

INSTITUTO PEDAGÓGICO NACIONAL MONTERRICO

PROGRAMA DE FORMACIÓN INICIAL DOCENTE



MÉTODO SINGAPUR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LOS ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE BACHILLER EN EDUCACIÓN

GAMARRA SANTOS, Jose Joel

MARIÑO CAJACHAHUA, Alicia Mariela

VILCAPOMA TORRES, Rocio Ysabel

Lima - Perú

2019

RESUMEN

La presente investigación tiene como finalidad, implementar el método Singapur para mejorar el aprendizaje de los estudiantes, este cuenta con el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), el cual implica trabajar de manera lúdica con los estudiantes implementando el uso de materiales concretos estructurado o no estructurados; a su vez con el currículo en espiral, el cual es planteado por Bruner, dicho enfoque se lleva a cabo de manera secuencial y variación sistemática, dirigida por Zoltan, el cual está enfocado en el orden que los estudiantes deben resolver un problema matemático.

Por último, se hace mención a Método Singapur en la resolución de problemas. Para obtener resultados satisfactorios, se deben de aplicar el Método gráfico, el cual se subdivide en dos, gráfico de adición y gráfico de sustracción, como también la aplicación de los modelos de la resolución de problemas, modelo parte – todo, modelo de comparación y modelo de agregar - quitar.

ABSTRACT

The purpose of this research is to implement the Singapore method to improve student learning, this has the CPA approach (concrete, pictorial and abstract), which involves working in a playful way with students implementing the use of structured concrete materials or unstructured; in turn with the spiral curriculum, which is proposed by Bruner, this approach is carried out sequentially and systematically, directed by Zoltan, which is focused on the order that students should solve a mathematical problem.

Finally, mention is made of the Singapore Method in problem solving. To obtain satisfactory results, the Graphical Method must be applied, which is subdivided into two, addition graph and subtraction graph, as well as the application of problem-solving models, part-all model, comparison model and model add - remove.

ÍNDICE

RESUMEN	ii
ABSTRACT	iii
ÍNDICE	iv
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABLAS	vi
INTRODUCCIÓN	vii
CAPÍTULO I: EL MÉTODO SINGAPUR	10
1.1 Origen del Método Singapur	10
1.2 Yeap Ban Har	12
1.3 Ministerio de Singapur	13
1.4 Finalidad del Método Singapur	13
1.5 Editorial Marshall Cavendish Education	14
1.6 Marco curricular de Singapur	15
1.6.1 Conceptos	17
1.6.2 Habilidades	17
1.6.3 Procesos	17
1.6.4 Actitudes	18
1.6.5 Metacognición	18
1.7 Enfoques del Método Singapur	19
1.7.1 Comprensión de las Matemáticas	19
1.7.2 Currículo en espiral	20
1.7.3 Variación sistemática	20
1.8 Competencias del Método Singapur	22
1.8.1 Resolver problemas de manera autónoma	22
1.8.2 Comunicar información matemática	22
1.8.3 Validar procedimientos y resultados	22
1.8.4 Manejar técnicas eficientemente	22
1.9 Evaluación en Singapur	23
1.10 Teorías del aprendizaje del Método Singapur	24

1.10.1 Teoría de Bruner	24
1.10.2 Zoldan Dienes	25
1.10.3 Richard Skemp	27
1.10.4 Lev Vigotski	27
1.10.5 Jean Piaget	29
CAPÍTULO II: MÉTODO SINGAPUR EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA	31
2.1 Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en primaria	32
2.2 Enseñanza según las competencias matemáticas	33
2.3 Aplicación de sesiones en primaria basado en el método de Singapur	36
2.4 Planificación de fichas basado en el método de Singapur	41
CAPÍTULO III: MÉTODO SINGAPUR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	45
3.1 Modelos del Método Singapur	46
3.1.1 Modelos parte- todo	46
3.1.2 Modelos de comparación	48
3.1.3 Modelo de agregar-quitar	49
CONCLUSIONES	50
RECOMENDACIONES	51
REFERENCIAS	52
ANEXOS	54

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. <i>Proceso didáctico familiarización del problema en una sesión de aprendizaje</i>	37
Tabla 2. <i>Proceso didáctico de búsqueda y ejecución de estrategias de una sesión de aprendizaje</i>	38
Tabla 3. <i>Proceso didáctico Socializa sus representaciones</i>	39
Tabla 4: <i>Proceso didáctico Reflexión y formalización</i>	40
Tabla 5: <i>Proceso didáctico Planteamiento de otros problemas</i>	41
Tabla 6: <i>Barras del ejemplo del ejercicio de adición</i>	46
Tabla 7: <i>Barras del ejemplo del ejercicio de sustracción</i>	47
Tabla 8: <i>Barras del ejemplo del ejercicio de multiplicación</i>	47
Tabla 9: <i>Barras del ejemplo del ejercicio de multiplicación</i>	48
Tabla 10: <i>Barras del ejemplo del ejercicio de comparación</i>	48
Tabla 11: <i>Barras del ejemplo del ejercicio de iguala cantidades, agregando</i>	49
Tabla 12: <i>Barras del ejemplo del ejercicio de igualar cantidades, quitando</i>	49

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1:</i> Pilares fundamentales del marco curricular de Singapur	16
<i>Figura 2:</i> Primera y Segunda fase para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur	42
<i>Figura 3:</i> Tercera fase para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur	43
<i>Figura 4:</i> Cuarta Fase para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur	44
<i>Figura 5:</i> Fase Cinco para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur	44

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de la matemática, no consiste en que los estudiantes memoricen las tradicionales fórmulas o reglas matemáticas, sino más bien que logren resolver problemas matemáticos para que así puedan aplicarlo en las diversas situaciones que se les presente a lo largo de su vida cotidiana.

De acuerdo con esto, se ha generado un interés persistente en delimitar cuáles son las principales dificultades o inconvenientes que presentan al momento de resolver un problema matemático. Este interés nace a partir de la difícil situación en la que se encuentra nuestra educación en el que se evidencia un bajo rendimiento por parte de los estudiantes en el área de matemática debido a que no contextualizan los problemas matemáticos o por la falta de manipulación de materiales concretos.

El Método Singapur, ha permitido mejorar la enseñanza de la Matemática. Según el Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o Informe (PISA), Singapur es uno de los primeros países con un buen rendimiento académico en el área de Matemática. Este método se caracteriza por su enfoque CPA y por las habilidades que busca desarrollar en los estudiantes. La forma de enseñar bajo el Método Singapur se basa en la estructura de la enseñanza y en su marco curricular. Presenta un método inductivo a través de tres considerables pasos: Se empieza por lo concreto, es decir, la manipulación de materiales concretos que permita al estudiante vivenciar de cerca el problema matemático y relacionarlo con su vida cotidiana, luego se da la presentación de un problema matemático según el contexto de él mismo. Posteriormente, lo construido con ayuda de los materiales concretos se promueve a la representación gráfica, ya sea por medio de gráficos o dibujos. De este modo, los estudiantes tienen una organización más adecuada de los datos del problema matemático que nos conduzcan a una resolución exitosa. Por último, de lo gráfico se transita a lo abstracto, dicho de otra manera, con ayuda de símbolos o signos propios de la matemática.

La investigación tiene como objetivo suministrar de información relevante sobre el Método Singapur a docentes o especialistas que busquen

implementar sus conocimientos matemáticos o para realizar algunas investigaciones futuras.

La investigación manifiesta los siguientes capítulos: El capítulo I presenta el marco teórico del Método Singapur, en el cual se expone el origen del método, en qué consta el Ministerio de Singapur, cómo está basado el marco curricular de Singapur, la finalidad del método, los enfoques que se buscan desarrollar a partir del método, las competencias del currículo de Singapur, los modelos de enseñanza, la forma de evaluar el área de matemática según el Método Singapur y las teorías de aprendizaje en las que se basa el método para su realización en Singapur y en los diferentes países del mundo.

En el capítulo II, se presenta el Método Singapur en la Educación Primaria, esto abarca, el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, la enseñanza según las competencias de matemática en Singapur, cómo se han elaborado las sesiones de aprendizaje basadas en el método y la aplicación de fichas de trabajo.

En el capítulo III, se expone el Método Singapur en la resolución de problemas matemáticos, se explica las formas de enseñanza de problemas matemáticos y los diversos métodos que se deben tener en cuenta para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

Finalmente, se realizan algunas conclusiones, tomando en cuenta las ideas principales de la investigación y ciertas recomendaciones sobre elementos que se encontraron deficientes o incompletos a lo largo de toda la investigación.

CAPÍTULO I: EL MÉTODO SINGAPUR

De acuerdo a Ban (2014), el Método Singapur es la forma en cómo aprenden los estudiantes y cómo los docentes enseñan Matemáticas, ya sea por medio de materiales concretos u otra estrategia necesaria para el aprendizaje de los estudiantes. La presente metodología para la enseñanza del área de matemática se basa en propuestas innovadoras, teniendo en cuenta a autores como: Jerome Bruner, Zoltan Dienes y Richard Skemp.

Busca fomentar habilidades, capacidades, competencias o destrezas en los estudiantes y que sean capaces de resolver problemas matemáticos, pero sin caer en un aprendizaje memorístico, metódico o repetitivo ya que con este método, el estudiante construye sus propios aprendizajes. Se debe de escoger las actividades adecuadas para un correcto desarrollo del método, para esto el estudiante debe de vivenciar el problema matemático desde lo concreto, es decir, brindarles materiales concretos para que analice y se dé cuenta de que las matemáticas están presentes en el día a día. Por ello se afirma que las matemáticas se encuentran en la vida cotidiana de todas las personas. Una vez que el estudiante ha manipulado los materiales concretos para vivenciar más de cerca el problema matemático, se pasará a formar el concepto o teoría, a través de su esfuerzo y las habilidades que haya desarrollado.

1.1 Origen del Método Singapur

En el año 1980, Singapur presentaba un déficit en el área de Matemática exactamente en la resolución de problemas. Según el Ministerio de Educación de Singapur (2007) esto se debe a que los docentes tenían un uso excesivo de cálculos durante la enseñanza, un aprendizaje común donde los estudiantes no lograban entender las Matemáticas y sobre todo, porque se fomentaba un aprendizaje memorístico durante la enseñanza y aprendizaje.

El Ministerio de Educación tomó la decisión de cambiar la metodología de la enseñanza de las Matemáticas, frente a esto se realizaron diversas

investigaciones para encontrar la metodología más idónea y efectiva. Se encontró la metodología basado en la resolución de problemas teniendo como apoyo los materiales concretos y modelos visuales, para así fomentar el pensamiento lógico, comprensión de los conceptos matemáticos y el desarrollo de la creatividad matemática. Según el Ministerio de Educación de Singapur (2007), se busca brindar diversas opciones al estudiante con el fin de establecer sus propias formas de aprendizajes.

La presente metodología, se evidenció en los informes TIMSS, Estudio de las Tendencias en Matemáticas y Ciencias (del inglés Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS), donde Singapur mostró resultados increíbles en el área de Matemática, tal es así que se situó como uno de los países en el cual sus estudiantes logran resolver problemas matemáticos. Singapur es uno de los países que ha tenido mejores resultados en TIMSS, seguido de Corea del Sur, Japón e Irlanda del Norte.

El núcleo primordial de este método, es la pedagogía y los materiales didácticos que se utilizan durante la enseñanza-aprendizaje del área de matemática. Según Cordano (2012), en Singapur los estudiantes que han tenido buen rendimiento académico en el ciclo escolar son los que ejercen la carrera de docente, algo que usualmente no ocurre en todos los países.

Singapur ha perfeccionado y fomentado su metodología basándose en las contribuciones que realizan a la educación, autores como: Jerome Bruner, Jean Piaget, Lev Vygotsky y Zoltan Deines, dichas contribuciones se han tomado en cuenta y llevado a cabo en el presente método, por ello es que Singapur es uno de los países que ocupa el primer lugar en las pruebas PISA y en los informes TIMSS.

1.2 Yeap Ban Har

Yeap Ban Har es uno de los pioneros mundiales del Método Singapur, profesor del Instituto Nacional de Educación Superior (NIE) y director de Marshall Cavendish Institute, editorial donde se elaboran los materiales didácticos basado en el Método, para posteriormente ser enviados a las

diversas instituciones con el fin de mejorar la enseñanza de la Matemática y aprendizaje de los estudiantes.

Yeap Ban Har, cuando empezó sus estudios de Educación se dio cuenta que la enseñanza era tradicional, por ello decidió fomentar y aplicar el Método Singapur, para mejorar esta problemática evidenciada en varios países, y sobre todo mejorar la enseñanza de Matemática. (Sanhueza, 2011).

Según Rodríguez (2011), Yeap Ban Har ejecutó el Método Singapur en trescientos colegios de su país, especialmente en alumnos de 1º y 2º año básico. En los colegios que ha aplicado el presente método han tenido mejoras en el área de Matemática, la cifra de estudiantes que se encontraban en un nivel de Inicio, ha ido incrementando a un nivel en Proceso y hasta en un nivel de Satisfactorio. El método permite que el docente mejore su forma de enseñanza, que se dé de forma vivencial y con material concreto y así facilitar la comprensión de los estudiantes.

Según Morales (2012), el método permite que los estudiantes construyan sus propios aprendizajes, plasmando sus ideas y desarrollando su pensamiento lógico en lugar de memorizarlas. Esto se dará por medio de la resolución de problemas y el enfoque CPA (concreto- pictórico y abstracto).

El autor se centra en la visualización de los problemas matemáticos, en la práctica y el desarrollo de problemas del entorno del estudiante, para así evitar la memorización de fórmulas. En otros términos, el estudiante debe de tener un desarrollo óptimo de la habilidad de visualizar, mientras va tratando de comprender el lenguaje matemático de un problema, va construyendo una imagen de la idea que ha rescatado o comprendido del problema matemático y así poder representarlo de manera gráfica.

Por ello, el método Singapur facilita el aprendizaje en el estudiante a través de la visualización, se centra en la resolución de problemas y el desarrollo de habilidades para fomentar el pensamiento lógico. Ban (2014) citado por Morales (2013).

1.3 Ministerio de Singapur

A partir del año de 1992, Singapur vio la necesidad de mejorar la educación debido al gran porcentaje de estudiantes que tenían un bajo rendimiento en el área de Matemática y para lograr que sus estudiantes aprendan y no tengan dificultades conforme avancen de nivel/ciclo escolar. Según los resultados obtenidos de las pruebas PISA y TIMSS, se puede evidenciar que más del 40% de los estudiantes de Singapur se encuentran en un nivel avanzado.

Por esta razón, Singapur se caracteriza como uno de los países en el cual sus estudiantes logran desarrollar aprendizajes significativos, así como desarrollar diversos problemas matemáticos que se evidencian en la vida diaria, logrando que el estudiante fomente su capacidad de visualización al momento de resolver problemas matemáticos (Rodríguez, 2011).

Sanhueza (2011) sostiene que el Ministerio de Singapur presenta cinco elementos fundamentales (habilidades, actitudes, procesos, metacognición y conceptos) que deben de ser incluidos en el currículo de matemática para que el estudiante pueda lograr resolver diversos problemas matemáticos.

1.4 Finalidad del Método Singapur

En Singapur, la educación primaria se da de 1º a 4º, en esos grados se da una enseñanza común, mientras que en 5º y 6º se adapta el conocimiento según las capacidades y habilidades que tiene cada estudiante. La enseñanza básica apunta a que los estudiantes sean instruidos desarrollando su máximo potencial. Ng, Swee Fong (2004).

La finalidad del método es fomentar las herramientas y capacidades necesarias para que el estudiante se desarrolle integralmente desde el nivel primario, para así garantizar un adecuado progreso en los aprendizajes. Incluso, por medio de este método se busca fortalecer el aprendizaje del área de matemática, evitando una matemática memorizada y se busca que el estudiante sea el protagonista de su propio aprendizaje y adquiera los conocimientos necesarios a fin de aplicarlo en su vida diaria.

Según la Biblioteca del Congreso Nacional (2008), mencionar frases como: “Eres malo para las Matemáticas”, no fomenta un aprendizaje significativo, ya que el estudiante se desmotiva, lo que se debe de fortalecer es la enseñanza del estudiante, incentivarlos para que resuelvan problemas matemáticos de su vida cotidiana.

1.5 Editorial Marshall Cavendish Education (Editorial de Educación Marshall Cavendish)

En 1982, el Ministerio de Educación de Singapur conjuntamente con la Editorial Marshall Cavendish Education comenzaron con la elaboración de materiales didácticos para la enseñanza de la matemática desde el nivel inicial hasta el nivel secundario, estos antes de ser publicados pasan por una serie de revisiones y modificaciones a cargo de docentes especialistas, que brindan aportes para el buen desarrollo de estos materiales.

Estos materiales están basados principalmente en el enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), tienen y siguen teniendo éxito en Singapur y en otros países. Chile es uno de los países que ha implementado en su enseñanza de la Matemática el Método Singapur, es debido a ello que la presente editorial mantiene un convenio con dicho país y así pueden lograr un aprendizaje en el estudiante evitando la memorización de fórmulas matemáticas.

La editorial trabaja de la mano con el país de Singapur, basándose en el enfoque CPA (concreto, con imágenes, pictórico, modelo gráficos y abstracto, signos y símbolos matemáticos) y es de gran ayuda para la práctica de los problemas matemáticos en los estudiantes.

1.6 Marco Curricular de Singapur

El sistema educativo de Singapur centró su marco curricular en la resolución de problemas matemáticos, esto es, lograr una enseñanza y aprendizaje en el estudiante a través de problemas matemáticos que respondan a las problemáticas que comúnmente ocurre en la vida cotidiana de la persona y especialmente que sean problemas que llamen la atención o

que sean del interés del estudiante. Para un adecuado desarrollo de problemas debe acudir a labores o tareas que le demanden bastante exigencia para que de esta forma pueda lograr un acrecentamiento desarrollo cognitivo y un progreso de sus propias destrezas.

Asimismo, el presente marco curricular de Singapur se fundamenta en tres ideas considerables para el estudiante. El enfoque CPA (concreto, pictórico y abstracto), explica que el aprendizaje de la matemática debe encaminarse de lo concreto, es decir, cuando el docente le presente materiales concretos al estudiante como una manera de poder vivenciar de cerca el problema matemático y tener una idea más clara de lo que se está hablando y poder situarse en un contexto cotidiano. Según Educar Chile (2010), indica que el enfoque CPA debe de empezar siempre por lo concreto para ayudar al estudiante a darse una idea de lo que se está abordando, posteriormente llevarlo a un modelo que representa cantidades matemáticas y culminar en lo abstracto, es decir, en números propiamente dicho.

Seguidamente tenemos al currículo espiral, facilita oportunidades al estudiante para que pueda aprender las matemáticas, a través de estrategias innovadores que ayuden a lograr un aprendizaje significativo, pero sin hacer que el estudiante memorice los aprendizajes matemáticos.

Por otra parte, en el marco curricular de Singapur, tenemos a la variación sistemática, donde el docente transmite una gran diversidad de estrategias para que el estudiante logre resolver un problema matemático, esto es, que el estudiante sea el que busque o encuentre sus propias soluciones para un problema del área de Matemática



Figura 1: Pilares fundamentales del marco curricular de Singapur tomada del currículo de Singapur, 2012.

En la estructura de su marco curricular, como se explicó anteriormente, tenemos en el centro a la resolución de problemas matemáticos y además, alrededor se encuentran cinco pilares fundamentales para el área de Matemática (actitudes, habilidades, conceptos, procesos y metacognición), por el cual todo estudiante atraviesa y desarrolla para llegar al desarrollo idóneo del problema. Dentro de cada pilar fundamental, existen capacidades o habilidades que el estudiante debe de lograr para así poder lograr un exitoso aprendizaje y resolución de los problemas matemáticos.

A continuación, se explicará cada uno de los cinco pilares fundamentales que forman partes del marco curricular de Singapur.

1.6.1 Conceptos. Implica comprender conceptos numéricos, geométricos, probabilísticos, algebraicos, estadísticos y analíticos. Todos ellos ayudan al estudiante a una comprensión profunda de las matemáticas, donde comúnmente se dice que es un todo integrado, es decir, que todos los elementos o conceptos matemáticos se componen o se desarrollan en uno solo. El estudiante debe experimentar la manipulación de los materiales didácticos, estos ayudarán a una comprensión clara de los conceptos matemáticos.

1.6.2 Habilidades. Se evidencian en el preciso momento que el estudiante intenta resolver un problema matemático, siendo necesarias al momento de realizar los procedimientos del problema. Entre las habilidades tenemos al cálculo numérico, manipulación algebraica, visualización espacial, análisis de datos, medición, uso de herramientas matemáticas y la estimación. Las presentes habilidades deben de ser enseñadas como principios matemáticos, más no como procedimientos que se deben de tener en cuenta para resolver cualquier problema matemático.

1.6.3 Procesos. Habilidades generales al momento que el estudiante alcanza o aplica los conceptos matemáticos. Entre ellos tenemos: Razonar, se refiere al análisis que se realiza al momento que se presenta un problema, se recomienda no resolver el problema de manera apresurada, sino más bien realizar un análisis riguroso para obtener un buen resultado en la resolución; comunicar y hacer conexiones, aquí el estudiante ya logra expresarse en un correcto lenguaje matemático para comunicar ideas o algunas conclusiones matemáticas, incluso logra una conexión de la matemática con la vida diaria de las personas y con otras ramas de ella; aplicar y modelar, el estudiante debe de establecer una relación entre todo lo aprendido en el área de matemática con el mundo real que lo rodea, para eso debe poseer una mayor comprensión de los conceptos matemáticos que adquiere día a día; modelar, el docente enseña al estudiante diversas formas o procedimientos para la resolución a fin de que el estudiante de manera autónoma seleccione qué procedimientos o formas debe de ejecutar para lograr la resolución del problema del mundo real; por último tenemos a las habilidades de pensamiento, clasificación y comparación, análisis de las partes y todo, identificación de patrones, inducción, deducción y visualización.

1.6.4 Actitudes. Es la manera de actuar, es decir, el comportamiento frente al área de matemática, algunas veces los estudiantes adquieren desde Inicial el desprecio por las matemáticas y lo arrastran hasta la secundaria. Usualmente es, porque algunos docentes crean o provocan

actitudes negativas en los estudiantes. Es por ello, que se recomienda que el docente refleje un aprecio por la matemática, un cariño, pero sobretodo explicarles que las matemáticas no siempre son tediosas, si uno practica puede lograr los objetivos que se requieren. Siempre inculcarles actitudes positivas frente al área, creando un clima cálido y próspero para así evitar cualquier rechazo ante el área de Matemática.

1.6.5 Metacognición. Se refiere a la forma de pensar sobre el pensamiento de cada uno, básicamente el estudiante debe de seleccionar los procedimientos o estrategias que crea adecuadas para lograr con éxito el problema matemático. Dentro del presente método se busca proponer animar a los estudiantes a pensar y a compartir los procedimientos que usarán para el problema matemático, comentar entre todos los estudiantes las estrategias que utilizaron y enseñarles a cómo hacer uso de sus habilidades heurísticas en un problema.

1.7. Enfoques del Método Singapur

Los enfoques que se toman en cuenta en la educación deben de tener presente y poner en práctica el aprendizaje activo, acompañando al estudiante en el aprendizaje que él mismo vaya construyendo más no obligarlo a seguir la sucesión de enseñanza que el docente desea.

El aprendizaje activo se refiere a que los estudiantes tienen la capacidad de interiorizar los aprendizajes cuando se les presenta, es por ello que las instituciones educativas deben de dar la posibilidad de que los estudiantes vivencien de cerca los aprendizajes. Los aprendizajes están relacionados a lo que sucede en el día a día de una persona. Además, propone que el estudiante se interrelacione con el docente con el fin de proponerles retos, observen cómo se resuelve un problema matemático o para que se dé cuenta de sus aciertos o errores con el fin de motivarlo a realizar las cosas cada vez mejor.

El método Singapur, busca desarrollar en el estudiante el pensamiento crítico y creativo, donde él sea el protagonista de su aprendizaje.

A continuación, daremos a conocer los enfoques que se toman en cuenta en el método Singapur con el objetivo de que el estudiante desarrolle su aprendizaje activo tomando en cuenta su pensamiento crítico y creativo.

1.7.1 Comprensión de las matemáticas. El presente enfoque se apoya de la teoría planteada por Skemp (1976), donde explica dos tipos de comprensión: La comprensión instrumental, donde el estudiante antes de realizar una tarea de matemáticas, debe de haber organizado un conjunto de planes, que implica procedimientos que se debe tener en cuenta para desarrollar y obtener el resultado correcto en los problemas; lo otro es, la comprensión relacional se refiere a la imagen o estructura conceptual que el mismo estudiante forma en su mente, para así permitirle componer objetivos para el desarrollo de un trabajo matemático.

Para formar una imagen conceptual, el estudiante debe de experimentarlo la mayoría de veces y buscar una relación entre ellas. Además, cuando más veces se le presente un objeto al estudiante para la enseñanza de la matemática, más rápido podrá conceptualizarlo mediante la comprensión, es decir, primero se le brinda al estudiante los conceptos o instrucciones que se necesita para realizar los problemas matemáticos e inmediatamente pueda interiorizarlos a través de las representaciones concretas o materiales concretos.

Según Martínez (2003), indica que el conocimiento de las matemáticas se engloba en el conocimiento sustantivo de la matemática, es decir, el estudiante debe de comprender los diversos temas y realizar procedimientos o conceptos que ayude a llegar a la respuesta indicada del problema matemático.

1.7.2 Currículo en espiral. Toma como base a la teoría del psicólogo Jerome Bruner (citado por Delgado, Mayta y Alfaro, 2018), que se centra en el enfoque concreto-pictórico y abstracto (CPA). El método Singapur se sustenta bajo el enfoque CPA que consta en presentar diversas situaciones problemáticas que provoquen el interés del estudiante, para

que así puedan descubrir los conceptos o procedimientos por sí mismo.

Bruner plantea el desarrollo de un razonamiento inductivo, es decir, pasar de lo concreto o pictórico a la formulación de un problema. El presente enfoque se caracteriza por la manipulación de material y de gráficos visuales, generando una relación entre la experiencia propia del estudiante con las imágenes mentales y así llegar a lo abstracto.

El currículo espiral, busca que los docentes enseñen a los estudiantes, pero con actividades nuevas e innovadoras sin ninguna repetición de lo enseñado anteriormente, respeta los ritmos de aprendizaje que tiene cada uno de los estudiantes para que estén preparados intelectualmente. Además, enfatiza en que los docentes deben sistematizar los nuevos conocimientos que van adquiriendo. Lo sostenido anteriormente se puede argumentar según Ban Har (2010): “En la enseñanza y aprendizaje debe de existir algo nuevo, algo que capte la atención de los estudiantes y que lo motive a seguir aprendiendo, pero siempre con distintos grados de alcance”.

El presente enfoque, consta de algunos conceptos básicos, como son: En activa, el estudiante realiza la manipulación de objetos de su entorno para vivenciar el problema matemático que se esté presentando; Icónico, se hace uso de dibujos e imágenes que ayuden al estudiante a recordar lo aprendido en clase, es decir, significa transitar de lo concreto a lo abstracto; y por último Simbólico, aquí el estudiante presenta lenguaje matemático ya sea verbal o escrito.

Según Ban (2010), se busca que el estudiante primero parte de una situación concreta, es decir, de su vida cotidiana y de su contexto; luego, manipular los objetos para vivenciar el problema matemático y, por último, expresarlo por medio de un lenguaje matemático oral o escrito.

1.7.3 Variación sistemática. Basada en la teoría del matemático Zoltan (1960), principalmente está conectado en la forma ordenada de cómo los estudiantes deben de resolver los problemas matemáticos y la forma de enseñanza de los docentes, es decir, presentando problemas

del contexto del estudiante y estrategias innovadoras. Este enfoque es diferente a una enseñanza tradicional, debe de ser un aprendizaje motivador, creativo e ingenioso.

En la enseñanza y aprendizaje el protagonista debe de ser el estudiante, el cual debe crear sus propios aprendizajes, en una matemática que debe relacionar los aprendizajes del contexto del estudiante. Dentro de la variación matemática se da dos conceptos importantes: Variabilidad matemática, se refiere a que cuando un docente hace entrega de un material, este tenga presente las características que cuenta dicho material; la variabilidad perceptual, determinar que al explicar un tema matemático no se debe enfocar en un solo material, sino buscar otros los cuales puedan ayudar a construir el aprendizaje del estudiante.

1.8. Competencia del Método Singapur

El Método Singapur, aplica cuatro competencias básicas para reforzar la construcción de los aprendizajes matemáticos según García (2016):

- Resolver problemas de manera autónoma
- Comunicar información matemática
- Validar procedimientos y resultados
- Manejar técnicas eficientemente

A continuación, se detallará, cómo es que se desarrolla cada uno de las competencias:

1.8.1. Resolver problemas de manera autónoma. Esta primera competencia hace referencia a que el estudiante debe de identificar, plantear y resolver diversos problemas matemáticos, entre ellos problemas con una sola solución o con dos o más soluciones o identificar problemas que no tengan ninguna solución, como también los problemas que en los cuales les falte o sobren datos, pues al plantear problemas en los cuales le sobren datos, genera cierta distracción y confusión en los estudiantes, y es ahí donde deben demostrar su capacidad al

responder estos tipos de problemas.

1.8.2. **Comunica información matemática.** Se busca que el estudiante pueda comprender, transmitir, comunicar o informar sobre los conceptos matemáticos que ha ido adquiriendo en cada clase. También se busca la representación de información cuantitativa y cualitativa, se busca que se plantee ideas matemáticas de manera clara y concisa.

1.8.3. **Validar procedimientos y resultados.** Esta competencia va referida a que los estudiantes tengan totalmente confianza para poder explicar y justificar, las actividades o problemas matemáticos.

1.8.4. **Manejar técnicas eficientemente.** Hace referencia a los estudiantes y las diversas estrategias heurísticas que pueden plantear para la resolución de problemas.

La competencia no pone límites si es que realiza o no las operaciones matemáticas, la competencia va dirigida al desarrollo de números y operaciones heurísticas que se seleccionan para la resolución de un problema o la aplicación de resoluciones abreviadas, es decir, una técnica más rápida para llevar a cabo la resolución. Para que el estudiante pueda aplicar constantemente estas técnicas tiene que aplicarlas con otras operaciones para asegurar que es una técnica viable, por lo tanto, los estudiantes irán adquiriendo confianza para resolver otros problemas y plantear nuevas técnicas.

1.9. Evaluación en Singapur

Los instrumentos de evaluación son utilizados para determinar el aprendizaje del estudiante, con el fin de poder identificar si requieren fortalecer y retroalimentar esos aprendizajes, es decir de una nueva explicación del tema estudiado, y progresivamente ir incrementando el nivel requerido.

El Método Singapur plantea un sistema de evaluación el cual evalúa la enseñanza y aprendizaje.

Según el SBS Matemática Singapur (2015) la evaluación se da de manera global, y constante, se va obteniendo información de los aprendizajes que se van dando en las diversas competencias que se desarrollan en diferentes áreas, todo ello conlleva a una retroalimentación cuantitativa y cualitativa que ayudará a determinar y apoyar el aprendizaje del estudiante.

Singapur lleva a cabo la evaluación sumativa, de proceso y de diagnóstico. La evaluación sumativa, brinda al docente detalles del aprendizaje que los estudiantes han ido adquiriendo y se ve reflejada en una calificación. Teniendo ya los resultados de la evaluación es lo que determina si los estudiantes requieren o no una retroalimentación.

Para Pacheco, Quispe, y Medina (2018) la evaluación del método Singapur cumplen las siguientes características:

- Conocer el progreso del aprendizaje del estudiante, para poder ejercer el desarrollo total. Es decir, se conoce en qué nivel de progreso se encuentra el estudiante, se le podrá brindar estrategias necesarias para un mejor aprendizaje.
- Permite al docente autoevaluarse el método de enseñanza que le brinda a sus estudiantes, y a partir de ello poder mejorar y desarrollar nuevas estrategias.
- Cada vez que un estudiante ha logrado un nuevo aprendizaje, el docente debe estar presto a ello y poder dar los reconocimientos necesarios y así poder incentivar al estudiante a que adquiera y logre nuevos aprendizajes
- El docente debe de estar actualizado en cuanto a nuevos métodos y modelos para poder evaluar, corregir e innovar con sus estudiantes.

1.10 Teorías del Aprendizaje del Método Singapur

Las teorías que sustentan y apoyan el desarrollo del método Singapur están basado en diversos autores expertos en educación, así también como

psicólogos o psicopedagogos. Cabe resaltar que el aporte de cada autor apunta a una meta en común que es el desarrollo integral del estudiante

1.10.1 **Teoría de Bruner (1963).** Bruner, de nacionalidad estadounidense, fue un gran psicólogo quién dio a conocer la psicología cognitiva, esta teoría se vincula al aprendizaje por descubrimiento, desarrollo de habilidades y el aprendizaje por andamiaje.

Pero cómo es que se evidencia o se procesa un aprendizaje por descubrimiento en los estudiantes. Para ello el docente juegan un rol importante, puesto que le debe brindar al estudiante oportunidades para involucrarse de manera activa y con ello construir su propio aprendizaje.

Bruner da una propuesta de un diseño del currículo en espiral, él propone este tipo de diseño curricular, ya que, al hacer entrega de materiales y contenidos de enseñanza, este se estará preparando para niveles mayores de la espiral.

En esta estructura, es importante que el estudiante cree inconscientemente su propio aprendizaje, al cual llamamos aprendizaje por descubrimiento. Además de crear un aprendizaje independiente y/o por descubrimiento, las estructuras deben de moldearse a al nivel intelectual y a los saberes previos del estudiante (Bruner, 1963).

El aprendizaje por descubrimiento debe de estar en manipulación constantemente, que el mismo estudiante pueda cuestionarse preguntas críticas, formular hipótesis, compartir lo aprendido y con ello lograr la construcción de su propio aprendizaje.

Bruner, además de sus estructuras propone sistemas de procesamientos que se encuentran incluidos como un enfoque en el método Singapur.

Estos sistemas de procesamiento se dividen en tres enfoques:

concreto, pictórico y abstracto. Al ser un sistema de procesamiento, esto quiere decir que debe tener un orden permanente de cómo llevar cada sistema. En primer lugar, tenemos al sistema concreto, en segundo lugar al sistema pictórico, el cual va dirigido a expresiones gráficas, y por último el sistema abstracto que se refiere a ya no del manejo del material, sino la representación de él.

A continuación, se describe cada uno de ellos.

- **Concreto.** El estudiante irá construyendo su aprendizaje con material concreto estructurado o no estructurado, dichos materiales deben estar vinculados a actividades de su contexto.
- **Pictórico.** Este se relaciona con el sistema abstracto, por ejemplo, el estudiante representa con el material dado, luego representará de manera simbólica, es decir, en el caso de cantidad, el estudiante tendrá que representar mediante dibujos, gráficos etc.
- **Abstracto.** Sistema donde debe llegar el estudiante, para afirmar que fue un aprendizaje por descubrimiento, es decir, traslada lo concreto y pictórico

Bruner fue uno de los referentes teóricos acogido por el método Singapur, quienes insertaron el procesamiento concreto, pictórico y abstracto. Este método hace referencia al currículo por espiral, el cual se refiere a una manera de descubrimiento donde el docente debe manejar de manera libre y natural el procesamiento de construcción del conocimiento.

1.10.2 **Zoldan Dienes (1916).** Su teoría sostiene que la enseñanza de las matemáticas debe iniciarse en la edad infantil.

Según Bermejo (2004), desde el nacimiento el niño, ya está poseyendo predisposiciones generales que funcionan como un buen sustento para el desarrollo numérico.

Dienes, basa el aprendizaje de las matemáticas, en canciones, juegos y bailes para que así resulte más innovador y lúdico para el estudiante.

Dienes al realizar infinidad de experiencias, lo llevó a plantear 4 principios:

- **Principio dinámico.** Cuando el aprendizaje se da en sucesiones activas, es decir, que el aprendizaje se da de manera constante y el cómo se desarrolla es un factor importante para que el estudiante pueda prestar su máxima atención, lo cual lo conlleva a una buena construcción del aprendizaje brindado.
- **Principio constructivo.** Es un aprendizaje constructivista, es decir, que mediante el juego y las actividades lúdicas que se encuentren vinculadas al tema, la manipulación del material, etc; el estudiante tendrá contacto directo con las efectividades matemáticas.
- **Principio de variabilidad matemática.** Existen diversas maneras de cómo aprender las matemáticas, como también se encuentran diversos conceptos que nos guían en la resolución de problemas. Está en los estudiantes escoger cuál es la manera en que desee aprender las matemáticas, pues dentro de este principio no se busca que el estudiante sea contenedor de fórmulas.
- **Principio de perceptiva.** Para una mejor comprensión de la estructura del tema, los estudiantes optan por diferentes caminos para desarrollar un problema matemático, que al fin y al cabo llegarán a una misma respuesta. Por ejemplo, para la representación de un número se le puede presentar de diferentes formas tales como, de manera icónica, concreta o simbólica; pues al plantear estas soluciones se llega a un mismo número.

1.10.3 **Richard Skemp (1980).** Comenta su preocupación sobre la enseñanza de la matemática, pues en diversas partes del mundo se plantean múltiples estrategias en el aprendizaje de la matemática.

Se piensa que para aprender matemática se debe memorizar ya sea del procedimiento, fórmulas, etc, para llegar a la respuesta correcta. Este procedimiento es poco significativo para los estudiantes, ya que la memorización de fórmulas o procesos matemáticos se olvida.

El método Singapur extrae de la teoría psicológica de Skemp dos puntos importantes para la comprensión de las matemáticas: la instrumental y la relacional.

Dentro de la comprensión Instrumental, existe variedad de reglas estructuradas o establecidas para la aplicación de los aprendizajes. Esto puede tener resultados negativos puesto que, al existir una estructura, implica la memorización que no es favorable para los estudiantes.

El proceso metodológico de la enseñanza de la matemática cuenta con secuencias, es decir, método escalonado que implica ir alcanzando secuencia, siendo completado el escalón anterior, y si no se da de esa manera no se puede construir el aprendizaje esperado. En otras palabras, la comprensión instrumental es “saber hacer” una operación matemática.

Por otro lado, dentro de la comprensión relacional, cada estructura del procedimiento matemático cuenta con un concepto que permite el acceso a la construcción del aprendizaje matemático. Dentro de esta construcción Skemp hace mención al simbolismo, es aquí donde se extrae el fundamento teórico para llevar a cabo el método Singapur, puesto que se relaciona con el enfoque CPA. La comprensión racional se refiere al “saber qué” es decir cómo explicar el procedimiento.

1.10.4 **Lev Vigotski.** Plantea su teoría sociocultural, la cual ha sido extraída como soporte para diversas teorías, métodos e investigaciones, tal es el caso del método Singapur, pues este hace mención que el aprendizaje del estudiante se trabaja empleando interacciones con sus demás compañeros, ascendiendo y fortaleciendo su desarrollo de aprendizaje.

Vergara (2017) hace mención que la teoría de Vitgotsky nace a partir del conductismo, ya que plantea que el desarrollo cognitivo de la persona procede de la sociedad. Según Vygotsky, el aprendizaje se lleva a cabo cuando las personas se interactúan con otras personas de su entorno.

Sin bien es cierto Vygotsky plantea que los personas construyen su aprendizaje a partir de lo que pueden ver, sentir, percibir, escuchar, etc lo que se encuentra en su entorno. Pero ejemplificando, si una persona pertenece a la cultura A y otra pertenece a la cultura B; la persona de la cultura A aprenderá rescatará lo que sucede en dicha cultura, mientras que B de igual manera. A esto se agrega que no solo se aprende de las personas que se encuentren en su entorno, sino también, de las creencias y aspectos culturas que perciba a su alrededor.

Otro aspecto muy importante que también plantea Vygotsky es la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Este comprende la diferencia entre un niño que aprende individualmente con las situaciones que pueda encontrar en su entorno, con otros niños que logra su aprendizaje con un acompañamiento siendo orientado por otra persona experta en el área. A pesar de que se ha planteado una diferencia dentro del ZDP, Vygotsky considera la interrelación con otras personas para ejercer de manera satisfactoria el aprendizaje.

Vergara (2017) manifiesta que ZDP es la razón por la cual los docentes pueden implementar el trabajo cooperativo, donde los estudiantes puedan compartir sus conocimientos con otros estudiantes, logrando así que un estudiante con mayor habilidad pueda alimentar la habilidad de otro y así ir fortaleciéndose en grupo. A esto se le puede llamar “enseñanza recíproca” puesto que comparten sus aprendizajes percibiendo los de sus compañeros, y no solo con ellos, sino también por parte del docente.

El docente, cumple el rol de mediador en las actividades que propone para el desarrollo de habilidades y aprendizajes de los

estudiantes. Del mismo modo el docente propone momentos de construcción de aprendizaje buscando la participación de los educandos y con ello la recolección de saberes. El docente debe cumplir las necesidades del aprendizaje de los estudiantes, es decir, se puede situar casos donde el estudiante requiera mayor atención en cuanto al proceso de aprendizaje.

1.10.5 **Jean Piaget.** En su teoría del enfoque o aprendizaje constructivista, es decir, que los estudiantes conforme vayan desarrollando su capacidad mental irán construyendo sus aprendizajes.

Piaget considera que hay un proceso de desarrollo en el individuo debido a que construye su propia estructura cognitiva, la cual se da en un proceso de asimilación y acomodación. Según Bravo (2009) el niño asimila nuevas situaciones u objetos, después de haberse acomodado a las características de ellos. Es decir, conforme el individuo vaya creciendo en el camino se encontrará con diversas situaciones en las cuales tiene que adaptarse. Un ejemplo claro es cambio del nivel inicial al nivel primario, los aprendizajes en el nivel inicial, en su mayoría se desarrollan de manera lúdica y concreta, mientras que en el nivel primario ya existe un nivel de abstracción y el aprendizaje lúdico es constante, lo concreto no se deja de lado, pero el trabajo es mucho más complejo. Dentro de la construcción del aprendizaje, Piaget plantea periodos que se irán desarrollando durante el proceso de crecimiento del individuo.

Los periodos que plantea Piaget son: el periodo sensoriomotor, periodo preoperacional, periodo de las operaciones concretas y periodo de las operaciones formales.

- **Periodo Sensoriomotor.** Se da en los dos primeros años del individuo, dentro de esta etapa Piaget plantea que los bebés irán conociendo más del mundo exterior a través de los sentidos y diversas actividades motrices ejecutadas por su cuerpo. Para Martín Bravo (2009) el bebé va programando nuevos esquemas que

facilitan la construcción de nuevos conocimientos.

- **Periodo Preoperacional.** Se desarrolla entre los 2 a 7 años de edad. De los 2 a 4 años de edad se desarrolla lo que se conoce como egocentrismo, tiene en mente que todo lo que se encuentra a su alrededor es de su pertenencia como también le cuesta mucho poder cambiar de idea, por otro lado, imitan los que puede percibir a su alrededor, lo cual ayuda para la construcción del aprendizaje del individuo. Dentro de los 4 y 7 años, el ensayo – error puede llegar a la construcción del aprendizaje.

- **Periodo de las operaciones concretas.** El individuo pone en práctica la habilidad lógica, la cual le será útil para realizar conclusiones asertivas, para poder lograr dicha habilidad se requiere el trabajo constante de situaciones concretas. Dentro de este periodo, se evidencia que el egocentrismo fue dejado de lado.

- **Periodos Formales.** Dentro de este periodo se deja de lado todo lo concreto, pues el individuo es capaz de la lógica que les permite llegar a una conclusión abstracta. Es decir que desde este momento puede analizar sobre lo pensado. Los estudiantes pueden realizar diversas actividades que dan veracidad al presente periodo; pueden realizar actividades matemáticas tales como clasificación, seriación de figuras y/o números y otras actividades lógicas.

CAPÍTULO II: MÉTODO SINGAPUR EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

El Ministerio de Educación del Perú a través del programa curricular en Educación Primaria (2017) nos dice que las matemáticas es una actividad humana relevante que ocupa un lugar importante en la sociedad y sirve para el desarrollo social. El aprendizaje de las matemáticas en la Educación Básica, especialmente en Educación Primaria permite que el estudiante busque, organice, sistematice y analice información para que así este pueda interpretar el mundo que los rodea.

La matemática es un proceso basado en la ciencia porque permite que el estudiante a través de todo el proceso explicado, pueda desenvolverse él. Tomando decisiones pertinentes y válidos para resolver problemas en distintas situaciones que se le presenten, usando estrategias y conocimientos matemáticos adquiridos en su vida cotidiana.

El método Singapur favorece la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria, ya que este método permite que esta área se base en un enfoque de investigación. La matemática no debe estar orientada a un enfoque tradicional, es decir en la memorización, la enseñanza de procedimientos rigurosos y en la aplicación de fórmulas exactas. Sino más bien se debe enfocar que el que aprenda desarrolle habilidades en la resolución de problemas, usando su pensamiento crítico y lógico.

La resolución es el enfoque principal en el programa de estudios de Matemática Singapur. Como tal, es un objetivo fundamental de toda clase de matemática y una parte integral de actividades pedagógicas. La resolución de problemas no es un tema aparte, sino que es un proceso que abarca el programa completo y proporciona el contexto en el cual se aprenden los conceptos y las habilidades. La capacidad para aplicar la matemática en variadas situaciones puede ayudar a resolver problemas. Además se ponen

en juego diversas estrategias heurísticas para encontrar la solución (SBS Matemática Singapur 2015 p. 2)

Por ello la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el nivel primario debe estar orientada en el Método Singapur porque tiene un sistema que se centra en el pensamiento, en la comprensión conceptual y el desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Ayudando a que el estudiante pueda comprender el problema para resolverlo, pero no de una forma tradicional (mecánica), sino más bien generando pensamiento en el educando.

2.1 Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en primaria.

Para muchos tanto el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas es complicada y más aún para los estudiantes del nivel primario, ya que ellos tienen muchos distractores y ello dificulta el proceso de aprendizaje de esta área. Las matemáticas implica que el estudiante potencialice su razonamiento para dar solución a los diferentes problemas que se le presente. Aquí hay dos protagonistas que interfieren mucho para llevar a cabo el área de matemática el que enseña, es decir el docente ya que es el que brinda o ayuda a buscar el conocimiento y el que aprende ya que es quien recibe todo lo que se le enseña, empezando por la comprensión y la utilización del conocimiento en diferentes situaciones.

Según Pérez H. y Zambrano M. (2013) el estudio y aprendizaje de las Matemáticas aporta satisfactoriamente en la educación de la humanidad, al ser una ciencia complicada de interpretar y comprender. Esto permite que el que aprenda desarrolle habilidades de pensamiento, potencializando en él la creatividad para usar sus estrategias de resolución de problema, además las matemáticas es una herramienta que fundamenta distintas carreras profesionales, tales como la contabilidad, economía, química, ingeniería, entre otras.

Para los estudiantes el aprender matemáticas debe convertirse en un factor esencial e importante para la vida de las personas, pues esto permite que las personas den solución a diferentes actividades del diario vivir, a pesar

de que las matemáticas sean complicadas de interpretar, explicar, aprender ha logrado despertar en las personas diferentes capacidades y habilidades, éstas son reflejadas cuando el que ha aprendido lo usa en la sociedad.

Skemp (1980) menciona que si la escuela enseña matemática bajo un método tradicional es decir un método memorístico donde el estudiante debe aprender fórmulas sin significado alguno y que sean aplicadas para dar una respuesta a un problema, no será relevante para el estudiante. Este tipo de métodos no aumenta el conocimiento, puesto que el aprendizaje memorístico dificulta un aprendizaje a largo plazo, es decir un aprendizaje que sirva para el futuro. E incluso el aprenderse de manera memorística diferentes fórmulas, no ayuda en el aprendizaje para la vida, sino más bien lo dificulta.

Por ello, que las matemáticas deben ser vivenciales, donde el estudiante descubra su capacidad lógica para dar respuesta a los problemas que se le planteen. Logrando sustentar el significado y el propósito de lo que ha realizado. El Minedu (2017) opta por que los estudiantes aprendan las matemáticas por un método por descubrimiento, para que ellos sean capaces de autorregular su proceso de aprendizaje, aprendiendo a partir de la reflexión que realiza por cada acierto o error que tiene. En este proceso de búsqueda de solución el estudiante construye y reconstruye sus conocimientos, relacionando y organizando ideas y conceptos matemáticos que él ha adquirido, de esta manera el aprendizaje es más significativo y es para la vida.

2.2 Enseñanza según las competencias matemáticas.

El aprendizaje de las matemáticas es para toda la vida, el cual debe ocupar un lugar relevante e importante en la sociedad para el desarrollo de los conocimientos matemáticos. El propósito de las matemáticas es que el estudiante sea capaz de indagar, analizar, comprender, sistematizar, resolver y buscar estrategias de solución, para que así este pueda enfrentarse a diferentes situaciones que se le presenten en su vida diaria.

Para el Minedu (2017), el logro del Perfil de Egreso de los estudiantes en el nivel primario se da por el desarrollo de diversas competencias, éstas se dan por el desarrollo de ciertas capacidades y el cumplimiento de

desempeños. A partir del enfoque de resolución de problemas que tiene esta área promueve que los estudiantes desarrollen y vinculen las cuatro competencias que propone el Minedu a través del Programa Curricular; resuelve problemas de cantidad; estas competencias son: resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio; resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión, datos e incertidumbre.

2.2.1. Resuelve problemas de cantidad: el estudiante sabe solucionar y plantear nuevos problemas basados en situaciones de la sociedad, que le demanden construir, comprender, analizar y aprenden nociones de números, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades. Además de dar un significado a estos conocimientos y emplearlos para representar o reproducir las relaciones de los datos que se encuentren en la situación problemática.

Implica también dar solución a la situación que se le presente y para ello el estudiante debe discernir, para poder emplear una búsqueda de solución a través de la estimación o cálculo exacto, para que todo esto se dé el estudiante debe seleccionar estrategias, procedimientos, unidades de medida y diversos recursos.

El estudiante hace uso del razonamiento lógico en esta competencia y esto se da cuando hace comparaciones para explicar lo que ha realizado con otra situación presentada en su entorno, se da a través de analogías o induciendo propiedades en el proceso de resolución de problemas.

Esta competencia permite que el estudiante cumpla y relacione las siguientes capacidades como, traducir cantidades a expresiones numéricas, comunicar su comprensión sobre los números y las operaciones, usar estrategias y procedimientos de estimación y cálculo y también argumentar afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

2.2.2. Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio:

el estudiante debe lograr caracterizar equivalencias a través del descubrimiento de una incógnita, generalizar regularidades y el cambio de una magnitud con respecto a otra, cumpliendo con reglas matemáticas que le permitan descubrir el valor oculto.

Debe plantear y resolver problemas de igualdad (ecuaciones e inecuaciones) determinando sus funciones. Para ello debe hacer uso de diferentes estrategias, teniendo en cuenta procedimientos adecuados y usando propiedades matemáticas argumentadas para resolver, graficándolos y manipulando expresiones simbólicas.

Esta competencia permite que el estudiante razone de manera inductiva y deductiva en el proceso de resolución, promoviendo en ellos que determinen las leyes generales a través de varios ejemplos y contraejemplos que se le presenten.

Esta competencia permite que el estudiante cumpla y relacione las siguientes capacidades como, traducir datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas, comunicar su comprensión sobre las relaciones algebraicas, usar estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales, argumentar afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencias.

2.2.3. Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

el estudiante debe orientarse y describir la posición en que este o algún objeto se encuentre, permitiéndole que este sepa a donde y por donde se está movilizándose en el espacio, es decir tener una orientación y noción en el plano donde se encuentre, donde este pueda describir las trayectorias y rutas usando diferentes sistemas de referencias.

Además permite que el estudiante aprenda a visualizar, interpretar y relacionar las características de los objetos en formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. Identificando las partes que componen estos tipos de figuras. También implica que él realice mediciones directas y/o indirectas de las formas de las figuras, para que

así este pueda hallar la superficie, el perímetro, el volumen que tienen estos objetos.

De igual manera permite que el ser humano logre construir diferentes representaciones geométricas para diseñar distintos objetos, maquetas, planos y croquis haciendo uso de estrategias y procedimientos usando instrumentos de medición para la construcción de estos.

Esta competencia permite que el educando cumpla y relacione las siguientes capacidades como, modelar objetos con formas geométricas y sus transformaciones, comunicar su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, usar estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio, argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas.

2.2.4. Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre. El estudiante debe investigar una problemática de su interés, estudiarla y obtener datos. Estos datos se analizan, luego se representan y organizan en diferentes gráficos o tablas, para que a partir de ello el educando pueda elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas con un argumento válido, y tomar decisiones que le permitan dar una solución a la problemática estudiada.

El estudiante debe conocer instrumentos de tipo cuantitativo y cualitativo que le permitan realizar el recojo de datos para desarrollar sus conocimientos en las estadísticas y probabilísticas.

Esta competencia permite que el estudiante cumpla y relacione las siguientes capacidades como, representar datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas, comunicar su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos, usar estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos y también sustentar conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.

2.3. Aplicación de sesiones en primaria basado en el Método de Singapur.

El Método de Singapur bajo la teoría de Jerome Brunner está basado en una enseñanza usando lo concreto, para pasar a lo pictórico y luego al abstracto para que así el estudiante pueda adquirir conocimientos matemáticos de lo más fácil a lo más complejo. El enfoque CPA permite que el estudiante resuelva un mismo problema de diferentes maneras, dificultando cada vez más el proceso, pero haciendo que lo aprendido sea más significativo. Empieza por el palpado y el uso de todo tipo de materiales concretos que sirvan para la representación del problema, luego el estudiante debe transformar lo concreto a pictórico, usando gráficos o barras y finalmente lo pictórico debe transformarlo a lo abstracto, en otras palabras el problema debe ser resuelto usando símbolos numéricos (números, signos y variables).

El Minedu (2017) ha propuesto procesos didácticos que los docentes deben tener en cuenta en la elaboración de las sesiones de aprendizaje para que los estudiantes puedan cumplir con el desempeño, de manera más lúdica y sencilla. El grupo investigador después de un análisis ha podido comprobar que el Método Singapur se puede insertar y trabajar desde la planificación hasta la aplicación de lo programado.

Los procesos didácticos del área de matemática son los siguientes y el Método Singapur se puede aplicar de la siguiente manera:

2.3.1. Familiarización con el problema. Implica que los estudiantes puedan familiarizarse con la situación presentada, permitiendo que ellos puedan comprender el problema planteado e identificar los datos y la incógnita que se presenta. Para ello, se hacen preguntas y repreguntas.

Tabla1. Proceso didáctico de familiarización con el problema de una sesión de aprendizaje.

Proceso didáctico	Acciones
Familiarización con el problema	<p>- Observan el siguiente problema pegado en la pizarra en un papelote.</p> <p style="text-align: center;"><u>LA CINTA PARA DANZAS</u></p> <p>En un festival de danzas realizado en el distrito de Surco, un grupo de danza llamado LAS PAYAS, tuvo un percance para cortar las cintas que decoran el vestido de las damas. Pues ellas son 7 y cada una tiene que usar 3 retazos cintas de diferentes colores. Si la cinta roja mide 105 centímetros, la verde 140 centímetros y la morada 126 centímetros. ¿Cuántos centímetros de cinta de cada color le tocará a cada bailarina, si por cada color de cinta deben ser repartidas equitativamente?</p> <p>- Responden a las siguientes interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿De qué nos habla el problema? ✓ ¿Dónde se va a realizar el festival de danzas? ✓ ¿Qué opinas de estos festivales? ✓ ¿Por qué crees que se usará las cintas en las vestimentas? ✓ ¿Cuál es la situación a resolver? ✓ ¿Para qué crees que todas deben usar las cintas del mismo tamaño?

Fuente: Elaboración propia

En este proceso didáctico el docente debe tener en cuenta que la situación presentada debe ser del interés del estudiante, partiendo de una situación de contexto. Las preguntas deben ser abiertas para que así el estudiante pueda desarrollar pensamiento lógico y crítico, es recomendable que para que haya una familiarización más profunda con el problema no solo se realicen preguntas sino también repreguntas que salen a partir de las respuestas de los estudiantes, esto permite que el docente se dé cuenta si es que los estudiantes se están familiarizando con el problema. De esta manera se estaría cumpliendo con el propósito del área de matemática que todo aprendizaje sea significativo y para la vida.

2.3.2. Búsqueda y ejecución de estrategias: En este proceso el estudiante deberá indagar, investigar, proponer, idear o seleccionar estrategias, procedimientos o recursos adecuados para dar respuesta al problema presentado. Aquí el estudiante se pondrá en acción haciendo uso de su pre saberes, además de desarrollar su creatividad de resolución y su pensamiento crítico y lógico.

Tabla 2. *Proceso didáctico de búsqueda y ejecución de estrategias de una sesión de aprendizaje.*

Proceso didáctico	Acciones
Búsqueda y ejecución de estrategias	<ul style="list-style-type: none"> - Responden a las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿Crees que con los datos que presenta el problema se puede llegar a la solución? ¿Qué operación matemática vamos a usar? ¿por qué? ¿Qué necesitaremos para hallar la solución del problema? ¿cómo lo haremos? ¿de qué manera podemos hallar el resultado del problema? - Escuchan: Muy bien chicos, ustedes recibirán materiales como las barras de cartulina, base 10, regletas y ábacos, para que puedan hallar la solución también al problema planteado. También representarán el problema mediante gráficos y lo plasmarán en el papelote que les voy a entregar, luego en la otra cara del papelote resolverán el problema haciendo uso del lenguaje simbólico, es decir números y signos. - Realizan la actividad.

Fuente: Elaboración propia

El estudiante en este proceso hará uso del enfoque CPA que propone Jerome Brunner y que toma referencia el Método de Singapur, ya que aquí el educando deberá dar solución al problema mediante la manipulación y el material concreto, luego representará el problema en un papelote, graficándolo o usando barras, transformando lo concreto a lo pictórico y después lo resolverá usando lenguaje simbólico numérico, cumpliendo con la parte abstracta que propone el enfoque.

En este proceso se cumple con una característica que menciona el Método Singapur que es el de aprender a usar estrategias heurísticas, ya que para dar solución al problema se usan diferentes procedimientos, muchos de ellos serán incorrectos, por lo que el estudiante reflexionará y aprenderá del error. Adquiriendo así habilidades de pensamiento.

2.3.3. Socializa sus representaciones. En este proceso se aprende a través del intercambio de experiencias que cada uno ha tenido. Esto les permite identificar y comparar las estrategias que cada uno ha usado, además de comunicar las dificultades que han tenido, las dudas que le han surgido. El docente deberá realizar que sus educandos consoliden el aprendizaje esperado.

Tabla 3. *Proceso didáctico Socializa sus representaciones*

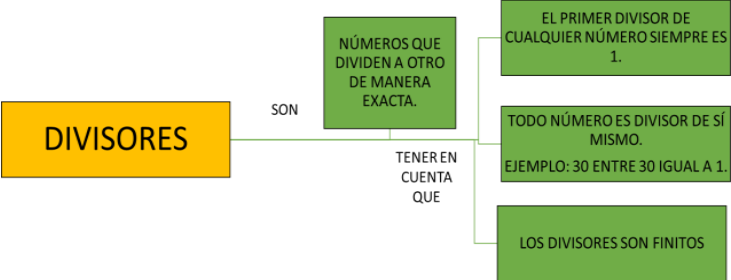
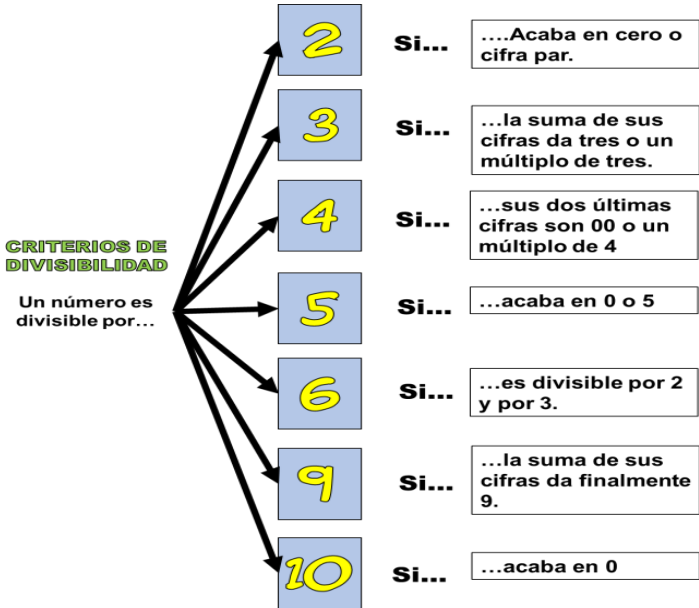
Proceso didáctico	Acciones
Socializa sus representaciones	<ul style="list-style-type: none"> - Responden a las siguientes interrogantes: ¿cómo lo he resuelto? ¿Qué dificultades he tenido? ¿Qué dudas me han surgido? ¿a qué conclusión he podido llegar? - Socializan sus trabajos.

Fuente: Elaboración propia

En este proceso se cumple en el Método Singapur bajo la teoría de Richard Skemp, ya que hace hincapié de la importancia de explicar el procedimiento que uno ha realizado para resolver una situación problemática, permitiendo así verificar si es que el estudiante ha comprendido o no la situación problemática presentada.

2.3.4. Reflexión y formalización: En este proceso se consolida la información que ha recaudado durante la búsqueda de estrategia y la socialización, relacionándolo con los conceptos y procedimientos matemáticos que lo formalizarán con la guía del docente, esto puede darse a través de preguntas y repreguntas. Los estudiantes verán cuán importante es la utilización del tema a tratar, ya que a partir de la reflexión los educandos relacionarán lo tratado con situaciones similares de la vida diaria.

Tabla 4: Proceso didáctico Reflexión y formalización

Procesos didácticos	Acciones
<p>Reflexión y formalización</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Responden a las siguientes interrogantes: <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿Todos hemos usado la misma estrategia? ✓ ¿logramos hallar el resultado del problema? ✓ ¿a qué conclusiones hemos llegado a través de la búsqueda de solución? ✓ ¿qué podemos decir entonces de los divisores? <p>(sus respuestas son escritas en la pizarra)</p> - Escuchan: Muy bien chicos, entonces a partir de todo lo mencionado podemos construir lo siguiente.
	<div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> - Además debemos tener en cuenta lo siguiente: <div style="text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> - Escuchan: Muy bien chicos entonces a partir de lo construido, podemos decir que sus anotaciones en la pizarra ¿eran correctas? - Reciben una ficha interactiva, para la construcción del conocimiento ANEXO 2 - Realizan la comparación de sus hipótesis con lo realizado.

Fuente: Elaboración propia.

Para Espinoza L. (2016) el estudiante tiene que relacionar lo indagado con las nociones matemáticas, promoviendo así el lenguaje

matemático a través del uso de recursos como medios fundamentales para argumentar el aprendizaje. Todos los contenidos que el estudiante aprenda se desarrollan de manera gradual y sistemática para poder relacionarlos y consolidarlo, articularlo y ampliarlo, bajo un enfoque en espiral. De esta manera todo contenido que el estudiante aprenda deberá relacionarlo con la experiencia que ha vivenciado, está será mucha más significativa si es que se realiza una retroalimentación de lo aprendido y enseñado.

2.3.5. Planteamiento de otros problemas. Aquí el estudiante hará uso de sus conocimientos adquiridos, a través de otras situaciones y problemas que él mismo plantea u otros que han sido planteadas por el docente. Estos problemas deben ser resueltos, haciendo uso del conocimiento obtenido, aquí se hará uso de la transferencia de los conocimientos matemáticos adquiridos en los procesos anteriores.

Tabla 5: *Proceso didáctico Planteamiento de otros problemas.*

Proceso didáctico	Acciones
Planteamiento de otros problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Escuchan: Muy bien chicos, ahora ustedes por grupos van a crear una situación problemática y lo compartirán con el aula, para ello les voy a entregar un papelote. - Reciben una ficha aplicativa titulada JUGAMOS CON LOS DIVISORES ANEXO 3 <p>Realizan la ficha aplicativa.</p>

Fuente: Elaboración propia

Es importante llevar a cabo este proceso, ya que esto permite al docente guiar a sus estudiantes hacer una práctica reflexiva, pues ellos encuentran el sentido de lo que están aprendiendo al momento de plantear y resolver situaciones de su contexto. Cumpliendo así con una característica del Método Singapur, que es hacer que los estudiantes asocien todo lo que están aprendiendo con situaciones cotidianas, para adquirir habilidades de pensamiento y así sigan aprendan nuevas estrategias.

2.4. Planificación de fichas basado en el método de Singapur.

Como ya se ha explicado anteriormente, el método Singapur está basado principalmente en el enfoque propuesto por Jerome Bruner, el enfoque CPA (concreto - pictórico - abstracto), el cual hace referencia al proceso de aprendizaje de un conocimiento, permitiendo al estudiante la adquisición de un nuevo concepto desarrollando habilidades mediante el uso de materiales concretos para posteriormente pasar a las representaciones pictóricas finalizando con la manera abstracta, es decir haciendo uso de símbolos; todo esto conlleva a una mejor manera de comprensión del problema, tratando de representar el problema a la realidad.

Las fichas que los estudiantes desarrollan para hallar las respuestas a los problemas muchas veces solo se basan en la parte pictórica para la comprensión y resolución del problema, y no se centra en los otros aspectos. Provocando así que los estudiantes no se familiaricen con el problema a resolverse. Es por ello que después de todo lo explicado, el grupo investigador recomienda que el uso de las fichas en el área de matemática esté basadas en el método Singapur cumpliendo con el enfoque explicado.

Santillana (2017) presenta un modelo de estructura que cumple con lo que explica la teoría, promoviendo en los estudiantes habilidades de comprensión, organización y elaboración de gráficos. Además que a través de estas fichas se logrará cumplir con los ocho pasos que se proponen en el método Singapur; lee con atención el problema, decide de qué o de quién se habla, dibuja la barra unidad, lee el problema frase por frase o número por número, ilustra la barra unidad con la información obtenida, identifica la pregunta, haz las operaciones y escribe el resultado en el gráfico y responde el problema. Esta ficha comprende en 5 fases, como se explica a continuación:

Suma de dígitos que faciliten los cálculos de operaciones más complejas

¿Cuántos quedaron?



Los alumnos de la escuela Miguel Hidalgo participaron en un torneo de fútbol. Si Gonzalo anotó diecisiete goles y Germán trece, ¿cuántos goles lograron entre los dos?

Responde: ¿De qué se habla en la situación? ¿Te gustan los torneos de fútbol? ¿Qué sabes del fútbol? ¿Cuál es la situación problemática?

Figura 2: Primera y Segunda fase para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur. Adaptado de Santillana.

La primera fase “la presentación del problema” y segunda fase “comprensión del problema” de una ficha basada en el método Singapur consiste en la presentación y comprensión del problema a través de preguntas planteadas a los estudiantes para que puedan familiarizarse con lo presentado.

1. Con ayuda de semillas representa el problema presentado. Luego de ello colorea los balones considerando cada uno como un gol anotado.

Goles anotados por Gonzalo

Goles anotados por Germán

2. Escribe los datos en las tablas según el número de decenas y unidades que representan los goles anotados

	Decenas	Unidades
Gonzalo		

	Decenas	Unidades
Germán		

	Primera cantidad	Segunda cantidad
Total	?	?

Figura 3: Tercera fase para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur. Adaptado de Santillana

En la tercera fase de la ficha la representación del problema, aquí se usa dos fases del enfoque de Bruner, la concreta cuando el estudiante representa el problema con semillas y la pictórica cuando se pinta y ordena los datos escribiendo en las tablas.

3. Completa y resuelve la operación

$$17 + 13 - (\square + 7) + (\square + 3) - \square + \square + 7 + 3 - 20 + \square - \square$$

Figura 4: Cuarta Fase para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur. Adaptado de Santillana

La cuarta fase de la ficha consiste en “**plantear la resolución**” de manera abstracta, donde el estudiante solo se enfoca al uso de números y símbolos. Aplicando procedimientos matemáticos adecuados para que cumplan con las propiedades indicadas.

4. Anota la oración que responde el problema

Figura 5: Fase Cinco para la construcción de una ficha aplicativa bajo el método Singapur. Adaptado de Santillana

La fase cinco de la ficha, permite al estudiante responder al problema de la situación planteada. Esta respuesta debe estar argumentada, esto se refleja en la elaboración de la fase anterior.

CAPÍTULO 3: MÉTODO SINGAPUR EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolver problemas permite al estudiante hacer uso de diferentes habilidades como el razonamiento, la creatividad, la observación, el pensamiento, entre otros. Esto ayuda a que el educando desarrolle su pensamiento crítico y reflexivo.

“La resolución de problemas se caracteriza como una actividad compleja que exige del estudiante distintos niveles y tipos de razonamiento, intenta desarrollar competencias que permitan reconocer y utilizar estructuras conceptuales y procedimientos de análisis del pensamiento matemático con grados crecientes de complejidad” (UNESCO, 2001 citado por Juárez M, 2018, p. 79)

Según lo mencionado, la resolución de problemas permite que los estudiantes puedan desarrollar diferentes niveles de razonamientos, estos van de manera crecientes, es decir de lo básico a lo complejo. La resolución de problemas necesita de una serie de procedimientos, que permitan que el estudiante pueda reconocer y utilizar habilidades y recursos de todo tipo, como conceptuales, gráficos, concretos, para que el estudiante a partir de ello el estudiante se vuelva competente usando su razonamiento.

El Minedu (2017) las matemáticas tiene un enfoque de resolución de problemas, ya que esta área es un producto cultural dinámico, cambiante y siempre está en constante reajuste. Estos nacen a partir de situaciones que predominan en el contexto, las cuales son acontecimientos significativos para los estudiantes. Las matemáticas se dividen en cuatro competencias; situaciones de cantidad; situaciones regularidad, equivalencia y cambio; situaciones de forma, movimiento y localización; y situaciones de gestión de datos e incertidumbre. Al plantear problemas de estos tipos para que los estudiantes resuelvan, se enfrentarán a varios retos, las cuales promoverá que usen estrategias de resolución, desarrollando un proceso de indagación

y reflexión. Al trabajar situaciones de contexto usan su pensamiento crítico para reflexionar a partir de esos acontecimientos y a la vez en la búsqueda de solución por cada error que comentan, ellos elegirán una manera distinta de dar respuesta al problema planteado.

Por otro lado, la enseñanza por resolución de problemas da importancia a procesos de aprendizaje, donde el estudiante da uso a sus conocimientos matemáticos. Esto se evidencia cuando el estudiante activa su capacidad mental, aplicando todo lo que aprendido en las actividades o problemas presentados, mejorando su proceso de aprender, generando en él ideas creativas e incrementando la confianza en sí mismo. (De Guzmán 2007)

De los dos autores mencionados concluimos que resolución de problemas se da cuando el estudiante hace uso de su creatividad y astucia para resolver situaciones en su vida cotidiana, aplicando estrategias y conocimientos adquiridos en el área de matemática.

3.1 Modelos del Método Singapur

Ban (2010), en el método Singapur se aplican algunos tipos de modelos, las cuales se mencionan a continuación

3.1.1 Modelos parte- todo. Este modelo aclara que todo número entero está conformado por dos, tres o más partes. Estas cantidades son estáticas y no cambian en el tiempo.

Este modelo emplea cuatro operaciones básicas:

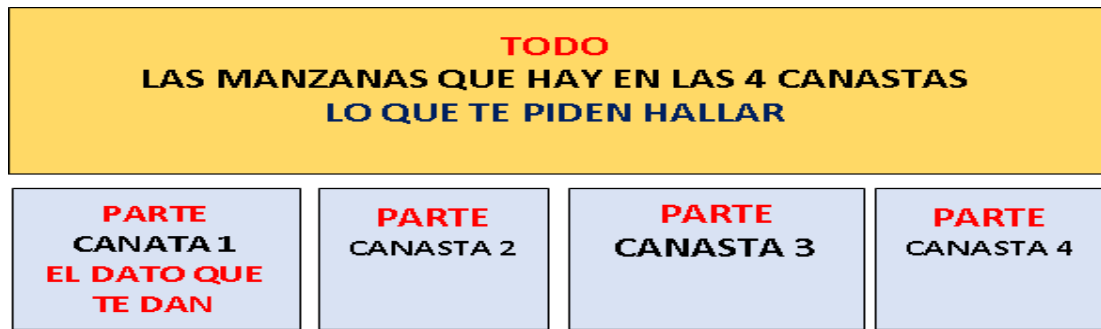
✓ Para usar la adición, en el problema no está el todo (el dato total), pero si las partes, por lo que el estudiante debe sumar todas las partes para poder hallar el todo.

Ejemplo;

Juan tiene 4 canastas con manzanas. En la primera canasta hay 12 manzanas, en la segunda 15, en la tercera 21 y en la cuarta 9.

¿Cuántas manzanas tendrá Juan en todas las canastas?

Tabla 6: Barras del ejemplo del ejercicio de adición



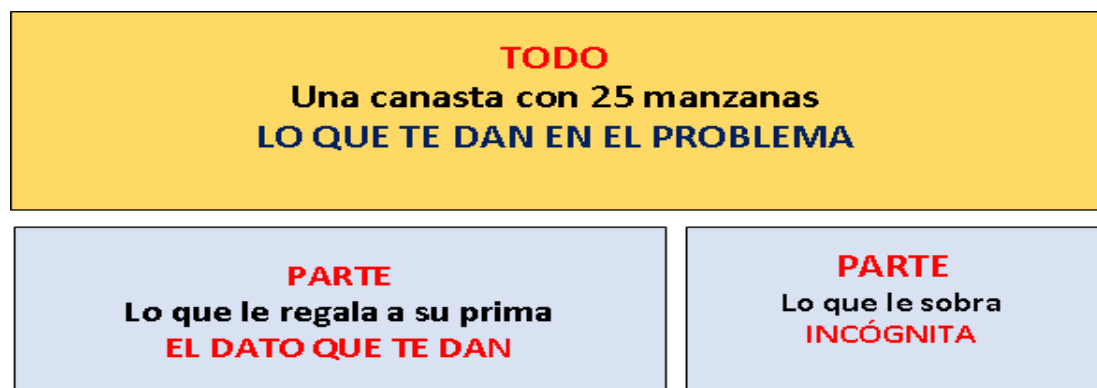
Fuente: Elaboración propia

Para la sustracción, en el problema te dan el todo (dato total), más no todas las partes, por lo que el estudiante deberá restar el todo con la parte o suma de las partes para poder hallar el resultado.

Ejemplo:

Juan tiene 1 canasta con 25 manzanas que sacado del huerto de chacra. Al momento de regresar a casa se encontró con su prima Julia y le regaló 10 manzanas ¿Con cuántas manzanas habrá regresado Juan a casa?

Tabla 7: Barras del ejemplo del ejercicio de sustracción



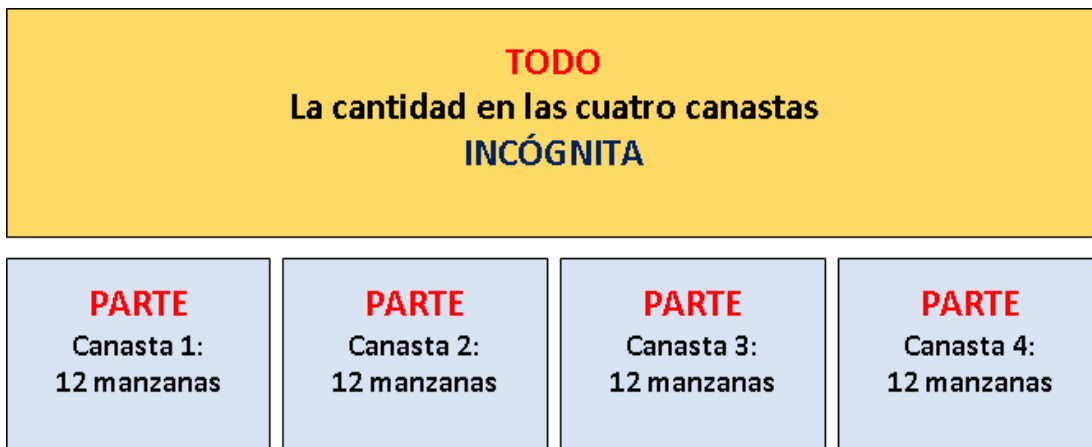
Fuente: Elaboración propia

Para la multiplicación, en el problema no te dan el todo (dato total), pero si las partes en igualdad, por lo que para hallar el todo, el estudiante deberá multiplicar el todo que está dividido en partes iguales.

Ejemplo;

Juan tiene 4 canastas con manzanas. Si en cada canasta hay 12 manzanas ¿Cuántas manzanas tendrá en total?

Tabla 8. Barras del ejemplo del ejercicio de multiplicación



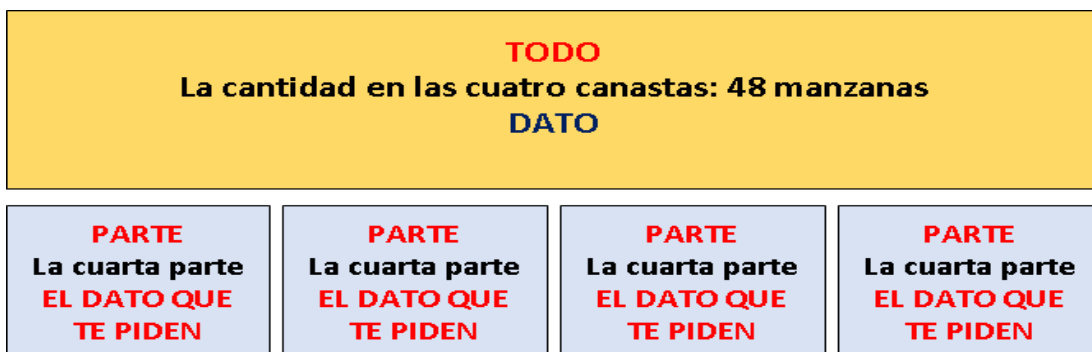
Fuente: Elaboración propia

Para la división, en el problema te dan el todo (dato total) más no las partes, pero te indica que estas partes son de datos iguales, para hallar el valor del dato el estudiante debe dividir para resolver el problema.

Ejemplo:

Juan tiene 48 manzanas en 4 canastas. Si en cada canasta hay la misma cantidad de manzanas ¿Cuántas manzanas habrá en cada canasta?

Tabla 9: Barras del ejemplo del ejercicio de multiplicación



Fuente: Elaboración propia.

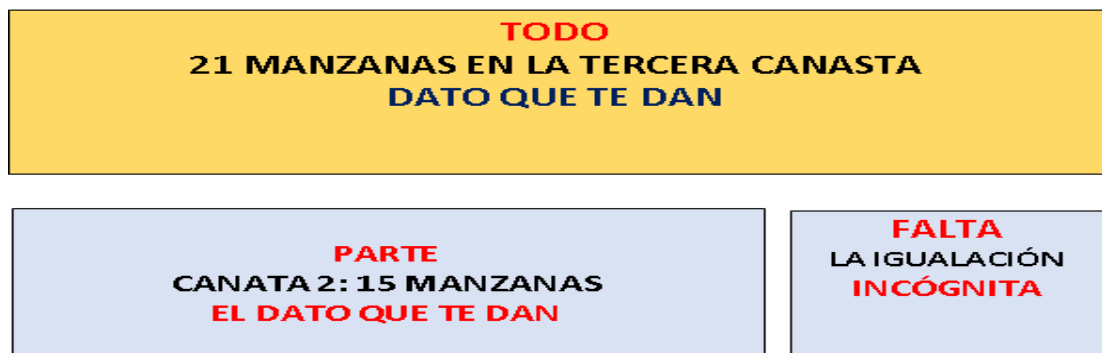
1.3.2 Modelos de comparación. En este modelo se debe hacer una relación entre dos o más cantidades, al momento de ser comparadas. Cuando se entregan dos cantidades al estudiante por ejemplo X, Y y Z,

podemos encontrar diferencias y similitudes haciendo una comparación entre esas dos cantidades. A la inversa, podemos encontrar que X o Z cuando se entrega uno de ellas y la diferencia que encuentra a través de dicha comparación.

Ejemplo:

Juan tiene 4 canastas con manzanas. En la primera canasta hay 12 manzanas, en la segunda 15, en la tercera 21 y en la cuarta 9. ¿Cuántas manzanas más tendrá la tercera canasta que la segunda?

Tabla 10: Barras del ejemplo del ejercicio de comparación



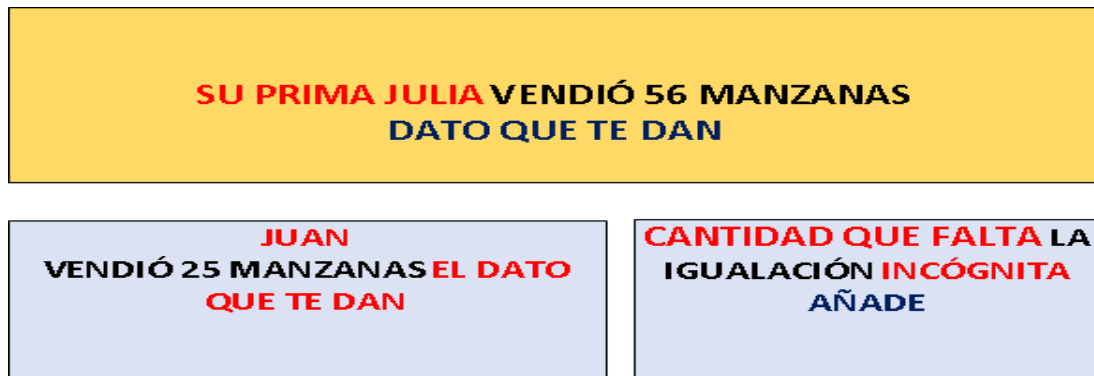
Fuente: Elaboración propia.

1.3.3 Modelo de agregar-quitar. En este modelo el estudiante debe desarrollar su capacidad para poder añadir o quitar para así igualar cantidades que el problema presente, como se explica en los siguientes ejemplos:

Ejemplo uno, a través de este modelo el estudiante tendrá que agregar para igualar cantidades.

Juan y su prima Julia están participando en una feria de manzanas. Hasta ahora Juan ha vendido 25 manzanas y su prima 56 manzanas ¿Cuántas manzanas le falta vender a Juan para tener la misma cantidad de venta que su prima Julia?

Tabla 11: Barras del ejemplo del ejercicio de igualar cantidades, agregando.



Fuente: Elaboración propia.

Ejemplo dos, a través de este modelo el estudiante tendrá que quitar para igualar cantidades.

Juan y su prima Julia están participando en una feria de manzanas. Hasta ahora Juan ha vendido 25 manzanas y su prima 56 manzanas ¿Cuántas manzanas más habrá vendido Julia que Juan?

Tabla 12: Barras del ejemplo del ejercicio de igualar cantidades, quitando.



Fuente: Elaboración propia

CONCLUSIONES

El grupo investigador a partir de lo analizado, concluye en lo siguiente:

- Es un método que no solo aporta en el desarrollo de las matemáticas sino que también ayuda a reforzar las otras áreas como lo comunicación a través de la comprensión del problema, con ciencias a través de la indagación, el descubrimiento argumentado y en Personal Social porque desarrolla el pensamiento crítico y lógico.
- El método es esencial para el desarrollo de las matemáticas en el nivel primario, ya que permite a los estudiantes aprender matemáticas de manera lúdica guiándose del enfoque CPA (concreto-pictórico y abstracto)
- El enfoque de CPA en el Método Singapur fortalece el nivel de pensamiento en los estudiantes, ya que permite que el estudiante resuelva problemas de manera distinta, desarrollando de esa manera un pensamiento crítico y lógico para que den respuestas argumentadas.
- El Método de Singapur si se puede incluir en las sesiones de aprendizaje respetando los procesos didácticos que el Ministerio de Educación del Perú ha propuesto, ya que coinciden o acoplan en sus procesos propuestos.
- El Método de Singapur permite que todo conocimiento que adquiera el estudiante se para la vida cotidiana del ser humano, ya que cada sesión es significativa para ellos, por lo mismo que vivencial y parte de una situación problemática de contexto.

RECOMENDACIONES

Luego de explicar la teoría que plantea el método Singapur, en cuanto a la resolución de problemas en las sesiones basadas del Método Singapur, Recomendamos lo siguiente:

1. Es importante implementar el método Singapur como lo plantea en el enfoque CPA, es decir el docente debe empezar con el material concreto, para luego seguir con lo pictórico y llegar a lo abstracto. Del mismo modo, el docente debe manejar estos enfoques CPA (concreto, pictórico y abstracto), como también el currículo en espiral, variación sistemática del método Singapur y resolución de problemas.
2. El docente debe tener un manejo completo de los aportes teóricos fundamentales de los autores, tales como Brunner, Vygotsky, Richard Skemp, Zoltan Dienes, Jean Piaget y Yeap Ban Har. Pues el método de Singapur está compuesto por las teorías de cada autor.
3. Dentro del Currículum en espiral, se tiene que incluir cinco elementos, que el docente debe aplicar: Habilidades, actitudes, procesos, metacognición y conceptos. Cada uno de estos elementos para la resolución de problemas, con los adecuados procedimientos para así lograr el incremento de niveles de razonamiento.
4. Para una correcta aplicación de la resolución de problemas, el docente debe de aplicar los métodos gráficos, que se subdividen en tres, gráfico de adición, gráfico de sustracción y modelo de barras, para que de esa manera se pueda lograr una adecuada aplicación de los modelos: modelo parte-todo, modelos de comparación y modelo de agregar – quitar, en las sesiones de aprendizaje.

REFERENCIAS

- Albino L. (2018) Método de Singapur como trabajar en primaria en base al programa curricular. Recuperado de:
http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/UCV/18130/Albino_HLG.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Ban, Yeap (2014). "El método Singapur". *Revista Qué Pasa*, p. 12. <http://www.mceducation.cl/que-pasa-dr-yeap-ban-har-en-chile/>
- Biblioteca del Congreso Nacional. (2008). Chile. Recuperado de: *Las Matemáticas de Singapur se asoman a la Universidad del Pacífico*:
<http://observatorio.bcn.cl/asiapacifico/noticias/matematicas-singapur-asoman-upacifico>
- Cavendish, M. (2011). *Pensar sin límites 2 Matemáticas*. Edición 2011. Edit. Cavendish Marshall. Santiago de Chile - Chile.
- Cordano, M. (2012). *Lee Sing Kong, director del Instituto Nacional de Educación de Singapur: El buen trabajo en la sala de clases es algo que debe celebrarse*. *Diario El Mercurio*. Recuperado Centro de Investigación Avanzada en Educación. Universidad de Chile:
http://www.ciae.uchile.cl/index.php?page=view_noticias&id=190
- Educar Chile (2010). *Educarchile.cl*. Recuperado de:
<http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=205651>.
- Juarez M. (2018) El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. Recuperado de.
http://www.sinewton.org/numeros/numeros/98/Articulos_02.pdf
- Matemáticas (2011) Método Singapur. Recuperado de: <https://www.metodosingapur.com/cursos-etapa-primaria>
- Ministerio de educación de Colombia (2018) . Método Singapur. Recuperado de:
http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/metodo_singapur.pdf

- Ministerio de Educación de Singapur. (2007). *Syllabus de Matemática de Primaria Singapur: División de planificación curricular y desarrollo*. Recuperado de: <http://www.moe.gov.sg/education/syllabuses/sciences/files/mathsprimary-2007>
- Morales, N. (2012). *Método Singapur: Descripción de su implementación. Factores facilitadores y/o obstaculizadores. Una experiencia del profesorado de primer ciclo básico en una escuela municipal en la ciudad de Valdivia*. Tesis de maestría en Educación. Temuco: Universidad de la frontera, Facultad de Educación y Humanidades. <http://repositorio.conicyt.cl/handle/10533/181697>
- Morales, N. (2013). *Implementación del Método Singapur: Una experiencia del profesorado de Primer Ciclo Básico de una Escuela Municipal*. Recuperado de <http://abs.docsread.com/docs/index-11212.html>.
- Ng, S. (2014). "El currículo de matemática para la enseñanza básica en Singapur". Recuperado de [http://repositorio.unab.cl/xmlui/bitstream/handle/ria/6390/a120146_Bastias A Efectividad del metodo Singapur 2015 Tesis..pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.unab.cl/xmlui/bitstream/handle/ria/6390/a120146_Bastias_A_Efectividad_del_metodo_Singapur_2015_Tesis..pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Oveido M. (2017) Metodología de Singapur en Primaria. Recuperado de: <http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/4535/Edvsuma.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Revista de didáctica de las matemáticas. El método Singapur, propuesta para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/98/Articulos_02.pdf
- Rodríguez, S. (2011). *El Método de Enseñanza de Matemática Singapur: "Pensar sin Límites"*. Revista Pandora Brasil.

- Sanhueza, A. (2011). *Sin miedo a las Matemáticas*. Recuperado de <http://www.quepasa.cl/articulo/actualidad/2011/07/1-6171-sin-miedo-a-lasmaticas.shtml/>
- Santillana (2007) Método gráfico Singapur. Recuperado de: https://es.slideshare.net/marcebasu/1-mtodo-grfico-de-singapur?next_slideshow=1
- Santillana (2016) Santillana trabaja en base a la metodología de Singapur. Recuperado de: <http://laguia.santillana.com.mx/wpcontent/uploads/2018/04/M%C3%A9todo-Singapur-3-LA.pdf>

ANEXOS

ANEXO 1

SESIÓN DE APRENDIZAJE

¡Nos divertimos resolviendo problemas empleando los divisores de números naturales!

I. DATOS GENERALES

ÁREA	GRADO	SECCIÓN	UNIDAD	HORAS	FECHA	DOCENTES
Matemática	5°	Única	3	90'		
ASESOR						
UNIDAD	"Fomentamos y valoramos nuestra identidad con respeto y orgullo para una convivencia armoniosa"					

II. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA:

Las niñas y los niños de la I.E. Aplicación IPNM del quinto grado presentan falta de identidad consigo mismo y con su cultura debido a que en la formación los estudiantes no muestran un respeto al entonar las notas del himno nacional, distrayéndose con sus compañeros y no interiorizan la importancia del mensaje. Además en las aulas como docentes percibimos que sus preferencias y gustos son alienados a otras culturas diferentes a la nuestra, a pesar de ser un país pluricultural por el cual debemos sentirnos orgullosos.

Ante esta situación, la escuela como entidad formadora, propone sensibilizar a toda la comunidad educativa en fomentar una convivencia armoniosa donde los niños y niñas se respeten a sí mismo, a sus compañeros y a su nación. Por lo tanto se le presenta el siguiente desafío: ¿Cómo podemos construir aprendizajes significativos basados en la valoración de nuestra pluriculturalidad?, ¿Cómo podemos contribuir a fortalecer la identidad mediante los enfoques del área de matemática?

Bajo este marco la presente unidad generará a través de sesiones de aprendizajes reflexivos y críticos, un clima patriótico por medio de los acontecimientos propios de nuestro país por ejemplo los juegos panamericanos y las fiestas patrias.

III. ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑO	CAMPO TEMÁTICO	PRODUCTO	INSTRUMENTOS
RESUELVE PROBLEMAS DE CANTIDAD	<ul style="list-style-type: none"> - Traduce cantidades a expresiones numéricas - Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones - Usa estrategias y procedimientos de 	<p>Establece relaciones entre acciones de dividir una cantidad a cantidades en partes iguales y las transforma en expresiones numéricas (Divisores)</p>	Divisores de los números naturales	<p><i>Resolución de las fichas aplicativa</i> JUGAMOS CON LOS DIVISORES EVIDENCIA DE LOGRO:</p> <p>Establece relaciones entre acciones de dividir una cantidad presentado en el problema,</p>	LISTA DE COTEJO

	<p><i>estimación y cálculo</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones</i> 			<p>usando los criterios de divisibilidad.</p> <p>Comunica su comprensión del problema, transformando los datos en expresiones numéricas.</p> <p>Usa estrategias y procedimientos para hallar la respuesta a los problemas planteados.</p>	
--	---	--	--	---	--

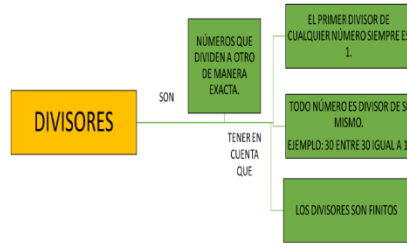
▪ SECUENCIA DIDÁCTICA

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE	PROCESO PEDAGÓGICO	ESTRATEGIAS/ ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	RECURSOS
INICIO	Problematización/ Motivación	<ul style="list-style-type: none"> - Realizan las actividades permanentes (lista de asistencia, acuerdos u otros) - Escuchan: Muy bien chicos el día de hoy para empezar la clase vamos a realizar una actividad titulada NÚMEROS LOCOS 2, esta actividad consiste en lo siguiente. En el ecran se van a presentar algunos números, ustedes tienen que indicar en un tiempo de 15 segundos como máximo, que números pueden dividir de manera exacta el número presentado. Sus respuestas lo van a escribir en el tablero que yo les he entregado. <i>Por ejemplo si en el ecran me presenta el número 18, los números que lo dividen serían el 1, 2, 3, 6, 9 y el 18.</i> - Realizan la actividad. 	Ecran Plumones Pizarra personal
	Recojo de saberes previos	<ul style="list-style-type: none"> - Responden a las siguientes interrogantes: 	

		<ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿Qué hemos realizado? ✓ ¿Les gustó la actividad? ✓ ¿Fue fácil o difícil? ✓ ¿Qué operaciones matemáticas hemos usado? ✓ ¿Cómo se le llamará a ese conjunto de resultados de división? ✓ ¿De qué creen que hablaremos el día de hoy? 	
	Propósito de la sesión	<ul style="list-style-type: none"> - Propósito de la sesión: Aprenderemos a resolver problemas para identificar los divisores de los números naturales para relacionarlos con problemáticas de nuestro contexto y sacar conclusiones a partir de ello. - Título de la sesión: ¡Nos divertimos resolviendo problemas empleando los divisores de números naturales! 	
	Organización	<ul style="list-style-type: none"> - Los estudiantes trabajaran tanto de forma grupal e individual, para cumplir con el objetivo de las actividades. 	
DESARROLLO	Gestión y Acompañamiento	<p>FAMILIARIZACIÓN CON EL PROBLEMA</p> <ul style="list-style-type: none"> - Observan el siguiente problema pegado en la pizarra en un papelote. <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><u>LA CINTA PARA DANZAS</u> En un festival de danzas realizado en el distrito de Surco, un grupo de danza llamado LAS PAYAS, tuvo un percance para cortar las cintas que decoran el vestido de las damas. Pues ellas son 7 y cada una tiene que usar 3 retazos cintas de diferentes colores. Si la cinta roja mide 105 centímetros, la verde 140 centímetros y la morada 126 centímetros. ¿Cuántos centímetros de cinta de cada color le tocará a cada bailarina, si por cada color de cinta deben ser repartidas equitativamente?</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> - Responden a las siguientes interrogantes: 	

		<ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿De qué nos habla el problema? ✓ ¿Dónde se va a realizar el festival de danzas? ✓ ¿Qué opinas de estos festivales? ✓ ¿Por qué crees que se usará las cintas en las vestimentas? ✓ ¿Cuál es la situación a resolver? ✓ ¿Para qué crees que todas deben usar las cintas del mismo tamaño? ✓ ¿Alguna vez has mirado un festival de danza? ¿qué te pareció? ✓ ¿Crees que en una danza también se usan las matemáticas? ¿de qué manera? <p>BÚSQUEDA Y EJECUCIÓN DE ESTRATEGIAS</p> <ul style="list-style-type: none"> - Responden a las siguiente preguntas: <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿Crees que con los datos que presenta el problema se puede llegar a la solución? ✓ ¿Qué operación matemática vamos a usar? ¿por qué? ✓ ¿Qué necesitaremos para hallar la solución del problema? ✓ ¿cómo lo haremos? ✓ ¿de qué manera podemos hallar el resultado del problema? - Escuchan: muy bien chicos, cada uno de ustedes va a recibir la siguiente ficha, por medio de esta ficha van a buscar la estrategia que ustedes creen pertinente que les va a ayudar a resolver el problema planteado. - Reciben la ficha ANEXO1 	
--	--	---	--

		<p>- Escuchan: Además, recibirán materiales como las barras de cartulina, base 10, regletas y ábacos, para que puedan hallar la solución también al problema planteado.</p> <p>SOCIALIZACIÓN DE RESPRESANTACIONES</p> <p>- Responden a las siguientes interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿lograron hallar el resultado del problema planteado? ✓ ¿De qué manera lo hicieron? ✓ ¿Creen que todos habremos resuelto de la misma manera? <p>- Socializan sus representaciones de resolución del problema planteado.</p> <p>REFLEXIÓN Y FORMALIZACIÓN</p> <p>- Responden a las siguientes interrogantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ ¿Todos hemos usado la misma estrategia? ✓ ¿logramos hallar el resultado del problema? ✓ ¿a qué conclusiones hemos llegado a través de la búsqueda de solución? ✓ ¿qué podemos decir entonces de los divisores? <p>(sus respuestas son escritas en la pizarra)</p> <p>- Escuchan: Muy bien chicos, entonces a partir de todo lo mencionado podemos construir lo siguiente.</p>
--	--	---



Además debemos tener en cuenta lo siguiente:



- Escuchan: Muy bien chicos entonces a partir de lo construido, podemos decir que sus anotaciones en la pizarra ¿eran correctas?
- Reciben una ficha interactiva, para la construcción del conocimiento **ANEXO 2**
- Realizan la comparación de sus hipótesis con lo realizado.

PLANTEAMIENTOS DE OTROS PROBLEMAS

- Escuchan: Muy bien chicos, ahora ustedes por grupos van a crear una situación problemática y lo

		<p>compartirán con el aula, para ello les voy a entregar un papelote.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reciben una ficha aplicativa titulada JUGAMOS CON LOS DIVISORES ANEXO 3 - Realizan la ficha aplicativa. 	
CIERRE	Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> - Escuchan: Muy bien chicos, interesante ¿cierto? Recuerden que estos tipos de problemas nos ayudarán a hallar con más facilidad medidas exactas de diferentes tipos, como en esta situación presentada en las cintas. Ahora a partir de todo lo realizado ¿A qué conclusiones hemos llegado? (Escriben sus conclusiones en la pizarra personalizada) Muy bien a partir de todo lo leído qué podemos decir de lo realizado - Se construye la conclusión final en la pizarra y se les indica que copien en sus cuadernos. - Responden a las preguntas de meta-cognición <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué hemos aprendido • ¿cómo lo hicimos? • ¿Qué fue lo que más les gustó? - Responden a las preguntas de transferencia <ul style="list-style-type: none"> • ¿En qué otras situaciones podemos emplear este conocimiento? 	

IV. REFERENCIAS

5.1 FUENTES BIBLIOGRÁFICAS:

- Ministerio de Educación (2017). Currículo Nacional. Recuperado de: <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/curriculo-nacional-2017.pdf>.
- Ministerio de Educación (2017). Programa curricular. Recuperado de: <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/programa-curricular-educacion-primaria.pdf>
- Proyecto sé (2013). Matemática, aprender para vivir. Tercer grado de educación primaria. Sm
- COREFO (2015). Guía del docente para quinto grado de Educación Primaria.

ANEXO 2

Suma de dígitos que faciliten los cálculos de operaciones más complejas

¿Cuántos quedaron?



Los alumnos de la escuela Miguel Hidalgo participaron en un torneo de fútbol. Si Gonzalo anotó diecisiete goles y Germán trece, ¿cuántos goles lograron entre los dos?

Responde: ¿De qué se habla en la situación? ¿Te gustan los torneos de fútbol? ¿Qué sabes del fútbol? ¿Cuál es la situación problemática?

1. Con ayuda de semillas representa el problema presentado. Luego de ello colorea los balones considerando cada uno como un gol anotado.

Goles anotados por Gonzalo

Goles anotados por Germán

2. Escribe los datos en las tablas según el número de decenas y unidades que representan los goles anotados

	Decenas	Unidades
Gonzalo		

	Decenas	Unidades
Germán		

	Primera cantidad	Segunda cantidad
Total	?	?

3. Completa y resuelve la operación

$$17 + 13 - (\square + 7) + (\square + 3) - \square + \square + 7 + 3 - 20 + \square - \square$$

4. Anota la oración que responde el problema
