual esté fundamentado en una secuencia pedagógica coherente, contextualizada y basada en la conversión y articulación de registros. Este resultado, además, es coherente con lo planteado por Godino (2003), quien destaca que las funciones semióticas del lenguaje y los signos matemáticos deben enseñarse progresivamente para lograr un aprendizaje significativo y duradero.

Por otro lado, en cuanto a las implicancias pedagógicas, ~~esta investigación~~ se invita a los docentes de matemática a replantearse sus estrategias de enseñanza del álgebra, incorporando actividades que promuevan el uso coordinado de registros y evitando enfoques exclusivamente formales o descontextualizados. Tal como lo sostienen Kaput (1999) y Blanton et al. (2011), el pensamiento algebraico se fortalece cuando se conecta con experiencias previas, con contextos reales y con representaciones diversas que permitan a los estudiantes construir significados desde lo concreto hasta lo abstracto.

En términos de impacto, el tamaño del efecto observado (d = 0,87) en cada una de las dimensiones y en el resultado general reafirma la solidez de los logros alcanzados. Siguiendo los parámetros de Cohen (1988), este valor es considerado alto, lo que significa que la intervención pedagógica generó un cambio notable en los aprendizajes, atribuible directamente a la propuesta implementada y no a factores aleatorios.

No obstante, es necesario reconocer ciertas limitaciones que pueden orientar futuras investigaciones. En primer lugar, el diseño preexperimental no incluyó un grupo de control, por lo que, si bien se observan mejoras significativas, no se puede establecer una comparación directa con estudiantes que no recibieron la intervención. En segundo lugar, el tiempo destinado al desarrollo de la propuesta fue relativamente breve, lo cual limita la evaluación de los efectos a largo plazo. Por ello, se sugiere ampliar la duración de las intervenciones en futuras investigaciones, así como replicar el estudio en otros contextos educativos, tanto urbanos como rurales, con la finalidad de contrastar resultados y ajustar la propuesta según características socioculturales diversas.

Por otra parte, también se identifica como una posible dificultad la resistencia inicial de algunos estudiantes frente al uso de símbolos y expresiones algebraicas. Afortunadamente, esta situación se pudo superar gracias al trabajo con registros intermedios, como la representación gráfica y el lenguaje natural, lo cual permitió un tránsito progresivo hacia el lenguaje simbólico. En esta línea, se destaca la importancia de una mediación docente constante y pertinente, así como la necesidad de diseñar actividades que promuevan la metacognición y la reflexión sobre los procesos de representación utilizados.

Finalmente, esta investigación abre camino para futuras líneas de trabajo en el ámbito de la didáctica del álgebra. Por ejemplo, se podría explorar cómo las representaciones semióticas impactan en otros objetos matemáticos, como las funciones, proporciones o los sistemas de ecuaciones, o bien cómo el enfoque semiótico pueda integrarse a metodologías activas como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) o el enfoque de resolución de problemas contextualizados. Del mismo modo, sería valioso analizar cómo influyen las representaciones semióticas en el desarrollo del pensamiento algebraico en otras competencias.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

Para esta investigación, la aplicación de la teoría de las representaciones semióticas permitió una mejora notable en el desarrollo del pensamiento algebraico generando un impacto positivo y significativo en los estudiantes de segundo grado de secundaria superando los niveles de logro establecidos, donde no se evidenciaban conocimientos previos sobre el tema, ya que, al inicio del proceso, los estudiantes no mostraban comprensión sobre los elementos básicos del pensamiento algebraico. Sin embargo, tras la intervención, no solo se observó una mejora en la resolución de ejercicios, sino también en la capacidad de interpretar y representar situaciones algebraicas en distintos registros de representación.

A su vez, en relación al objetivo de comprobar si la aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual, los resultados evidenciaron que los estudiantes lograron avances significativos en la identificación de los símbolos algebraicos, lo cual permitió reconocer que la teoría favorece la adquisición de nociones fundamentales del álgebra. Con relación al objetivo de comprobar si la aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual, se constató que los estudiantes pudieron interpretar y resolver situaciones problemáticas aplicando representaciones adecuadas, lo que refleja un fortalecimiento en su capacidad para relacionar el conocimiento algebraico con contextos diversos y finalmente con relación al objetivo de comprobar si la aplicación de la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico simbólico, los resultados mostraron un progreso notable en el manejo y transformación de expresiones algebraicas, evidenciando que los estudiantes desarrollaron mayor habilidad para operar dentro del registro simbólico.

Asimismo, el rol del docente, como guía en la transición entre registros y facilitador de la objetivación del conocimiento, fue determinante. Las estrategias metodológicas empleadas —como el uso de materiales concretos, esquemas gráficos, lenguaje verbal estructurado y retroalimentación formativa— permitieron a los estudiantes avanzar en su comprensión del lenguaje algebraico y apropiarse de herramientas cognitivas para resolver problemas.

En conclusión, la intervención pedagógica propuesta permitió orientar el uso de mediadores semióticos para mejorar el pensamiento algebraico, tales como la comprensión del signo de igualdad como una relación de equilibrio en lo que respecta al uso de balanzas, el reconocimiento de una ecuación como una representación de una situación problemática, o la interpretación del símbolo matemático como una cantidad variable en diferentes contextos. Asimismo, se puede afirmar que una enseñanza centrada en los registros de representación y en la conversión entre ellos favorece el desarrollo del pensamiento algebraico, especialmente en estudiantes que presentan dificultades en su formación previa. Incorporar esta propuesta desde etapas tempranas puede tener efectos duraderos y transformar positivamente el aprendizaje matemático en la secundaria.

CAPÍTULO VI: RECOMENDACIONES

A partir de los elementos desarrollados en el marco de referencia y del diseño de los niveles de pensamiento algebraico propuestos por Radford, se considera relevante profundizar en la solución planteada, fundamentándola en la teoría de las representaciones semióticas de Duval. Asimismo, se reconoce que hubiera sido valioso abordar otros aspectos relevantes que por limitaciones de tiempo y por la organización interna de la institución educativa no fue posible desarrollar. Por ello, se considera necesario que futuras investigaciones establezcan metas y objetivos más viables, acompañados de recursos y herramientas accesibles. Por consiguiente, se invita a los futuros tesistas a continuar esta línea de trabajo como una segunda etapa del estudio en la cual se puedan compilar las sesiones de aprendizaje aplicadas, identificando con mayor profundidad la problemática y explorando posibles soluciones desde una perspectiva didáctica.

Asimismo, a los docentes de matemática del nivel secundaria, se recomienda incorporar la teoría de las representaciones semióticas en el diseño y desarrollo de sus sesiones de aprendizaje, utilizando diversos registros (gráficos, verbales, simbólicos, concretos) para facilitar la comprensión del lenguaje algebraico. Para ello, es fundamental que el docente promueva actividades que permitan a los estudiantes traducir expresiones entre distintos sistemas de representación, como forma de fortalecer el pensamiento algebraico desde edades tempranas.

Por otro lado, esta investigación nos permite reflexionar sobre las posibles causas por las cuales los estudiantes no logran desarrollar adecuadamente el pensamiento algebraico. A partir de los resultados obtenidos, se resalta la importancia de fortalecer el programa curricular de educación primaria, incorporando de manera explícita y progresiva el desarrollo del pensamiento algebraico. Si dicho enfoque se integra desde los primeros años de formación, los beneficios no solo se reflejarían en el rendimiento individual del estudiante, sino también en el fortalecimiento de toda la comunidad educativa, facilitando una transición más sólida y significativa hacia el nivel secundario.

En este sentido, se podría sugerir brindar espacios de capacitación y actualización docente ya sea desde la red de estudiantes que permitan abordar las dificultades en la enseñanza del álgebra desde una perspectiva más comprensiva e interdisciplinaria.

En relación con lo anterior, se podría hacer un llamado a los especialistas, directores del Minedu para revisar y reforzar la presencia del pensamiento algebraico en los primeros grados de secundaria, asegurando una progresión coherente desde lo concreto hasta lo abstracto. Asimismo, se recomienda considerar el enfoque semiótico en la elaboración de materiales educativos y cuadernos de trabajo, incluyendo actividades que promuevan la conversión y coordinación entre registros de representación.

Finalmente, se recomienda fomentar un entorno favorable al aprendizaje del álgebra, brindando apoyo emocional, motivacional y material a los estudiantes. La comprensión del álgebra se enriquece mediante el uso de ejemplos provenientes de la vida cotidiana, por lo que es importante reforzar su utilidad y aplicabilidad fuera del aula.

REFERENCIAS

Acosta, Y., Pincheira, N., & Alsina, Á. (2022). Incorporación del álgebra temprana en educación infantil: Un análisis desde los libros de texto. *PNA, 17*(1), 1–24. https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.24522

Acuña Castillo, M. A., & Percuvich Bendezu, J. (2023). *Influencia de la representación semiótica en el aprendizaje de ecuaciones lineales en estudiantes del tercer grado de secundaria en Huancavelica* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. Repositorio RENATI. https://hdl.handle.net/20.500.14039/8533

Coz, L., & Castillo, L. (2019). *Desarrollo del pensamiento algebraico en alumnos del primer y segundo grados de educación secundaria – caso: Institución Educativa Particular Ingeniería de Huancayo* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional del Centro del Perú]. Repositorio Institucional de la UNCP. https://repositorio.uncp.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12894/5684/T010_41545807_T.pdf?isAllowed=y&sequence=1&utm_source=chatgpt.com

Cribillero Aching, J. A. (2021). *Transformaciones en las representaciones semióticas de la semejanza de triángulos en estudiantes de 4to año de secundaria mediado por GeoGebra* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. PUCP Repositorio Institucional. https://tesis.pucp.edu.pe/items/7b33a657-eff9-4f54-b06c-597f5a3c8210

Flores Sánchez, V. (2023). *Una ruta hacia el pensamiento algebraico en estudiantes de secundaria a través de la visualización de secuencias figurales dinámicas* [Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional]. Instituto Politécnico Nacional Repositorio.

Hernández Castaño, S. D. P. (2024). Determinación de constructos sobre estrategias de enseñanza para desarrollar el razonamiento algebraico. *Revista Boletín Redipe, 13*(2), 173–186. https://doi.org/10.36260/rbr.v13i2.2086

Hernández, A, Cervantes, J., Ordoñez, J. & Garcia, M. (2017). *Teoría de Registros de Representación Semiótica* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Guerrero]. https://www.researchgate.net/profile/Antonia-Hernandez-Moreno/publication/315814323_TEORIA_DE_REGISTROS_DE_REPRESENTACIONES_SEMIOTICA/links/58e7c722a6fdccb4a83006f5/TEORIA-DE-REGISTROS-DE-REPRESENTACIONES-SEMIOTICA.pdf

Herrera Castrillo, C. J. (2024). Paradigma positivista. *Boletín Científico de las Ciencias Económico-Administrativas del ICEA, 12*(24), 29–32. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9759162

Huari, D. (2023). *Inecuaciones lineales* [Tesis de pregrado, Universidad Peruana Los Andes]. https://repositorio.upla.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12848/7064/T037_20048234_T.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Iparraguirre, A. (2021). *Representaciones semióticas de inecuaciones lineales: una propuesta didáctica para tercer grado de educación secundaria* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú]. https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/19818/IPARRAGUIRRE_ZAVALETA_ALEX_JOS%C3%89%20%281%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y

López, P. L. (2004). Población, muestra y muestreo. *Punto Cero, 9*(8), 69-74 http://www.scielo.org.bo/pdf/rpc/v09n08/v09n08a12.pdf

Lozada, M. J., Carmona, M., & Cogliati, M. (2022). *A 90 años de Pensamiento y lenguaje de Vygotsky: Sentidos y proyecciones actuales.* Ediciones de la Universidad Nacional de Cuyo. https://bdigital.uncu.edu.ar/17925

Mason, J. (2008). *Making use of children's powers to produce algebraic thinking.* En J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 57–94). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315097435-4

Medina P. y Matos F. (2025). *MANUAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN*. Escuela de Educación Superior Pedagógica Pública Monterrico. Unidad de Investigación. https://hdl.handle.net/20.500.12905/2473

MINEDU. (2019). Informe de resultados para docentes - Matemáticas - ECE 2019. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/06/Informe-para-docentes-de-Matematica-%E2%80%93-2.%C2%BA-grado-secundaria.pdf

MINEDU. (2019). Resultados de evaluaciones de logros de resultados 2019. https://www.calameo.com/read/006286625b1d7f0cd7597?view=slide&page=2

Ministerio de Educación del Perú. (2024). Resultados de la Evaluación Nacional de Logros de Aprendizaje 2024 (ENLA 2024). Unidad de Medición de la Calidad Educativa. http://umc.minedu.gob.pe/resultadosenla2024/

Ministerio de Educación del Perú. (2024). El Perú en PISA 2022: Informe nacional de resultados [PDF]. UMC. http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2024/12/El-Per%C3%BA-en-PISA-2022-Informe-nacional-de-resultados.pdf

Narváez Orellana, R. A. (2024). *Generalización y mediación en primeros cursos de educación primaria en un contexto de pensamiento funcional como aproximación al pensamiento algebraico* [Tesis doctoral, Universidad de Granada, España]. https://hdl.handle.net/10481/90414

OECD. (2024). *An evolution of mathematics curriculum: Where it was, where it stands and where it is going.* OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/0ffd89d0-en

Olivera, J. (2023). *Método multisensorial en el pensamiento matemático en estudiantes del III ciclo de una institución educativa del tambo* [Tesis de pregrado, Universidad Peruana Los Andes]. https://repositorio.upla.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12848/7369/T037_42824033_T.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Oyola-García, A. E. (2021). La variable. *Revista del Cuerpo Médico del Hospital Nacional Almanzor Aguinaga Asenjo, 14*(1), 109–112. http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2227-47312021000100016

Pérez, R. (2022). *Pensamiento algebraico, conocimiento y actividades basadas en patrones para la transición de Primaria a Secundaria* [Trabajo Final de Máster, Universidad de Valladolid]. https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/57664/TFM-G1688.pdf?sequence=1

Pincheira Hauck, N., & Alsina, Á. (2021). Hacia una caracterización del álgebra temprana a partir del análisis de los currículos contemporáneos de Educación Infantil y Primaria. *Revista Educación Matemática, 33*(1), 89–105. https://doi.org/10.24844/EM3301.06

Pineda, A. (2021). *Promoviendo el desarrollo del pensamiento algebraico desde una aplicación para android* [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional de Colombia].

Pinto Marín, E., Ayala-Altamirano, C., Molina, M., & Cañadas, M. C. (2023). Desarrollo del pensamiento algebraico a través de la justificación en educación primaria. *Enseñanza de las Ciencias, 41*(1), 149–173. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.5835

Pozo Puértolas, R. (2024). Investigación aplicada en diseño: Etapas de la actividad. *Gráfica, 12*(23), 93–100. https://revistes.uab.cat/grafica/article/view/v12-n23-pozo

Radford, L. (2021). *O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação*. En V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e la teoría histórico-cultural* (pp. 171–195). Livraria da Física. https://www.luisradford.ca/pub/2021%20-%20Radford%20%20O%20Ensino-aprendizagem%20da%20Algebra%20na%20Teoria%20da%20Objetivacao-revised.pdf

Ramos, G. (2022). *Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Independencia Nacional Puno* [Tesis de pregrado, Universidad Nacional del Altiplano]. https://repositorio.unap.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14082/18539/Ramos_Condori_Guido_Emilio.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ramos, M., & Aké, L. (2024). Pensamiento algebraico a través de la generalización de patrones: Un estudio de caso con estudiantes de bachillerato. *Revista de Divulgación Científica de la Universidad Autónoma de Querétaro*. https://revistas.uaq.mx/index.php/padi/article/view/820/1151

Ramos. (2021). Diseños de investigación experimental. *CienciAmérica: Revista de Divulgación Científica de la Universidad Tecnológica Indoamérica.* https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7890336

Rodríguez de Chicas, S. V. (2021). *Hallazgos neurocientíficos relacionados con el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de secundaria*. *VARONA, (73)*, Universidad Pedagógica Enrique José Varona. https://www.redalyc.org/journal/3606/360670689019/

Rosero-Calderón, O., & Ardila-Muñoz, E. (2022). *La robótica educativa y el pensamiento matemático: Elementos vinculantes.* *Cultura, Educación y Sociedad, 13*(2), 69–86. http://dx.doi.org/10.17981/cultedusoc.13.2.2022.04

Salgado-Sánchez, V., & Torres-Aguirre, J. (2024). *Pensamiento algebraico cuando se promueve a través de tareas mediadas por tecnología* [Trabajo de grado, Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Antioquia]. Repositorio Institucional Universidad de Antioquia. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstreams/28842609-464e-4745-aff5-16517ac40e1d/download

Su, W., & Kan, Z. (2024). Thinking. En *The ECPH Encyclopedia of Psychology*. Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-99-6000-2_1046-1

TERC. (s. f.). *Project LEAP: Developing a Grades K–5 Early Algebra Learning Progression (EALP) to foster young children's algebraic thinking*. https://www.terc.edu/projects/project-leap/

UNESCO. (2021). *Informe de resultados regionales ERCE 2019: América Latina y el Caribe.* Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCOSantiago). https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380253

Valbuena Duarte, S., Rivera Payares, A., & Padilla-Escorcia, I. A. (2021). Álgebra temprana en estudiantes con talento excepcional de educación básica primaria. *PANORAMA, 15*(29), 134–152. https://doi.org/10.15765/pnrm.v15i29.3083

Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques*. https://www.gerard-vergnaud.org/GVergnaud_1990_Theorie-Champs-Conceptuels_Recherche-Didactique-Mathematiques-10-2-3

Zapatera Llinares, A. (2022). La generalización de patrones como herramienta para introducir el pensamiento algebraico en educación primaria. *Educación Matemática, 34*(2), 134–152. https://www.redalyc.org/journal/405/40576161006/

ANEXOS

Anexo 1: Matriz metodológica

MATRIZ DE CONSISTENCIA

<table>
<tr><td colspan="2">Título de la investigación</td><td colspan="6">TEORÍA DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA PARA MEJORAR EL PENSAMIENTO ALGEBRAICO EN ESTUDIANTES DE SEGUNDO GRADO</td></tr>
<tr><td colspan="2">Autores</td><td colspan="2">Programa de estudios</td><td colspan="2">Línea de investigación</td><td colspan="2">Asesor</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tamara Alexandra Ramos Calderon
Rocio Esther Gordillo Bendezú</td><td colspan="2">Matemática</td><td colspan="2">Innovación y didáctica</td><td colspan="2">Miguel Diaz Sebastián</td></tr>
<tr><td>Problema de investigación</td><td>Objetivos</td><td>Hipótesis</td><td>Variables</td><td>Dimensiones</td><td>Marco metodológico</td><td>Técnicas e instrumentos</td><td>Población / muestra</td></tr>
<tr><td>¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública?</td><td>O. General: Comprobar si la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.</td><td>H. General: La Teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.</td><td rowspan="2">Variable independiente: Teoría de la Representación Semiótica de Raymond Duval: Esta teoría sostiene que, para comprender un concepto matemático, los estudiantes deben ser capaces de movilizar diferentes tipos de representaciones (gráficas, simbólicas, tabular, natural, etc.) y lo más importante poder realizar conversiones entre ellas.</td><td>Para nuestras 3 dimensiones el autor es Raymond Duval.

Registro de representación Natural o Verbal: Se refiere a la forma en la que se describen y comunican los conceptos matemáticos utilizando un lenguaje cotidiano. Para Tocto (2015), esta representación verbal se relaciona con la capacidad lingüística de las personas, y es fundamental para comprender situaciones específicas en un contexto determinado.</td><td rowspan="2">Paradigma: Positivista.

Enfoque: Cuantitativo.

Nivel: Experimental.

Tipo: Aplicada.

Diseño: Preexperimental.</td><td rowspan="2">Técnica: Encuesta.

Instrumento: Cuestionario.</td><td rowspan="2">Población: 76 estudiantes de 2do de secundaria de una institución educativa pública del distrito de Villa el salvador.

Muestra: 23 estudiantes pertenecientes al 2° “A” de educación secundaria.</td></tr>
<tr><td>¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública?</td><td>O. Específico 1: Comprobar si la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual, en estudiantes de segundo de secundaria de una IE pública.</td><td>H. Específica 1: La Teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico factual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.</td><td>Registro de representación Algebraica: Se refiere a la forma en la que se representan y manipulan expresiones matemáticas utilizando símbolos y operaciones algebraicas.</td></tr>
</table>

¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública?	O. Específico 2: Comprobar si la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico contextual, en estudiantes de segundo de secundaria de una IE pública.	H. Específica 2: La Teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento contextual algebraico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.		Registro de representación gráfica: Este tipo de registro incluye representaciones como gráfica en la recta numérica, diagramas y figuras geométricas, las cuales permiten visualizar relaciones espaciales, funcionales o geométricas.			
¿En qué medida la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico simbólico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública?	O. Específico 3: Comprobar si la teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico simbólico, en estudiantes de segundo de secundaria de una IE pública.	H. Específica 3: La Teoría de la representación semiótica mejora el pensamiento algebraico simbólico en estudiantes de segundo grado de secundaria de una IE pública.	Variable dependiente: Pensamiento algebraico de Luis Radford: Concibe al pensamiento algebraico como una práctica cultural que se desarrolla en la interacción social y se apoya en diversos signos y representaciones para construir significados generales.	Para nuestras 3 dimensiones el autor es Luis Radford. P.A.: Pensamiento algebraico P.A. Factual: Corresponde al nivel inicial, es decir, el estudiante razona usando acciones directas y perceptibles. En esta etapa dependen de observaciones y acciones físicas, y el significado matemático se construye a través de “palabras, gestos y actividad perceptual”.			
				P.A. Contextual: Corresponde al nivel intermedio, es decir, los recursos semióticos utilizados inicialmente, como los gestos o expresiones orales espontáneas, son reemplazados progresivamente por otras formas de representación, como el uso de palabras clave, ya que facilita el tránsito desde lo concreto hacia lo abstracto.			

				P.A. Simbólico: Corresponde al nivel más avanzado en el desarrollo del pensamiento algebraico, cuando el estudiante empieza a usar símbolos matemáticos para expresar relaciones de manera abstracta.			

Anexo 2: Matriz del instrumento

Matriz del instrumento

Variable	Campo temático	Ítem		Dimensión de la variable	Indicador	Puntaje
Pensamiento algebraico	Inecuaciones lineales	1	a.	Pensamiento algebraico factual. Pensamiento algebraico contextual.	Representa correctamente los símbolos de desigualdad. Expresa algebraicamente la inecuación.	3
			b.	Pensamiento algebraico simbólico.	Resuelve y grafica correctamente entre qué valores se encuentra la variable.	
		2	a.	Pensamiento algebraico Factual. Pensamiento algebraico contextual.	Representa correctamente el símbolo de desigualdad. Traduce el enunciado a una representación algebraica.	3
			b.	Pensamiento algebraico simbólico.	Realiza correctamente el procedimiento para hallar el menor valor entero.	
		3	a.	Pensamiento algebraico factual Pensamiento algebraico contextual.	Representa correctamente el símbolo de desigualdad. Traduce el enunciado a una representación algebraica.	3
			b.	Pensamiento algebraico simbólico.	Realiza correctamente el procedimiento para hallar la cantidad máxima de invitados. Se asume la variable “x”.	
		4	b.	Pensamiento algebraico contextual.	Interpreta de manera verbal la inecuación $75 \leq x<180$	2
			b.	Pensamiento algebraico simbólico	Grafica en la recta numérica la inecuación.	

5	a.	Pensamiento algebraico simbólico.	Resuelve correctamente y grafica entre qué valores se encuentra el ahorro semanal.	2
	b.	Pensamiento algebraico contextual.	Interpreta la inecuación que representa el ahorro mensual de Carlos	
6	a.	Pensamiento algebraico simbólico.	Resuelve correctamente y grafica entre qué valores se encuentra la inecuación	2
	b.	Pensamiento algebraico contextual.	Interpreta el conjunto solución de los valores de “x” que satisfacen la inecuación	
7	a.	Pensamiento algebraico factual. Pensamiento algebraico contextual.	Representa correctamente el símbolo de desigualdad. Traduce el enunciado textual a un lenguaje algebraico	3
	b.	Pensamiento algebraico simbólico.	Resuelve correctamente y grafica entre qué valores se encuentra la edad de Ana.	
8	a.	Pensamiento algebraico factual Pensamiento algebraico contextual	Representa correctamente el símbolo de desigualdad. Traduce el enunciado textual a un lenguaje algebraico.	3
	b.	Pensamiento algebraico simbólico.	Grafica en la recta numérica la inecuación.	
9	a.	Pensamiento algebraico factual. Pensamiento algebraico contextual.	Representa correctamente los símbolos de desigualdad Traduce la representación gráfica a un lenguaje algebraico.	3
	b.	Pensamiento algebraico contextual.	Interpreta las gráficas.	

Anexo 3: Matriz de calificación

Matriz de calificación

Dimensión de la variable	Ítem	Indicadores	Nivel	Descripción del nivel	Puntaje	
Pensamiento Factual	1.a	Representa correctamente los símbolos de desigualdad: I. Mayor que ">"	Nivel 1	No logra representar los símbolos de desigualdad.	0	1

		II. Menor o igual que "≤". .	Nivel 2	Logra representar los símbolos de desigualdad en al menos una de las situaciones presentadas.	0,5	
			Nivel 3	Logra representar los símbolos de desigualdad en las dos situaciones presentadas.	1	
	2.a	Representa correctamente el símbolo de desigualdad mayor que ">".	Nivel 1	No logra representar correctamente el símbolo de desigualdad.	0	1
			Nivel 2	Representa correctamente el símbolo ">"	1	
	3.a	Representa correctamente el símbolo de desigualdad menor que "<".	Nivel 1	No logra representar correctamente el símbolo de desigualdad.	0	1
			Nivel 2	Representa correctamente el símbolo "<"	1	
	7.a	Representa correctamente el símbolo de desigualdad menor que "<".	Nivel 1	No logra representar correctamente el símbolo de desigualdad.	0	1
			Nivel 2	Representa correctamente el símbolo "<"	1	
	8.a	Representa correctamente el símbolo de desigualdad menor o igual que "≤".	Nivel 1	No logra representar correctamente el símbolo de desigualdad.	0	1
			Nivel 2	Representa correctamente el símbolo ""	1	
	9.a	Representa correctamente los símbolos de desigualdad I. mayor o igual que "≥" II. Mayor que ">" y menor o igual que ≤.	Nivel 1	No logra representar correctamente los símbolos de desigualdad.	0	1
			Nivel 2	Logra representar correctamente los símbolos de desigualdad en al menos uno de los gráficos presentados.	0,5	
			Nivel 3	Coloca correctamente los símbolos de desigualdad en los dos gráficos presentados.	1	

Pensamiento algebraico contextual	1.a	Traduce el enunciado textual a un lenguaje algebraico: I. 2x>40 2x<70 II. x-15≤30	Nivel 1	No logra plantear ninguna de las inecuaciones de manera correcta.	0	1
			Nivel 2	Plantea correctamente al menos una inecuación de las situaciones presentadas.	0,5	
			Nivel 3	Logra plantear correctamente las inecuaciones de las situaciones presentadas.	1	
	2.a	Traduce el enunciado textual a un lenguaje algebraico:6x+13>55	Nivel 1	No logra plantear la inecuación; la expresión algebraica no se relaciona con el problema planteado.	0	1
			Nivel 2	Logra plantear correctamente la inecuación.	1	
	3.a	Traduce el enunciado textual a un lenguaje algebraico: 2x+8>56 .	Nivel 1	No logra plantear la inecuación; la expresión algebraica no se relaciona con el problema planteado.	0	1
			Nivel 2	Logra plantear correctamente la inecuación.	1	
	7.a	Traduce el enunciado textual a un lenguaje algebraico: A+2A<39	Nivel 1	No logra plantear la inecuación; es decir, no logra identificar las 2 variables del enunciado.	0	1
			Nivel 2	Logra plantear correctamente la inecuación, es decir, logra identificar las 2 variables del enunciado.	1	
	8.a	Traduce el enunciado textual a un lenguaje algebraico: 2A+A≤30	Nivel 1	No logra plantear la inecuación, es decir, no logra identificar las 2 variables del enunciado.	0	1
			Nivel 2	Logra plantear correctamente la inecuación, es decir, logra identificar las 2 variables del enunciado.	1	
	9.a	Traduce la representación gráfica a un lenguaje algebraico: I. x≥1 I.-3<x≤0	Nivel 1	No logra traducir simbólicamente ninguna de las 2 gráficas.	0	1
			Nivel 2	Logra traducir simbólicamente al menos una de las gráficas.	0,5	

			Nivel 3	Logra traducir simbólicamente los 2 gráficos presentados.	1	
	4.a	Interpreta de manera verbal la inecuación $75 \le x < 180$	Nivel 1	No reconoce el intervalo de valores que puede tomar "x", entonces no puede interpretar de manera verbal.	0	1
			Nivel 3	Reconoce el intervalo de valores que puede tomar "x" y los interpreta correctamente.	1	
	5.b	Interpreta la inecuación que representa el ahorro mensual de Carlos: $x<100$ y $x \ge 40$.	Nivel 1	No reconoce el intervalo de valores que puede tomar "x", entonces no puede interpretar de manera verbal.	0	1
			Nivel 2	Reconoce el intervalo de valores que puede tomar "x" y los interpreta correctamente.	1	
	6.b	Interpreta el conjunto solución de los valores de "x" que satisfacen la inecuación: $6 \le x \le 9$	Nivel 1	No reconoce el intervalo de valores que puede tomar "x", entonces no puede interpretar de manera verbal.	0	1
			Nivel 3	Reconoce el intervalo de valores que puede tomar "x" y los interpreta correctamente.	1	
	9.b	Interpreta las gráficas.	Nivel 1	No logra interpretar correctamente las gráficas presentadas.	0	1
			Nivel 2	Interpreta correctamente al menos una de las gráficas presentadas	0,5	
			Nivel 3	Interpreta correctamente las gráficas presentadas.	1	
Pensamiento algebraico simbólica	1.b	I. Resuelve y grafica correctamente entre qué valores se encuentra la edad de Juan. Se asume la variable "x" para la edad de Juan. II. Resuelve y grafica correctamente entre qué valores se encuentra la edad de María. Se asume la variable "x" para la edad de María.	Nivel 1	No realiza correctamente el procedimiento para hallar entre qué valores se encuentra la edad de Juan y no representa correctamente la gráfica.	0	1
			Nivel 2	Resuelve ambos enunciados, pero no grafica correctamente. Resuelve y grafica uno de los enunciados, pero no coloca correctamente el intervalo de solución.	0,25	

		Nivel 3	Resuelve y grafica ambos enunciados, pero no coloca correctamente el intervalo de solución. Resuelve, grafica y determina correctamente el intervalo de uno de los enunciados.	0,5	
		Nivel 4	Resuelve, grafica y halla el intervalo de solución correctamente de la edad de Juan y la edad de María.	1	
2.b	Realiza correctamente el procedimiento para hallar el menor valor entero. Se asume la variable “x”	Nivel 1	No realiza correctamente el procedimiento para hallar el menor valor entero de “x”.	0	1
		Nivel 2	Realiza el procedimiento correctamente pero no evidencia el mínimo valor entero que asume “x”.	0,5	
		Nivel 3	Realiza el procedimiento correctamente y evidencia los valores de “x” para determinar su mínimo valor entero.	1	
3.b	Realiza correctamente el procedimiento para hallar la cantidad máxima de invitados. Se asume la variable “x”.	Nivel 1	No realiza correctamente el procedimiento para hallar la cantidad máxima de invitados.	0	1
		Nivel 2	Realiza el procedimiento correctamente pero no evidencia los valores que asume “x” para hallar la máxima cantidad de invitados.	0,5	
		Nivel 3	Realiza el procedimiento correctamente y evidencia los valores que asume “x” para determinar la cantidad máxima de invitados.	1	
4.b	Grafica en la recta numérica la inecuación $75 \leq x < 180$	Nivel 1	No logra graficar la inecuación; no se relaciona con el problema planteado.	0	1
		Nivel 2	Grafica correctamente la inecuación, pero no coloca correctamente el intervalo de solución.	0,5	
		Nivel 3	Gráfica y coloca el intervalo de solución correctamente.	1	

	5.a	Resuelve correctamente y grafica entre qué valores se encuentra el ahorro semanal x<100 y x≥40. Se asume la variable “x”.	Nivel 1	No realiza correctamente el procedimiento para hallar el rango de valores del ahorro semanal y no representa correctamente la gráfica.	0	1
			Nivel 2	Realiza el procedimiento correctamente pero no realiza la gráfica de la inecuación.	0,25	
			Nivel 3	Realiza el procedimiento y grafica correctamente pero no representa el intervalo de la solución.	0.5	
			Nivel 4	Realiza, grafica y determina correctamente los valores que asume “x”.	1	
	6.a	Resuelve correctamente y grafica entre qué valores se encuentra la inecuación: 6≤x≤9	Nivel 1	No realiza correctamente el procedimiento para hallar los valores de “x” de la inecuación y no representa correctamente la gráfica n	0	1
			Nivel 2	Realiza el procedimiento correctamente pero no realiza la gráfica de la inecuación.	0,25	
			Nivel 3	Realiza el procedimiento y grafica correctamente pero no representa el intervalo de la solución.	0,5	
			Nivel 4	Realiza, grafica y determina correctamente los valores que asume “x”.	1	
	7.b	Resuelve correctamente y grafica entre qué valores se encuentra la edad de Ana. A<12 y A>0. Se asume a la variable “A” como la edad de Ana.	Nivel 1	No realiza correctamente el procedimiento para hallar los valores de “x” de la inecuación y no representa correctamente la gráfica.	0	1
			Nivel 2	Realiza el procedimiento correctamente pero no realiza la gráfica de la inecuación.	0,25	
			Nivel 3	Realiza el procedimiento y grafica correctamente pero no representa el intervalo de la solución.	0,5	
			Nivel 4	Realiza, grafica y determina correctamente los valores que asume “x”.	1	
	8.b	Grafica en la recta numérica la inecuación $A \leq 10\ y\ A > 0$. Se asume a la variable “A” como la cantidad de cajas de alfajores.	Nivel 1	No realiza correctamente el procedimiento para hallar los valores de “x” de la inecuación y no representa correctamente la gráfica.	0	1

	Nivel 2	Realiza el procedimiento correctamente pero no realiza la gráfica de la inecuación.	0,25
	Nivel 3	Realiza el procedimiento y grafica correctamente pero no representa el intervalo de la solución.	0,5
	Nivel 4	Realiza, grafica y determina correctamente los valores que asume “x”.	1

Anexo 4: Propuesta de intervención pedagógica

Este capítulo aborda la fundamentación de nuestra propuesta, que se articula en torno a cómo los estudiantes desarrollan el pensamiento algebraico según Radford en sus 3 fases: la factual, contextual y simbólica. Asimismo, se describe cómo se desarrollará este módulo, que consta de 12 sesiones, para facilitar que los estudiantes mejoren su comprensión y dominio del contenido.

Fundamentación

En este aspecto, para mejorar las dificultades que presentan los estudiantes al resolver inecuaciones lineales, y saber cómo desarrolla su pensamiento algebraico en base a las 3 fases, se está tomando como referente la teoría de Registros de Representación semiótica de Duval (1995); aplicando los 3 registros; el de formación, tratamiento y conversión, es decir, que el estudiante sepa interpretar y convertir de un registro verbal a un registro algebraico o viceversa; o convertir de un registro gráfico a un registro natural o viceversa.

A partir de esta referencia, lo primero que se desea lograr es que el estudiante vincule su contexto con su proceso de aprendizaje y al mismo tiempo pueda relacionar con las situaciones problemáticas identificando la variable necesaria en una inecuación lineal. Segundo, analizar el cómo plantean o interpretan los enunciados a inecuaciones de manera algebraica. Tercero, cómo convierten esas expresiones algebraicas en representaciones gráficas mediante la recta numérica. Cuarto, cómo desarrollan sus operaciones aritméticas elementales y Quinto, cómo comprueban o verifican si las respuestas halladas son correctas, relacionado al conjunto solución.

Objetivo

El objetivo principal de esta propuesta es brindar las estrategias necesarias basándonos en las fases del pensamiento algebraico de Radford y como estrategia de solución a la Teoría de Duval. De esta manera, se puede proporcionar recursos o herramientas a los estudiantes y docentes, la información que requieran para fortalecer así su acompañamiento pedagógico.

Contenidos a desarrollar

- Conociendo a los símbolos de desigualdad
- Conociendo a los intervalos de solución
- Identificando las propiedades sobre inecuaciones lineales
- Construyendo la recta numérica para su representación gráfica del conjunto solución.

- Resolución de problemas

Metodología

La metodología está basada en la teoría de registros de Representación semiótica, se tiene como principal actor al estudiante y que este relacione activamente en su contexto en el que se desenvuelve con su aprendizaje. Para esta propuesta se ha planteado tomar una prueba (pre-test), luego las 12 sesiones planificadas y al finalizar una prueba (post-test).

Unidad y sesiones de aprendizaje

https://drive.google.com/drive/folders/1nWlOtnwbvARTKe-faRQbcNQHmU2C9IK1

Link del cuestionario

https://docs.google.com/document/d/1k7gJNeNSvp4Bl5hGShYZOMSVtPbQi1bq_j5nNmmFhAI/edit?usp=sharing

Cronograma de propuesta

MES	SETIEMBRE					OCTUBRE				NOVIEMBRE				DICIEMBRE	
sesiones	2-Set	6-Set	13-Set	20-Set	27-Set	4-Oct	11-Oct	18-Oct	25-Oct	8-Nov	15-Nov	22-Nov	29-Nov	2-Dic	6-Dic
Prueba piloto	x														
Prueba de pretest		x													
Sesión 1			x												
Sesión 2				x											
Sesión 3					x										
Sesión 4						x									
Sesión 5							x								
Sesión 6								x							
Sesión 7									x						
Sesión 8										x					
Sesión 9											x				
Sesión 10												x			
Sesión 11													x		
Sesión 12														x	
Prueba de postest															x

Presupuesto

Recursos	Costo
• Hojas Bond	S/100.00
• Tinta para impresora	S/60.00
• Pasajes	S/100.00
• Otros	S/20.00